

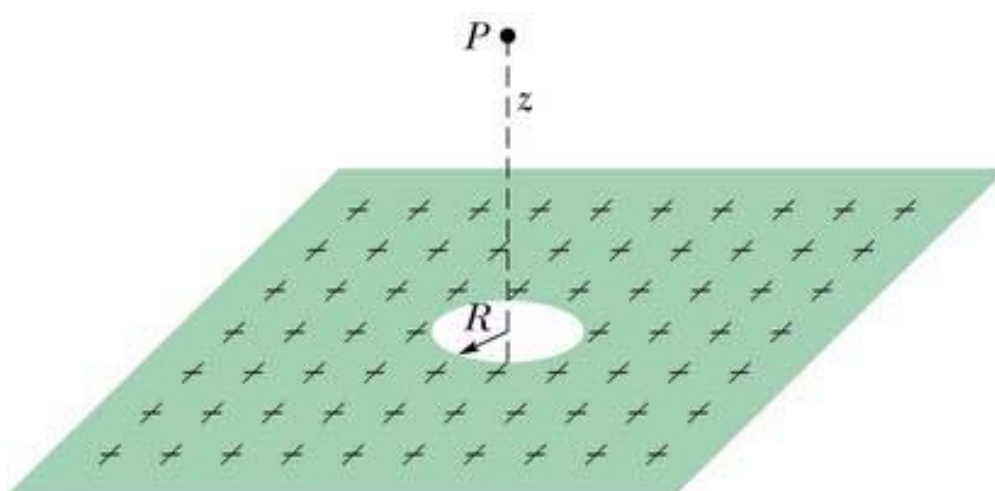
## AULA 10 - EXERCÍCIOS

---

---

### Exercício 6:

Uma superfície plana grande, não-condutora, tem uma densidade de carga uniforme  $\sigma$ . Um pequeno furo circular de raio  $R$  está situado bem no meio da chapa, como mostra a figura abaixo. Despreze a distorção das linhas do campo ao redor das bordas, e calcule o campo elétrico no ponto  $P$ , a uma distância  $z$  do centro do furo, ao longo de seu eixo.



---

### Solução:

O campo elétrico no ponto  $P$  devido a um plano infinito de carga é

$$E_{plano} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

e aponta no sentido positivo do eixo  $z$ .

O campo elétrico devido a um disco no ponto  $P$  é

$$E_{disco} = \frac{\sigma}{2\epsilon} \left[ 1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right]$$

e aponta para fora do disco

Assim o campo elétrico da superfície com orifício é

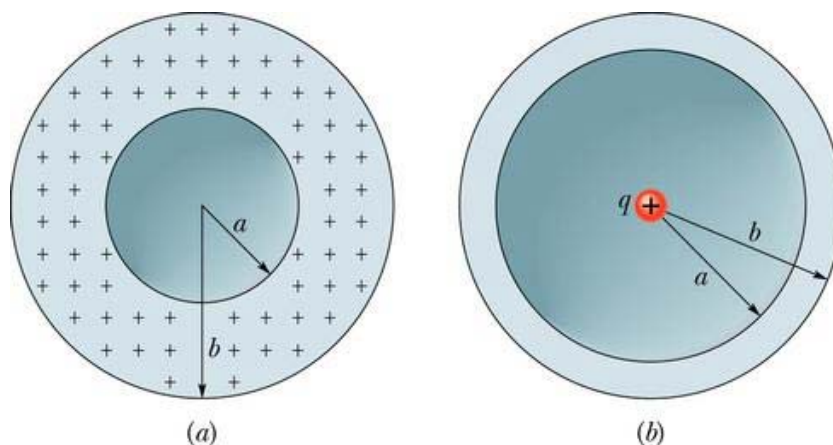
$$\vec{E}_P = \vec{E}_{plano} - \vec{E}_{disco}$$

$$\vec{E} = \left\{ \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[ 1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right] \right\} \vec{k}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \vec{k}$$

### Exercício 7:

Uma casca esférica não-condutora, com raio interno  $a$ , e raio externo  $b$ , tem uma densidade volumétrica de carga  $\rho = A/r$ , onde  $A$  é uma constante, e  $r$  é a distância ao centro da casca. Além disso, uma carga puntiforme  $q$  está localizada no centro. Qual deve ser o valor de  $A$  para que o campo elétrico na casca ( $a \leq r \leq b$ ) tenha módulo constante?



### Solução:

Desejamos encontrar uma expressão para o campo elétrico dentro da casca em termos de  $A$  e da distância a partir do centro da casca, então escolher  $A$  de modo que o campo não dependa da distância. Construímos uma SG esférica de raio  $r$ , concêntrica com a casca esférica,  $a < r < b$ .

A Lei de Gauss será usada para encontrar a magnitude do campo elétrico.

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$q_{int} = q + 2\pi A (r^2 - a^2)$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} (q + 2\pi A r^2 - a^2)$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{r^2} + 2\pi A - \frac{2\pi A a^2}{r^2} \right)$$

para que  $E = cte \implies$

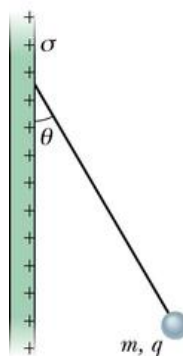
$$\frac{q}{r^2} = \frac{2\pi A a^2}{r^2}$$

então

$$A = \frac{q}{2\pi a^2}$$

### Exercício 8:

Na abaixo, uma pequena bola, não condutora, de massa  $m = 1,0 \text{ mg}$  e carga  $q = 2,0 \times 10^{-8} \text{ C}$  uniformemente distribuída, está suspensa de um fio isolante que faz um ângulo  $\theta = 30^\circ$  com uma chapa não condutora, vertical uniformemente carregada. Considerando o peso da bola e supondo a chapa extensa, calcule a densidade superficial de carga  $\sigma$  da chapa.




---

**Solução:**

$$T_y = T.\cos\theta = m.g \quad (1)$$

$$T_x = T.\sen\theta = F_{el} \quad (2)$$

Dividindo-se a equação (2) por (1) obtemos

$$tg\theta = \frac{F_{el}}{m.g}$$

mas,

$$F_{el} = q.E$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \implies F_{el} = \frac{q.\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$tg\theta = \frac{q.\sigma}{2.\varepsilon_0.m.g}$$

$$\sigma = \frac{2.\varepsilon_0.m.g}{q} (tg\theta)$$

$$\sigma = \frac{2.(8,85.10^{-12}C^2/Nm^2)(10^{-6}kg)(9,8m/s^2)tg30^\circ}{2.10^{-8}C}$$

$$\sigma = 5.10^{-9}C/m^2$$

### Exercício 9:

Uma esfera maciça, não-condutora, de raio R, tem uma distribuição de carga não-uniforme de densidade volumétrica dada por  $\rho = \rho_s (r/R)$ , onde  $\rho$  é uma constante e r é a distância ao centro da esfera. Mostre que

(a) a carga total da esfera é

$$Q = \pi pR$$

(b) o campo elétrico dentro da esfera tem módulo dado por

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^4} r^2$$

---

**Solução:**

$$\rho = \rho_s (r/R)$$

(a)

$$dq = \rho dV$$

$$Q = \rho_s \int \left(\frac{r}{R}\right) dv$$

$$dV = 4\pi r^2 dr \implies Q = 4\pi \frac{\rho_s}{R} \int_0^R r^3 dr$$

$$Q = 4\pi \frac{\rho_s}{R} \int_0^R r^3 dr = 4\pi \frac{\rho_s}{R} \left[ \frac{r^4}{4} \right]_0^R$$

$$Q = \pi \rho_s R^3$$

b) campo elétrico dentro da esfera

$$\phi = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$q_{int} = 4\pi \frac{\rho_s}{R} \int_0^r r^3 dr = \frac{\pi \rho_s}{R} r^4$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\frac{\pi \rho_s}{R} r^4}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho_s}{4\epsilon_0 R}$$

como

$$\rho_s = \frac{Q}{\pi R^3}$$

então

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r^2}{R^4}$$

