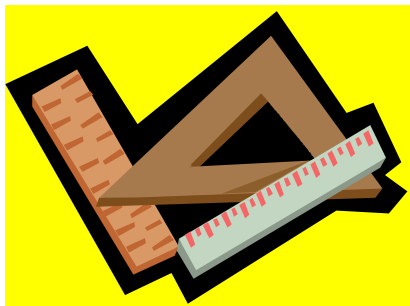
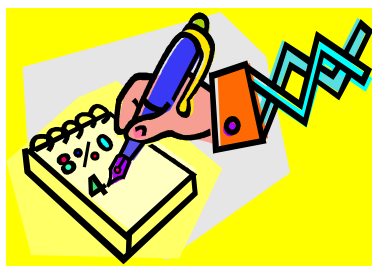


CALCULO

POR EL PROF CESAR GOMEZ M





Llegamos A La Universidad! Acá es donde se nota las fallas del bachillerato, no importa donde te graduastes, los temas están allí y ya. Acá les daré como me esmere en los ejercicios lo mejor de mi en las respuestas, toda mi experiencia y horas de estudio matemático, para que logres en esta humilde guía LA MEJOR PREPARACION

Como me la pidieron en la encuesta aquí tienen la guía de calculo I, Para obtener esta guía respondida debes llamar al 04143320229, depositar en mis cuentas banesco ahorros 01340375913755042918 y mercantil, el precio introductoría de 40 Bs. Su precio normal es de 60 Bs. A mi nombre CI 3824958 para transferencias via Web. Se las enviare respondida a su correo

Los ejercicios fueron cuidadosamente y minuciosamente seleccionados para mantener mi tónica de "tipo examen". Mis guías mas que un libro son una preparación para sus exámenes. Amigo estudiante estas son las herramientas para tu futuro

Para mi la diferencia entre el profesional por Ej. de la Ingeniería, y del profesional taxista es la buena preparación

FUNCIONES E INECUACIONES

INECUACIONES

$$1) x^3 \leq x$$

$$2) (x-1)^2 - (2-x)^2 < 3x+1$$

$$3) \sqrt{2x+3} > 1$$

$$4) \frac{x-1}{x+2} > 0$$

$$5) \frac{2x-1}{x+4} < \frac{x}{x+4} < \frac{x+1}{x+4}$$

$$6) \frac{|x^2 + 5x - 1|}{3x - 1} > 3$$

$$7) \left| \frac{7-x}{x+1} \right| < 3$$

$$8) \frac{|x-7|}{|x-6|} > 3x$$

$$9) \frac{|x+3|}{x^2} > 3$$

$$10) |4-x| + |2x-1| \leq 4$$

$$11) x^2(x-1) > 0$$

$$12) (x-5)^2(x+10) \leq 0$$

$$13) (x-5)^4(x+10) \leq 0$$

$$14) x < \frac{4}{a^2 x}, a > 0$$

$$15) \frac{a}{x} \leq \frac{x}{a}$$

$$16) \frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^4 - 2x^2 + 1} \leq 0$$

$$17) |3 - 5x| \leq 5 - 3x$$

$$18) \left| \frac{x+1}{x+3} \right| > \frac{1}{x}$$

$$19) |3x+1| < 2|x+6|$$

$$20) |x+2| + |x-2| \leq 12$$

FUNCIONES

Introducción. Función afín, función compuesta, función inversa, función en 1 número, función par e impar, periódica o no periódica, paramétricas

Dominio y rango

Grafica

1) Dada la función $\sqrt{x^2 - 1}$ Hallar a) $f(a)$ b) $f(-1)$ c) $f(a-1)$

2) Dada la función $x^2 - 2x$ Hallar a) $f(a)$ b) $f(-\frac{1}{2})$ c) $f(\frac{1}{4})$

3) Dada la función $\frac{1}{x}$ Hallar a) $2f(a+b) - f(a)$ b) $\frac{1}{fa}$ c) $f(a)^2$

- 4) Dada la función $\frac{x}{x-1}$ Hallar a) $f(1/a)$ b) $f(-a)$ c) $f[(a)]$ d) $1/f(a)$
 5) $\log(x+2)$ Hallar a) $f(10^3-2)$ b) $f(-1)$ c) $f(8)$

Función Par E Impar

Decir Si las Sigüientes Son Pares o impares

- 1) $\frac{x}{1+|x|}$
 2) $e^{x^2} + \cos x$
 3) $x \ln\left(\frac{2}{x^2}\right)$

Función Afín:

Determina la función afín en términos de y o en forma general(igualada a 0

- 1) $\frac{x}{3} = -\frac{y}{2}$
 2) $\frac{x}{3} + 2 = -\frac{y}{2} + 2x$
 3) $\frac{2x+1}{2} + 3 = 1 - \frac{x-y}{3}$

Función Compuesta

Hallar (f o g) de

- 1) $\frac{2x-3}{3x}$ halla $f[F(1/2)]$ y $F(fx)$
 2) Si $F(x,y) = \frac{3xy+x}{x+y}$ Halla $f[F(x, 1/x)]$ y $f[F(y, 1/x)]$
 3) Demostrar que si $F(x) = \sqrt{x^2-4}$ y $F(x) = \sqrt{x^2+4}$

$$F(a + 1/a) + f(a - 1/a) = 2a$$

4) Hallar $(f \circ g)$ de $F(x) = x + 1$ y $g(x) = \cos(x^2 - 1)$

5) Hallar $(f \circ g)$ de $F(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ y $g(x) = \cos(x)$

6) Hallar $(f \circ F(1/x))$ de $F(x) = \left(\frac{1-x}{x+1}\right)$

7) Hallar $(f \circ F(-1/x))$ de $F(x) = \frac{3-x}{x-2}$

Función Inversa

1) Hallar de Función inversa de:

a) $Y = \frac{\ln(z+1)}{4}$

b) $Y = \frac{\log(2x+3)}{2}$

c) $y = \sqrt{2 - (2x^2 + 3)^2}$

d) $Y = \left(\sqrt[3]{3}\right)^{x+3} - \sqrt{2}$

e) Deduzca que $F(x) = \frac{x+1}{x-1}$ tiene inversa

Función Periódica

- 1) Calcula el periodo de una función si para cada número real x $f(x+8) = -f(x+1)$
- 2) Sea $f(x+2) = -f(x)$ para cada $x \in \mathbb{R}$. Demostrar que la función es periódica de periodo 4
- 3) ¿Es periódica $\cos x^2$?

Función Paramétrica

- 1) Sea $x(t) = 10t \cos x$ e $y(t) = 10t \sin x - 5t^2$
 - a) Demuestra que la gráfica de la función es una parábola
 - b) Y determina corte de la gráfica con los ejes

Graficar:

$$1) \frac{x}{|X|}$$

$$2) |x^2 - 3|$$

$$3) 2 + \text{sen}(3x - 6)$$

$$4) -2 - e^{x+1}$$

$$5) y = \sqrt{3x + 5}$$

$$6) Y = \sqrt[3]{\frac{x^4}{2x^3 + 1}}$$

$$7) 3 - |X|$$

$$8) 2x + |2 - x|$$

$$9) \frac{x + 1}{x - 1}$$

$$10) \sqrt{\frac{x + 1}{x - 1}}$$

PROBLEMAS

1. En una esfera de radio R se inscribe un cilindro circular recto. Expresar el volumen del cilindro solo en función de su altura.
2. Exprese el área de un triángulo isósceles de base "2b" y altura "h" inscrito en un círculo de radio 4 en función de "h".
3. El ancho "a" de una caja rectangular en tres veces su longitud "L", Y su altura "h" es dos veces su largo. Expresar el volumen V de la caja en función de su altura solamente.

4. Una puerta rectangular cuyo lado superior ha sido sustituido por un semicírculo, tiene un perímetro de 8 metros. Expresar el área de la puerta en función de su ancho x .
5. Expresar V en función de X , siendo V el volumen de una caja sin tapa que se construye a partir de una pieza rectangular de metal de 12×15 unidades; recortando cuadrados iguales de lado x , de cada esquina de la pieza, y doblando el metal hacia arriba para formar los lados de la caja.
6. Dos postes de 12 y 28 m de altura distan entre sí 30 m. Se desea unir los extremos superiores de dichos postes, con un cable que esté fijo en un punto único del suelo entre los postes y a una distancia x del poste de menor altura. Expresar la longitud del cable en función de x , y calcule el dominio de x .
7. Una página rectangular debe contener 96 cm^2 de texto. Los márgenes superior e inferior tienen 3 cm. de anchura y los laterales 2 cm. Expresar el área de la página en función de la variable x , siendo x el ancho del área impresa.
8. Se tiene un alambre de 4 m de longitud y se divide en dos trozos para formar un cuadrado y un círculo. Expresar el área total encerrada en ambas figuras en función de x , siendo x el lado del cuadrado.

DOMINIO Y RANGO

Hallar el dominio y rango de

$$1) \sqrt{\frac{x^2 + 8x + 12}{-x^2 + 5x - 4}}$$

$$2) \lg(-x^2 + 2x + 24)$$

$$3) \lg\left(\frac{4x - 8}{2x + 6}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$4) \frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{x^2 + 3x + 2}$$

$$5) \arccos \sqrt{3 + x}$$

$$6) \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x + 4} + \sqrt[4]{x + 3}$$

$$7) \sqrt{\frac{x^3 - 7x^2 + 10x}{|x - 2|}}$$

$$8) \sqrt{\frac{1 - |x - 1|}{x^2 + 3x + 2}}$$

$$9) \frac{\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - 4}}{x - 3}$$

$$10) \sqrt{(x - 2)^{-1}}$$

Hallar el dominio y rango de estas funciones explícitas

$$1) (x^2 + 1)y^2 - 1 = 0$$

$$2) 9y^2 - x^2y^2 - 1 = 0$$

$$3) xy^3 - x^2 - 2y^3 = 0$$

$$4) xy - x - y + 1 = 0$$

$$5) x^2y^2 - 4xy^2 - 4x + 3y^2 = 0$$

$$6) x^3 + xy^2 - y^2 = 0$$

$$7) (x - 1)(x - 3)y - 3 = 0$$

$$8) x^2y^2 - 4 = 0$$

$$9) x^2 y^2 - x + 2 = 0$$

$$10) y - \sqrt[5]{x^2}$$

LIMITES

Límite en un punto, indeterminación $0/0$, \inf , \sup , trigonométricos que tienden a 1,

Comenzamos con límites en 1 punto, por definición etc., antes de comenzar con las indeterminaciones

Límites En 1 Punto

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} 17$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{14}{x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - x^3 - 2x^2 - 3}{3x^3 - 5x^2 - 3}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} (3x - 1)(5x^2 + 2)$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 2)^2 (x^5 - 1)^3}{\sqrt{x} + 4}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 9^-} \sqrt{x - 9} + 3$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{8x + 1}{x + 3}}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{\frac{4x^3 + 8x}{x + 4}}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0^-} \|x\|$$

- 10) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \|x\|$
- 11) $\lim_{x \rightarrow 4^-} (\|x\| - x)$
- 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x)$
- 13) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\text{cos } x}{1 + \text{sen } x} \right)$
- 14) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[x \cdot \text{sen} \frac{1}{x} \right]$
- 15) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2 \text{sen } x}{3 + \text{sen } x} \right\}$

Por Definición

Encontrar un número ε tal que $0 < |x - x_0| < \varepsilon$ entonces

$$|f(x) - L| < \delta$$

$$1) \frac{1}{2}(x-1)$$

$$2) \frac{x}{x-1}$$

$$3) x^3$$

Limites Indeterminados 0/0

$$1. \lim_{x \rightarrow -b} \left(\frac{x^3 + 2bx^2 + 2b^2x + b^3}{x^3 + b^3} \right)$$

2. 242
al245yel240

$$\lim_{x \rightarrow z} \left(\frac{z^3 - yz^2 - zx^2 + yx^2}{xy + xz - zy - z^2} \right)$$

3.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \left(\frac{2 \cos^2 x + \cos x - 1}{2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1} \right)$$

4.

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{x\sqrt{x} - a\sqrt{a}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} \right)$$

5.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x - 1}$$

6.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 12x + 20}{x^2 - 5x + 6}$$

7.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2x^2 + 5x + 2}{x^2 - 4} \right)$$

8.

$$\lim_{x \rightarrow -a} \left(\frac{x^2 - 5ax - 6a^2}{a^2 - y^2} \right)$$

9.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 - 6x^2 - x + 6}{x - 1} \right)$$

10.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(8 - x^3)}{x^2 - 2t}$$

11.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}} \left(\frac{2x^3 - 10x + 5x^2 - 25}{2x^2 - 11x - 40} \right)$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3} \right)$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^3 - x^2 - x + 1} \right)$$

$$15. \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^4 - 2x - 3}{x + 1} \right)$$

$$16. \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \left(\frac{2x^3 - 10x + 5x^2 - 25}{2x^2 - 11x - 35} \right)$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^3 - 8}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(x+h)^3 - h^3}{x} \right)$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x^4 - 256}{x^2 - 16} \right)$$

$$20. \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{10x^2 + 11x + 3x^3 + 4}{2x^2 + 2x + 2x^3 + 1 + x^4} \right)$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$$

$$22. \lim_{t \rightarrow \frac{3}{2}} \left(\frac{4t-5}{2t-3} - \frac{8t-5}{14t-21} \right)$$

$$23. \lim_{v \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{1}{2+v} - \frac{1}{2}}{v} \right)$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{8-x^3}{x^2-2x} - \frac{(x-2)^3(x^2-3x+2)}{x^4-8x^3+24x^2-32x+16} \right)$$

$$25. \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}}{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}} \right)$$

$$26. \lim_{u \rightarrow 1} \left(\frac{u-1}{\sqrt{u+3}-2} \right)$$

$$27. \lim_{s \rightarrow 7} \left(\frac{s^2-49}{2-\sqrt{s+3}} \right)$$

$$28. \lim_{u \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1+u} - \sqrt{1-u}}{u} \right)$$

$$29. \lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{\sqrt{x^2-9}}{\sqrt{2x^2+7x+3}} \right)$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \sqrt{\frac{3x^2 + 4}{x^2 + 4}}}{x^2} \right)$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x} \right)$$

$$32. \lim_{x \rightarrow 3/2} \left(\sqrt{\frac{8x^3 - 27}{4x^2 - 9}} \right)$$

Limites Infinitos

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^3 - x^2 + 3x + 1}{3x^3 + 2x^2 - x - 7} \right)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{ax^2 + bx + c}{mx^2 + nx + p} \right)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9t^2 - t + 2}{t^2 + 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{x-3}{x+1}}{3 - \frac{2x+1}{x+1}}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x}{\sqrt{x+1}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3 + 2x}}{x + \sqrt{x^2 + 3}}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{(x^2 + 2x)(\sqrt{x} + 3)}{(x + x^3) + (\sqrt[4]{x^3 - 2})} \right]$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^{\sqrt{2}} + 2x}{x^{\sqrt{3}} - x} \right)$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left[\frac{(4x^2 + 2x)}{(1 + x^2)} \right]^{\frac{3x+1}{x^2}} \right]$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{16x^2 + 2x - 1}}{2x + 1} \right)$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 \sqrt{x-2} - x\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x-1}} \right)$$

Limites Infinito menos infinito

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - 1}{2x + 1} - \frac{x^2}{x - 1} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2x + 1}{x} - \frac{x^2}{x - 1} \right)$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2x + 1}{x} - \frac{x^3 - x^2}{x^2 - 2x + 1} \right)$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 2} \right)$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(x+a) - (x+b)} - x \right)$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x - \sqrt{x}} \right)$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(\sqrt{x+1} - \sqrt{x} \right) \left(\sqrt{x} \right) \right]$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 4x} \right) \right]$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + x} - x \right)$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x - 1} \right)$$

$$11) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + ax + b} - \sqrt{x^2 + cd + d} \right)$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2n^2 + 2n - 3} - \sqrt{2n^2 - 3n + 2} \right)$$

$$13) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 3x^2} - \sqrt[3]{x^2 - 2x} \right)$$

$$14) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 8x^2} - x \right)$$

Limites Trigonométricos

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x^2 \operatorname{tg} x}{(\operatorname{sen} 3x)^3} \right)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{sen}^2 x \sqrt{x \operatorname{tg} x}}{2x^2 - \sqrt{1 - \cos x}} \right)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\text{sen}^2 x - \text{sen}^2 a}{x^2 - a^2} \right)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\text{arcsen} 2x \cdot \sqrt{\text{tg} x}}{2x \sqrt{\text{csc} x - \text{ctg} x}} \right)$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos 3x}{2x^2} \right)$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \ln \left(\frac{1 - \cos^2 x}{3x^2} \right)$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} x^3 \cot x \cdot \text{csc} x$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \left(\frac{1 - 2 \cos x}{\text{sen} \left(x - \frac{\pi}{3} \right)} \right)$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\text{tg} x - 1}{x - \frac{\pi}{4}} \right)$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \text{tg} x$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \text{sen} x} - \sqrt{1 - \text{sen} x}}{x}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\text{tg}^3 x - 3 \text{tg} x}{\cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right)}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x + 1}{x - \pi} \right)$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln \cos x}{\operatorname{sen}^2 x} \right)$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \operatorname{tg}^2 x}{\operatorname{sen} x \cdot \ln \cos x} \right)$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1 + \operatorname{tg} x)}{\operatorname{sen} x} \right)$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - e^{\operatorname{tg} x}}{x - \operatorname{tg} x} \right)$$

Limites Logarítmicos

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+2} \right)^{n+2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\ln 3}{n} \right)^n$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2 + \frac{1}{x}}{x+3} \right)^{x+3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\sqrt[x]{\frac{a+x}{a-x}} \right)$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 - 1} \right)^{\frac{x}{2}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x - b^x}{x} \right)$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} \right)$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} (ctgx)^{\frac{1}{\ln \operatorname{sen} x}}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 4}{3x + 2} \right)^{\frac{x+1}{3}}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{2x} - e^2}{x - 1}$$

CONTINUIDAD

ES continua o no y ¿Por qué? Las siguientes funciones:

$$1) \sqrt{x^2 - e^{-x}}$$

$$2) 5 + \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{x} \right)$$

$$3) \frac{e^x}{3 + e^{1-x}}$$

$$4) \ln(1 + |x - 2|)$$

5) Determina a y b de modo que la función sea continua en \mathbf{R}

$$F(x) = \begin{cases} -2\operatorname{sen}x \\ a\operatorname{sen}x + b \\ \cos x \end{cases}$$

Intervalos de definición

$$\text{De } -2\operatorname{sen}x = x < -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{De } a\operatorname{sen}x + b = -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\text{De } \cos x \quad x > \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{aligned} 6) \quad & F(x) = x^3 + 1 \quad \text{Si } x \leq -1 \\ & F(x) = ax + b \quad \text{si } |x| < 1 \\ & F(x) = x^2 + 1 \quad \text{Si } x \geq 1 \end{aligned}$$

7) Determine los intervalos en que son continuas las siguientes

$$\text{funciones } F(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 1}$$

$$8) F(x) = \sqrt{x^2 - x - 12}$$

$$9) \text{ Determinar los puntos de discontinuidad } F(x) = \frac{1}{x - x^3}$$

$$10) F(x) = \frac{3x^2 + |x - 1|}{\sqrt[3]{x + 8}}$$

11) Describe el tipo de discontinuidad que presentan las siguientes funciones y si es evitable en el punto dado defina $f(x)$ de modo de

$$\text{remover la discontinuidad: } F(x) = \frac{9x^2 - 4}{3x - 2} \quad \text{en } a = 2/3$$

$$\begin{aligned} 12) \quad & F(x) = 2 + x \quad \text{si } x \leq 0 \\ & F(x) = 2 - x \quad \text{si } x > 0 \quad \text{en } a = 0 \end{aligned}$$

$$13) F(x) = x^2 - 4 \quad \text{si } x \leq 2$$

$$F(x) = x \quad \text{si } x > 2 \quad \text{en a) } = 2$$

14) Describe el tipo de discontinuidad que presentan las siguientes

funciones $F(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$

15) $F(x) = \frac{x - 1}{\sqrt{1 - x}}$

Derivadas

Algebraicas

1) $x^3 - 2x + 3$

2) $\frac{1}{2x^2}$

3) $4t^5 + 2t^3 + \sqrt[3]{t} - \frac{5}{x^4}$

4) $\frac{3x^2}{\sqrt[3]{x}} - \frac{5x}{\sqrt{x}} + 6\sqrt{x}$

5) $\frac{1}{2}(a^2 - x^2)$

6) $\frac{3}{(a + bx)^3}$

7) $\frac{2}{\sqrt{z^2 - 2}}$

8) $-4\sqrt{x^2 - x + 1}$

$$9) \left[(4 - x^3)^2 - \left(5x + \sqrt[3]{\frac{2}{x^2}} \right) \right]^3$$

$$10) x^3(x^2 - 1)(x + 1)$$

$$11) x(x - a)(x - b)$$

$$12) \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1}$$

$$13) (x^2 + 1)\sqrt{x^2 - 1}$$

$$14) 3(1 + \sqrt{z})z^4$$

$$15) \frac{x^3 - 1}{x - 1}$$

$$16) \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - 1}$$

$$17) \frac{x^3}{4 - x}$$

$$18) \sqrt{\frac{x - 1}{x + 1}}$$

$$19) \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt[3]{1 + x^2}}$$

$$20) \left(\frac{x^3 - 1}{2x^3 + 1} \right)^4$$

Trigonometricas

- 1) $2\operatorname{sen}2x\cos2x$
- 2) $3\operatorname{sen}^4 ax - 2\operatorname{sen}^6 ax$
- 3) $\operatorname{Sen}^2 2\sqrt{x}$
- 4) $\frac{x}{2} + \frac{\cos 2ax}{4a}$
- 5) $\frac{1}{a^2} \cos ax + \frac{1}{a} x \operatorname{sen} ax$
- 6) $\operatorname{Tgx} \cdot \operatorname{sen} 2x$
- 7) $\operatorname{Tgx} \cdot \operatorname{ctgx}$
- 8) $x^{\operatorname{sen} x}$
- 9) $\sec x (x+1)^3$
- 10) $\operatorname{Arc} \operatorname{tg} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)$
- 11) $\operatorname{se} n^n x \cdot \operatorname{sen}^m x$
- 12) $\frac{\operatorname{sen}(\sec a)}{\sec^3 \sqrt{x^3 + 1}}$
- 13) $\frac{1 + 3 \sec x}{\operatorname{tg} x}$
- 14) $\frac{\sec x + \operatorname{tg} x}{\sec x - \operatorname{tg} x}$
- 15) $\sqrt{\frac{1 + \operatorname{sen} 3x}{1 - \operatorname{sen} 3x}}$
- 16) $\operatorname{Ln} \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$

$$17) x^{\cos x}$$

$$18) 2x \operatorname{arctg} 2x - \ln \sqrt{1+4x^2}$$

$$19) x \operatorname{csc}^{-1} \frac{1}{x} + \sqrt{1-x^2}$$

$$20) \frac{a \sin^{-1} \frac{x}{a}}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

Logarítmicas y Trigonométricas

$$1) \ln \frac{x-1}{x+1}$$

$$2) x^{e^x}$$

$$3) 4^x + \lg_4 x$$

$$4) e^{x^2} \ln(x^3 - 1)$$

$$5) \ln(bx\sqrt{b+x})$$

$$6) \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$7) \ln \sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2}}$$

$$8) \lg(\ln x^2)$$

$$9) \ln\left(\frac{2-3x}{2+3x}\right)$$

$$10) \frac{e^{x^2-3}}{\ln x^2}$$

Derivadas Implícitas

$$1. xy + y^2 = 1$$

$$2. xy = (x+y)^2$$

$$3. x^3 + y^3 = 3axy$$

$$4. x^3 - y^3 + 3y = 2$$

$$5. \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{a^2}$$

$$6. \frac{x+y}{x-y} \sqrt{xy} = 4$$

$$7. \ln(2x-y) - \ln(x-2y) + 2 = 0$$

$$8. \ln(x-y) + e^{x-y} + 2 = 0$$

$$9. 2^x \ln y + e^{x+y} - 1 = 0$$

$$10. y^2 \cos x + 2xy = 2$$

$$11. \cos y^2 = \ln(x+y)$$

$$12. e^{xy} = 1 - \cos xy$$

Derivadas sucesivas $\frac{d^2y}{dx}$

1) Normales

2) Paramétricas

3) Implícitas

NORMALES

Hallar la segunda derivada de

$$1. \cos^2 x + \operatorname{tg} x$$

$$2. \ln(x^2 - 1)$$

$$3. \frac{x + 1}{x - 1}$$

$$4. \text{Log}(\text{sen}x)$$

$$5. e^x \cos x$$

$$6. \frac{(2-x)^2}{x}$$

$$7. c(c+1)^3$$

$$8. a^2 \sqrt{ax}$$

$$9. \frac{e^{2x}}{2x}$$

$$10. \ln\left(\frac{2a+1}{2a-1}\right)$$

$$11. e^{\sqrt{x}}$$

$$12. x \ln x$$

Parametricas

$$X = t - t^2$$

$$1) Y = t - \frac{t^4}{4}$$

$$X = \frac{t}{1+t^2}$$

$$2) Y = \frac{1}{1+t^2}$$

$$X = \text{sen}^2 3t$$

$$3) Y = \text{tg}^2 3t$$

$$X = e^t \operatorname{sen} t$$

$$4) Y = e^t \cos t$$

$$X = t \ln t$$

$$5) Y = \frac{\ln t}{t}$$

$$X = e^t$$

$$6) Y = e^{-3t}$$

$$X = 4 \cos t$$

$$7) Y = 4 \operatorname{sen} t$$

IMPLÍCITAS

$$1. x \cos y = 2$$

$$e^{x \ln y} = y + 3$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{sen} 3x + \operatorname{sen} 5x}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\operatorname{sen} x} - \frac{1}{\operatorname{tg} x} \right)$$

$$3. x^2 + 4xy + y^2 + 4 = 1$$

$$4. x^4 - xy + y^4 = 1$$

$$5. xy - 2x = -2y - 3$$

$$6. x^2 y - 2xy + y - x = 0$$

$$7. xy - 2x = -2y - 3$$

$$8. \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$$

$$9. Y = -8\sqrt{x} + 3x - 4x\sqrt{x} + 5$$

10. $\sqrt{xy} = 0$
11. $Y = \cos(x + y)$
12. $\cos y = x + y$
13. $xy + \operatorname{tg}xy = 17$
14. $\operatorname{sen}3x + \operatorname{sen}^23x$
15. $y = x\operatorname{sen}x$

Aplicaciones de las Derivadas

Calculo de límites por L'hospital

1. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a}$
2. $\lim_{z \rightarrow a} \frac{z^n - a^n}{\ln z^n - \ln a^n}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{tg}x}{x^3}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}x^3}{x^4}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{\operatorname{sen}^2x}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{e^x + \operatorname{sen}x}$

7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x} - a^n}{\ln x}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\operatorname{sen} x} - \frac{1}{\operatorname{tg} x} \right)$
9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x^2 - 21x - 45}{x^3 + 6x^2 + 9x}$
10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - 3x^3 + x}{(x-1)^2}$
11. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$
12. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$
13. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{sen} 3x + \operatorname{sen} 5x}{\left(x - \frac{\pi}{2} \right)}$
14. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 2x \cos 3x}{1 + \cos 2x \cos x}$
15. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{sen}^2 x}$
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sen}^2 2x}{x - \cos x}$
17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos 2x} - \sqrt{\cos 3x}}{x^2}$
18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x \operatorname{sen} x} - \sqrt{\cos x}}{x^2}$
19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{\operatorname{tg}^3 x}$

$$20. \lim_{x \rightarrow \pi} \sqrt{\frac{1 + \cos^3 3x}{1 - \cos^2 2x}}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x^2}}{1 - \cos x}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 x - 2 \operatorname{tg} x}{1 + \cos 4x}$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 3x}$$

$$24. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sec 3x}{\sec x}$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x} - 1}{2 \operatorname{sen}^2 x - 1}$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos 3x - \cos x) \operatorname{tg}^2 x}{\operatorname{sen}^2 x \cdot \cos x \cdot \operatorname{tg}^2 2x}$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + \operatorname{sen} x)^{\frac{1}{3}} - 1}{\ln(1 + x)}$$

$$28. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{1/x^2} - 1}{2 \operatorname{arctg} x - \pi}$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\operatorname{ctg} x}$$

$$30. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - \ln(1 + x))$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^3 x - \operatorname{tg}^3 x}{x^4 - \operatorname{sen} x}$$

Tangente, Normal Y Ángulo Entre Curvas

Determine la ecuación de la recta tangente a la curva dada, en el punto indicado

1. $x^3y^2 = 4$ B (x, -2)

2. $Y = (2x + 1)/(1-x)$ H = (2 -5)

3. $3(x^2 + y^2)^2 = 100xy$ P = (3,1)

4. $Y = \text{sen}2x$ P = ($\pi/4$, y)

$$x = \sqrt{2t^2 + 1}$$

5. $y = (2t + 1)^2$ t = 2

6. Hallar la ecuación de la tangente a la parábola $Y = x^2 - 3x + 1$ que forma un ángulo de 135° con la parte positiva del eje X

7. Determinar los puntos de la curva $Y = x \cdot x^{1/2}$ donde la recta tangente a la misma sea paralela a la recta $3x - y + 6 = 0$

8. Hallar coordenadas del punto de la curva $Y = (x-2)^2$ en que la recta tangente a la misma sea perpendicular a la recta $2x - y + 2 = 0$

9. Hallar las ecuaciones de las tangentes a la curva $x^2 + 4x$ que pasan por el punto A (-1, -4)

10. Calcular el punto en que la tangente a la curva $Y = x^3$ trazada desde el punto T (1, -1) corta a la curva nuevamente

11. En que punto la curva $y = x^4$ la normal tiene pendiente 16

12. Hallar las ecuaciones de las rectas que pasan por el origen y son normales a la parábola $4y = 8x^2 - 9$

13. Halla la ecuación de las rectas tangente y normal en el punto P indicado $x^2 + 3xy + y^2 = 5$ (1,1)

14. $y^2 = \frac{x^3}{2a - x}$ (a, a)

15. $Y = \text{sen}xy$ ($\pi/2$, 1)

Crecimiento Y Decrecimiento

Determine los intervalos donde las siguientes funciones son crecientes

1. $y = x^3 - 27x + 36$

2. $y = 4 + \frac{4}{x}$

3. $y = (x - 2)^5 (2x + 1)^4$

4. $y = 1 - \sqrt{x}$

5. $y = \sqrt{|x|}$

6. $y = x|x|$

7. Hallar Intervalos de Decrecimiento $Y = 2x^3 - 3x^2$

8. $y = 5 - \sqrt[3]{x}$

9. $y = \sqrt{16 - x^2}$

10. Después de la ingestión de una medicina su concentración en la sangre (en mg.) es $C = 2t + 0.4t^2 - 0.015t^3$, si t se mide en minutos. Determine el intervalo en el cual crece la concentración de la medicina en sangre

Máximos Y Mínimos e Inflexión

1. $y = x^3 - 6x^2$

2. $y = x^4 - 32x + 48$

3. $y = (x^2 - 9)^2$

4. $Y = 2x - \frac{a^3}{x^2}$

5. $y = 3\sqrt[3]{x^2} - 2x$

$$6. \quad y = x + \sqrt{1-x}$$

$$y = x - \cos x$$

$$7. \quad \text{desde } [0, 2\pi]$$

$$8. \quad y = 2x - \tan x \quad \text{Para todo } x$$

$$9. \quad y = xe^{-x} \quad \text{Para todo } x$$

$$10. \quad y = \sqrt{16 - (x-2)^2}$$

$$11. \quad y = e^x \sin^2 x \quad \text{desde } [0, 2\pi]$$

$$12. \quad y = (x-1)x^{-2} \quad \text{para } x > \frac{1}{2}$$

$$13. \quad y = e^x + e^{-x} \quad [-1, 1]$$

$$14. \quad y = x^4 - 2x^3 \quad [-1, 2]$$

$$15. \quad y = \frac{x-1}{x-2} \quad [0, 3]$$

Grafica de curvas

Grafique indicando crecimiento y decrecimiento, asuntotas, concavidad e inflexión, máximos y mínimos y simetrías

$$1. \quad \frac{1}{x-5}$$

$$2. \quad \frac{1}{x^2+1}$$

$$3. \quad \frac{x^2}{1-x^2}$$

$$4. \quad \frac{x^3}{(x^2-4)}$$

$$5. \quad \frac{x^2}{(x-2)^2}$$

$$\frac{1}{2+3^{1/x}}$$

$$6. \quad \frac{x^2}{1-x}$$

$$7. \quad e^{-x}$$

$$8. \quad e^{x^2}$$

$$9. \quad e^{x^{-1}}$$

$$10. \quad \frac{e^x}{x-1}$$

$$11. \quad x^3 e^{-x}$$

$$12. \quad \frac{x}{\ln x}$$

$$13. \quad \frac{x}{\sqrt{x-5}}$$

$$14. \quad \frac{x}{\sqrt{5-x}}$$

$$15. \quad \sqrt{x^2-4}$$

$$16. \quad x \ln|x|$$

$$17. \quad \frac{1}{2+3^{1/x}}$$

$$18. \quad x + \sin x$$

19. $(1 + x^2)e^{-x^2}$

20. $x^2 - xy - y + \operatorname{sen}x$

Optimización O Máx. Y Min. Condicionados

1. Halla las dimensiones del triángulo isósceles de 30 metros de perímetro que tiene área máxima
2. Calcula el rectángulo de mayor área y lados paralelos a los ejes coordenados que puede inscribirse en la elipse $4x^2 + y^2 = 1$
3. Halla las dimensiones del cono recto que puede inscribirse en una esfera de diámetro 8 cm.
4. Halla las dimensiones del rectángulo de área máxima que puede inscribirse en el semicírculo $x^2 + y^2 - 25 = 0$
5. Si la suma de dos números positivos es 36, determinar el mayor valor de la suma de sus raíces cúbicas.
6. Sean: x e y dos números positivos y K una constante positiva. ¿Cuál es la relación entre x e y si: a) $2x + y = K$, $Y. x^2 + y^2$ es mínimo? B) $2x^2 + y^2 = K$, $y, x + y$ es máximo?
7. Un segmento rectilínea de 20 cm. de longitud debe quedar en el primer cuadrante y debe terminar en los ejes coordenadas. Localizar la recta, en posición inclinada con respecto a los ejes, tal que su distancia al origen de coordenadas, sea máxima.
8. Encontrar el área del mayor triángulo isósceles con perímetro de 18 cm.
9. Calcular las dimensiones del triángulo isósceles de área mínima que se puede circunscribir a un círculo de radio.

10. Determinar las dimensiones del triángulo isósceles, de área mínima que se puede circunscribir a un cuadrado de lado L
11. Determinar las dimensiones del rectángulo de área mínima que se puede construir si tiene un lado sobre el eje OX y los dos vértices opuestos en las rectas: $x-2y+12=0$, $y, x+y-6=0$
12. Determinar las dimensiones del rectángulo de área máxima que tiene su base inferior sobre el eje X y sus otros dos vértices en la curva: $y = 12 - x^2$
13. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo que producen el cilindro de máximo volumen?
14. Un terreno de forma rectangular de 216 Ha. Debe cercarse y dividirse en 2 partes iguales por otra cerca paralela a 1 de sus lados. ¿Cuáles son las dimensiones de los lados para usar la menor cantidad de cerca posible?
15. Se desea cercar un área de 1600 m². En dos lados opuestos se usará un tipo de cerca que cuesta Bs. 10 el metro lineal; y en los otros dos lados, otro tipo de cerca más resistente que cuesta 20 Bs. El metro. Encuentra las dimensiones del rectángulo cercado, con el área indicada, que requiere el menor costo posible.
16. De todos los cuadrados que pueden inscribirse en un cuadrado de lado L ¿Cuál es la longitud del cuadrado de área mínima?
17. El consultorio del Dr. García está formado por una habitación rectangular con semicírculo en dos de los extremos. Si la habitación ha de tener un perímetro de 200 m. Hallar las dimensiones que harán la región rectangular máxima.

18. Una caja hecha de alambre esta compuesta de dos cuadrados idénticos cuyos vértices se unen con 4 alambres rectos de igual longitud. Si la armazón de la caja debe hacerse con un alambre de longitud L . ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la caja para que tenga el mayor volumen posible?
19. Un recipiente rectangular cerrado de base cuadrada debe tener un volumen de 1000 cc. Si el costo de las partes superior e inferior por cm^2 es el doble que el de los lados, calcular las dimensiones del recipiente de menor costo.
20. Se quiere construir un envase cilíndrico de volumen V abierto en su parte superior. Si el material del fondo cuesta 3 veces mas que el lateral, determinar la relación de las dimensiones del envase para que su costo sea mínimo
21. La iluminación en un punto es inversamente proporcional al cuadrado de su distancia al foco luminoso, e inversamente proporcional a la intensidad del foco y al coseno del ángulo formado por el rayo de luz y la normal a la superficie iluminada. Determinar a que altura se debe poner un bombillo sobre el centre de una mesa redonda para que la iluminación sea máxima en el borde

Razón de Cambio

1. Una barquilla de radio 3cm y altura 6 cm. Se llena de liquido a razón de 1 ml/seg.; ¿con que rapidez sube el helado cuando la barquilla se encuentra llena por la mitad de su altura?
2. Un papagayo vuela a 70 mts de altura y a 129 m de un niño que en ese instante suelta la cuerda a velocidad de 2 m/seg. Si el viento eleva el papagayo a 3 m/seg. ¿cual es la velocidad horizontal del viento?
3. Calcular la razón de cambio promedio del área de un cuadrado cuando el lado cambia de 4 a 4,3 cm.: y determinar

la rapidez de cambio instantánea de dicha área cuando el lado tiene una longitud de 4 cm.

4. Determinar la rapidez de cambio instantánea de un balón esférico respecto al área de su superficie
5. El área total de un cilindro circular recto de radio R y de altura H viene dada por la ecuación $A = 2\pi R^2 + 2\pi RH$. Si el área es constante halla DR/DH
6. Una persona observo que el radio de una bola que se derretía era $R = 4 - 0,04t$ cm. Si t es el tiempo en minutos. Determinar la rapidez de cambio del volumen respecto al tiempo al cabo de 1 hora
7. Si la ecuación de la trayectoria de un cuerpo es de $S = (2t+3)^2$ hallar a) la velocidad media del recorrido entre $t = 3$ y $t = 7$ b) velocidad instantánea a los 5 seg. c) y a los 7 seg?
8. El ángulo en el vértice opuesto a la base de un triángulo isósceles, si sus lados iguales miden 100cm aumenta a razón de 0,1 radian/minuto. Con que rapidez aumenta el área del triángulo cuando el ángulo en dicho vértice mide $\pi/3$
9. Cuanto varia el área de un triángulo equilátero con relación a su perímetro cuando el lado mide 6 cm?
10. Un alambre de 12 cm. Se dobla para formar un triángulo isósceles. ¿ cuanto varia el área del triángulo con respecto a la longitud de la base si el triángulo es equilátero
11. un rectángulo se expande manteniendo su longitud el doble de su ancho. Si el perímetro aumenta su longitud
12. Las dimensiones de 1 deposito en forma de prisma rectangular son 8m de largo 2m de ancho y 4m de profundidad, Si se llena de agua a razón de $2 \text{ m}^3/\text{min}$. Calcula la variación de la altura respecto al nivel con respecto al tiempo si la profundidad es de 1 m
13. De una lamina rectangular de dimensiones 80 x40 cm. Se hace una caja sin tapa. ¿Cómo varia el volumen de la caja con respecto al área de la base si su área es de 1200 cm^2 ?
14. Un globo esférico de radio R esta lleno de aire y comienza a perderlo. ¿ Como varia el volumen del globo respecto a su área cuando ambos valores sean numéricamente iguales?
15. La cubierta de un silo tiene la forma de un hemisferio de 6m de diámetro. En dicha cubierta se deposita 1 capa de hielo de 5 cm. De espesor que con el calor disminuye a razón de 0,5

- cm./hora. ¿Cuál es la razón de cambio del volumen de hielo que recubre la recámara?
16. La altura de un cilindro circular recto es constantemente igual a tres veces el radio y este último aumenta de manera uniforme. Si cuando el radio es igual a 6m el volumen crece a razón de $1 \text{ m}^3/\text{min}$. hallar la variación del volumen del cilindro cuando el radio es igual a 36
 17. un cilindro de acero de radio R y altura H es hueco a lo largo de todo su eje con un radio r . Si los radios R y r aumentan a razón de 2 cm./min . Y H disminuye a razón de 3 . ¿Cuál es la razón de cambio cuando $R = 7 \text{ cm}$. $r = 4 \text{ cm}$ y $H = 5 \text{ cm}$
 18. Se deja caer arena a razón de $3 \text{ m}^3/\text{min}$. Formando una pila cónica cuyo diámetro de la base es 3 veces la altura. ¿Con que velocidad crece la altura cuando es igual a 4 m ?
 19. Un avión se eleva con una velocidad de 500 Km./h , formando con la horizontal un ángulo de 30° . ¿Con que rapidez el avión esta ganando altura?
 20. Una persona permanece en una carretera recta a 1 km de la vía del tren que cruza la carretera en ángulo recto. Si el tren viaja a 80 Km./h . ¿Con que razón esta cambiando la distancia entre el observador y la maquina cuando la maquina esta a 2 km pasado el cruce?
 21. Juanito observa desde el suelo, con un telescopio, un avión que se aproxima con una velocidad de 10 Km./min . Y a una altura de 7 Km . ¿Con que razón esta cambiando el ángulo del telescopio cuando la distancia entre el avión y Juanito es de 24 Km ? Y ¿Con que razón dicho ángulo cuando el avión pasa por la vertical frente al niño?

