LISTA L2 RESPONDIDA (sem o 2.5)

L2.1) (F1.8) O índice de refração de uma certa substancia hipotética varia inversamente com a velocidade no vácuo, ou seja: **n** = **A**/λ_0 . Demonstre que a velocidade de grupo para todo comprimento de onda vale a metade que a velocidade de fase. Parta das fórmulas básicas, não utilice fórmulas sem demonstração.
Rta.:

$$u_g = \frac{dw}{dk} = \frac{d(ku_f)}{dk} = u_f + k\frac{du_f}{dk} = u_f + k\frac{du_f}{dn}\frac{dn}{dk} = u_f + k\,a\quad b \qquad (1)$$

calculamos a derivada α por:

$$n = \frac{A}{l_o} = \frac{Ak}{2pn} \quad \to \quad n = \sqrt{\frac{Ak}{2p}} = \left(\frac{A}{2p}\right)^{\frac{1}{2}} k^{\frac{1}{2}} \quad \to \quad a = \frac{dn}{dk} = \left(\frac{A}{2p}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} k^{-\frac{1}{2}} \qquad (2)$$

e a derivada β por:

$$u_f = \frac{w}{k} = \frac{l}{T} = \frac{l_o}{nT} = \frac{c}{n} \quad \to \quad b = \frac{du_f}{dn} = \frac{d}{dn}\left(\frac{c}{n}\right) = -\frac{c}{n^2} = -\frac{u_f}{n} \qquad (3)$$

Tendo assim:

$$u_g = u_f - k\frac{1}{2}\left(\frac{A}{2p}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{u_f}{n} k^{-\frac{1}{2}} = u_f\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{A}{2p}\frac{2p}{l\,n}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = u_f\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{A}{l_o}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \frac{u_f}{2} \quad c.q.d.$$

L2.2) (F1.9) Duas ondas tem frequências e comprimentos de onda de valores muito próximos, ν e ν+Δν , λ **e** λ+Δλ respectivamente. Demonstre que as proporções |Δν/ν| e |Δλ/λ| são aproximadamente iguais.
Rta.:

$$\frac{\Delta w}{w} = \frac{\Delta f}{f} \qquad f = \frac{u}{l} \longrightarrow \Delta f = \frac{u}{l_-} - \frac{u}{l_+} = u\left(\frac{l_+ - l_-}{l_+ l_-}\right) = u\frac{\Delta l}{l_+ l_-}$$

$\frac{\Delta f}{f} = \frac{u}{(u/l)}\frac{\Delta l}{l_+ l_-} = \frac{l\Delta l}{l_+ l_-} \approx \frac{\Delta l}{l}$ que sería equivalente a tomar uma aproximação diferencial.

L2.3) (F2.6) Seja o vetor elétrico dado pela expressão:

E = E_O [**î** cos(kz-ωt) + ^j cos(kz-ωt) +φ)]

ou sua forma complexa equivalente: **E** = E_o (**î** + ^j b $e^{i\varphi}$) $e^{i(kz-\omega t)}$
Faça diagramas que ilustrem o tipo de polarização nos seguintes casos:
a) φ = 0 , b = 1

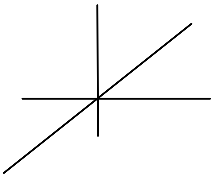
b) $\varphi = 0$, $b = 2$
c) $\varphi = \pi/2$, $b = -1$
d) $\varphi = \pi/4$, $b = 1$

(O sentido do movimento das polarizações se encontra graficando duas posições sucessivas.)

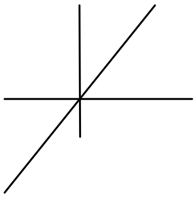
Rta.:
a) $\mathbf{E} = E_o \cos(kz-\omega t)\,(\hat{\imath} + \hat{j})$ portanto temos polarização linear a 45^0.
b) $\mathbf{E} = E_o \cos(kz-\omega t)\,(\hat{\imath} + 2\hat{j})$ polarização linear a 63^0 do eixo das **x**.
c) $\mathbf{E} = E_o\,[\hat{\imath}\cos(kz-\omega t) + \hat{j}\cos(kz-\omega t)]$ polarização circular a direita.
d) $\mathbf{E} = E_o\,[\hat{\imath}\cos(kz-\omega t) + \hat{j}\cos(kz-\omega t+\pi/4)]$ polarização elíptica a esquerda.

O sentido de movimento das polarizações se encontra graficando duas posições sucessivas.

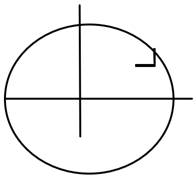
a)



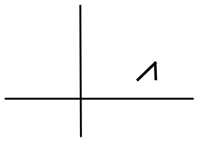
b)



c)



d)



L2.4) (F2.10) Mostre por meio das matrizes de Jones que somente podemos obter luz circularmente polarizada se colocamos o polarizador antes da placa quarto de onda, e não ao contrário.
Rta.:

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -i & -i \end{pmatrix} \;;\quad M_{POL} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\;;$$

$$M_{POL} \cdot M_{\lambda/4} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -i & -i \end{pmatrix}$$

portanto:

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -i & -i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \frac{(A+B)}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$ representa polarização circular direita.

sendo:

$$M_{l/4} \bullet M_{POL} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -i \\ 1 & -i \end{bmatrix}$$

temos:

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -i \\ 1 & -i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{(A-iB)}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$ que não é circular.

Também não conseguimos luz circular repetindo o procedimento acima usando matrizes de polarização com eixos a 0^0 e a 90^0.

L2.5)