

F 641

L1 RESPONDIDA Prof. Lunazzi 2º sem. 2001

**L1.1)** Quanto deverá aumentar o tempo de exposição de uma radiografia quando a fonte é afastada 1,5 vezes respeito de sua distância original?. Quanto será assim reduzido o diâmetro do círculo de nitidez?. Obs.: considere que a energia recebida  $I \times t$  deve resultar sempre igual, onde  $I$  = intensidade luminosa e  $t$  = tempo de exposição.

**Rta.: (1p)** (JL 2)

$$I_1 = I_0/d^2 \quad ; \quad I_2 = I_0/d^2 + (1+1,5)^2 = I_1/6,25 \quad \text{--->} \quad t_2 = 6,25 t_1$$

$$c_1 = (i-o) \Delta F/o = d \Delta F/o \quad ; \quad c_2 = d \Delta F/2,5 o \quad \text{--->} \quad c_2 = c_1/2,5 = 0,4 c_1$$

**L1.2)** Explique como funciona a mágica de fazer sumir a sombra de um alfinete sendo projetada por uma lâmpada de filamento reto.

**Rta.: (1p)** Para mostrar o alfinete deve-se colocar o filamento paralelo a ele, porque assim a extensão menor da fonte dará mais nitidez na direção que é necessária, a de detalhes mais pequenos (largura do alfinete). Para não ver a sombra do alfinete, giramos ao filamento de  $90^\circ$ , dando pouca nitidez na direção que antes tinha nitidez. A mão que segura, por ter largura considerável nas duas direções transversais, poderá ser reconhecida na sombra nos dois casos.

**L1.3)**

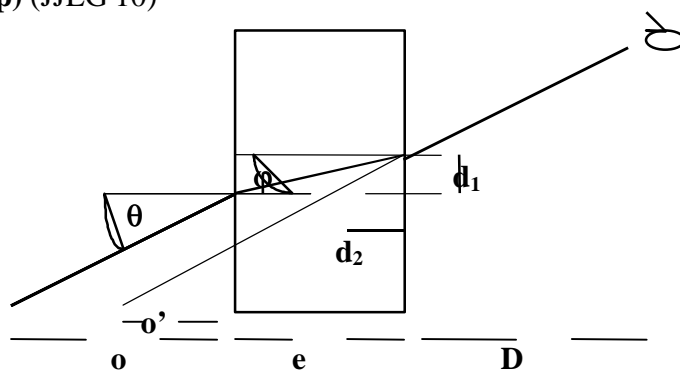
a) Obtenha a fórmula que dá a posição  $o'$  do ponto imagen (virtual) de um objeto posicionado à distância  $o$  de uma lâmina de faces plano-paralelas de espessura  $e$ . Não utilize aproximações senão na fórmula final. Chame  $D$  a distância entre o olho e a lâmina.

b) Faça um gráfico em papel milimetrado ou por computador mostrando a posição da imagen paraxial e uma posição de imagen não paraxial diferenciada da anterior.

c) Coloque dois pontos objeto transversalmente a 1mm de distância e calcule o aumento lateral da imagem.

**Rta.: (1,5p)** (JL 10)

a)



$$d_1/e = \operatorname{tg} \phi = \operatorname{tg} \{ \arcsen[(\operatorname{sen} \theta) / n] \} \quad ; \quad d_1/d_2 = \operatorname{tg} \theta$$

$$o - o' = e - d_2 = e - d_1/\operatorname{tg} \theta = e - e \operatorname{tg} \phi / \operatorname{tg} \theta =$$

$$e \{ 1 - \{ \operatorname{tg} \arcsen[(\operatorname{sen} \theta) / n] \} / \operatorname{tg} \theta \} \approx e \{ 1 - [\operatorname{tg} \arcsen(\theta / n)] / \operatorname{tg} \theta \} \approx$$

$$\approx e \{ 1 - [\operatorname{tg}(\theta / n)] / \operatorname{tg} \theta \} \approx e \{ 1 - (\theta / n) / \theta \} = \boxed{e (1 - 1/n)}$$

b)

c) O aumento longitudinal é 1, já o transversal, pelo fato de a posição ter mudado para mais perto do observador, é maior que 1 e vale: ....(CALCULAR)

**L1.4** Localize a imagem de um objeto posicionado:

a) a 1,2m do vertice de uma bola de cristal de 20cm de diâmetro e  $n = 1,5$ .

b) a 2 cm do mesmo vertice.

Faça um esquema dos raios.

POSSIBILIDADES:

1) Adendo: Use a equação dos dióptricos conservando os símbolos, somente coloque os valores numéricos no fim do cálculo. Calcule o aumento. Sugiro usar a notação seguinte:

$o_1$  = distância objeto,  $i_1$  = distância da primeira imagem

2) Adendo: calcule o aumento.

Obs.: Pode ser feito por alguma das duas maneiras: determinando a posição dos planos principais, como no exercício 10.2 do Fowles ou usando a equação dos dióptricos. Escolha uma ou, melhor, faça pelas duas para poder verificar.

**Rta.:** (1,5p) (H-Z 5.4) para planos principais:

$$f^1 = (n-1) \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n-1)d}{n R_1 R_2} \right]; \quad h_{1,2} = -\frac{f(n-1)d}{n R_{2,1}}$$

Os planos estão no centro, como corresponde para que o raio que passa pelo centro salga sem desvio, e focos a  $cm$  dos vértices, a cada lado. **O mesmo, pelas eqs. dos planos principais daria:  $f=15$**

**Rta.:** (por dióptricos)

Pela equação das imagens de um dióptrico temos:

$$\frac{1}{o_1} + \frac{1,5}{i_1} = \frac{0,5}{R} \rightarrow \frac{1,5}{i_1} = \frac{1}{2R} - \frac{1}{o_1} = \frac{o_1 - 2R}{2 o_1 R} \rightarrow \underline{i_1 = \frac{3 o_1 R}{o_1 - 2 R}}$$

Tomando esta imagem como objeto teremos:

$$\frac{1,5}{i_1 - 2R} + \frac{1}{i_2} = \frac{-0,5}{-R} \quad \text{ou seja:} \quad \frac{1,5}{\frac{3 o_1 R}{o_1 - 2R} - 2R} - \frac{0,5}{R} = \frac{-1}{i_2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{i_2} &= +1 - \frac{1,5(o_1 - 2R)}{3R o_1 - 2R o_1 + 4R^2} = \frac{-1}{2R} - \frac{1,5(2R - o_1)}{R o_1 + 4R^2} \\ &= \frac{-R o_1 + 4R^2 - 3R(2R - o_1)}{2R(R o_1 + 4R^2)} = \frac{-R o_1 + 4R^2 - 6R^2 + 3o_1 R}{2R^2 o_1 + 8R^3} \\ &= \frac{-2R + 4o_1}{2R o_1 + 8R^2} = \frac{-R + 2o_1}{R(o_1 + 4R)} \rightarrow \boxed{i_2 = \frac{R(o_1 + 4R)}{2o_1 - R}} \end{aligned}$$

Vemos que para acontecer  $i_2 < 0$  devemos ter  $o_1 < R/2$ . Temos é um polo nesse valor que envia a imagem para o infinito, mudando de sinal ao sair dele para um lado ou o outro.

e que para  $o_1 = 0$  resulta  $i_2 = -4R$ .

Para  $R = 10$ ,  $o_1 = 120$  temos  $i_2 = 6,96$

dando  $M_1 = i_1/o_1 = 0,3$ ;  $M_2 = i_2/o_2 = -0,43 \rightarrow M_T = M_1.M_2 = -0,13$

Para  $R = 10$ ,  $o_1 = 2$  temos  $i_2 = -70$

e  $M_1 = -1,66...$ ;  $M_2 = -3 \rightarrow M_T = 5$

**L1.5)** Escreva uma expressão para a espessura  $e$  de uma lente duplamente convexa de maneira que sua distância focal resulte infinita. Suponha  $|r_1| = |r_2| = r$ . Tente explicar seu funcionamento pelo esquema de traçado dos três raios principais.

**Rta.:** (1,5p) (H-Z 6.3)

A expressão da distância focal de uma lente resulta (F10.11 corrigida) (H-Z 6.2):

$$f = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{(n-1)t}{nr_1 r_2} \right)^{-1} = 0$$

assumido  $n = 1,5$

$$\infty = (0,5)^{-1} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{0,5t}{1,5r_1 r_2} \right)^{-1} = 2 \left( \frac{1}{|r_1|} + \frac{1}{|r_2|} - \frac{0,5t}{1,5|r_1 r_2|} \right)^{-1} \rightarrow 0 = \frac{2}{r} - \frac{0,5t}{1,5r^2} \rightarrow 2 = \frac{t}{3r} \rightarrow t = 6r$$

Onde usamos o caso  $r_1 = r_2 = r$ . Utilizando as expressões para dióptricos vemos que a distância focal imagem da primeira interface e a focal objeto da segunda valem  $3r$ , o que indica que para um objeto no infinito, a primeira imagem cairá no foco da segunda superfície, dando imagem final no infinito (sistema telescópico). Faltaria verificar o traçado de raios para objetos a distância finita. O aumento da imagem deveria ser sempre 1 na simetria do caso  $r_1 = r_2 = r$ , e podemos esperar encontrar uma inversão de imagem, e um deslocamento igual à distância entre planos principais.

**L1.6)** Determine a distância focal e as posições dos planos principais para uma lente feita de uma esfera de vidro de raio  $r$  e índice  $n$ . Adendo: Comente o resultado.

**Rta.:** (1p) (F10.2)

Os planos principais caem sempre no centro da esfera, o que seria uma consequência, mais do que das fórmulas, da simetria do problema, pois todo raio que apontar ao centro passa sem desvio, o que é uma das condições a serem cumpridas pelos dois planos principais.

$$f = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{(n-1)t}{nr_1 r_2} \right)^{-1} = (n-1) \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R} - \frac{(n-1)t}{nR^2} \right)^{-1} =$$

$$= (n-1)^{-1} \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R} - \frac{(n-1)t}{nR^2} \right)^{-1} = (\text{para } n=1,5) = 2 \left( \frac{2}{R} - \frac{2R}{3R^2} \right)^{-1} = R \left( 1 - \frac{1}{3} \right)^{-1} = 1,5 R$$

**L1.7)** Use o método da matriz dos raios para provar a eq.10.7 .

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

**Rta.: (1p)** (F 10.4)

**L1.8)** Use o método da matriz dos raios para obter a distância focal de uma lente espessa, equação 10.11.

**Rta.: (1,5p)**(F10.5)

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{r_2} & \frac{n_2}{n_1} - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{r_1} \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right) & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{r_2} & \frac{n_2}{n_1} - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 + \frac{t}{r_1} \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right) & t \frac{n_1}{n_2} \\ \frac{1}{r_1} \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right) & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} 1 + \frac{t}{r_1} \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right) & t \frac{n_1}{n_2} \\ \frac{1}{r_2} \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left[ 1 + \frac{t}{r_1} \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \right] & 1 + \frac{t}{r_2} \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \end{bmatrix} \quad \text{tendo que: } \begin{pmatrix} \mathbf{r}_2 \\ \mathbf{q}_2 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{q}_1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{q}_2 \approx \frac{f_2}{f} \approx \frac{\mathbf{r}_1}{f} \quad \mathbf{q}_2 = (1-n) \left[ -\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1} + \frac{t(1-n)}{nr_1 r_2} \right] \mathbf{r}_1 + \left[ 1 - \frac{t(1-n)}{nr_2} \right] \mathbf{q}_1$$

para raios que vem do infinito,  $\theta_1 = 0$  ;

$$\mathbf{q}_2 \approx \frac{\mathbf{r}_1}{f} = (1-n) \left[ -\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1} + \frac{t(1-n)}{nr_1 r_2} \right] \mathbf{r}_1 \rightarrow \frac{1}{f} = (1-n) [c.q.d]$$