61. Dispondo de certo capital, um investidor fez as seguintes aplicações durante um ano:

- aplicou 25% do capital na bolsa de valores, que lhe rendeu 30% de lucro;

- aplicou um quarto do capital em um fundo de investimentos e, nesta aplicação, teve um prejuízo de 25%;

- aplicou o restante do capital na poupança, que lhe rendeu 10% de lucro.

Nesse contexto, é correto afirmar que, relativamente ao capital aplicado, o investidor:

A) teve um lucro de 40%.
B) teve um prejuízo de 5,25%.
C) teve um lucro de 6,25%.
D) não teve lucro nem prejuízo.
E) teve um lucro de 20%.

$fazendo\ \boxed{C = 100\ reais}$

$teriamos:$

$25\%\ de\ 100 = 25\ reais$

$\Rightarrow 25 + 30\% = 25 \cdot 1{,}3 = \boxed{32{,}5\ reais}$

$\frac{1}{4}\ de\ 100 = 25\ reais$

$\Rightarrow 25 - 25\% = 25 \cdot 0{,}75 = \boxed{18{,}75\ reais}$

e

$100 - 25 - 25 = 50\ reais$

$\Rightarrow 50 + 10\% = 50 \cdot 1{,}1 = \boxed{55\ reais}$

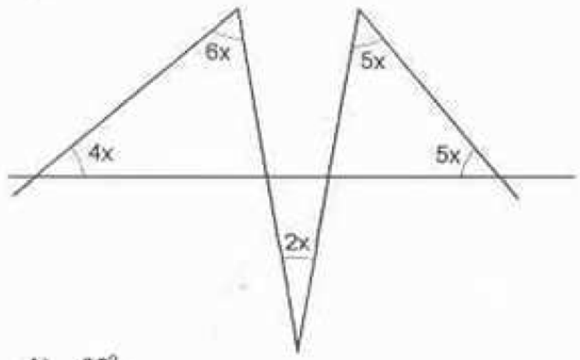
$somando\ tudo:$

$32{,}5 + 18{,}75 + 55 = 106{,}25$

$\Rightarrow 106{,}25 - 100 = 6{,}25$

$\therefore \boxed{+6{,}25\%} \Rightarrow \boxed{C}$

62. Na figura abaixo, as medidas de alguns ângulos são dadas, em graus, em função de x. Então, o valor de x é:



A) 36°
B) 24°
C) 18°
D) 12°
E) 10°

$$\begin{cases} 4x + 6x + \beta = 180 \Rightarrow \boxed{10x + \beta = 180}\ eq1 \\ 2x + 2\beta = 180\ \boxed{\div 2} \Rightarrow x + \beta = 90 \Rightarrow \boxed{\beta = 90 - x}\ eq2 \end{cases}$$

$substituindo\ eq2\ em\ eq1:$

$10x + \beta = 180$

$10x + 90 - x = 180$

$9x = 90$

$\boxed{x = 10^o} \Rightarrow \boxed{E}$

63. Entre 1995 e 2007, o faturamento dos restaurantes no Brasil passou de 12 bilhões de reais para 48 bilhões de reais. Se admitirmos um crescimento percentual anual, constante e cumulativo, a partir de 1995, em relação ao ano anterior, qual será o faturamento em 2013, em bilhões de reais?

A) 96
B) 90
C) 84
D) 78
E) 72

$cumulativo \Rightarrow \boxed{juros\ compostos}$

$\boxed{M = C(1+i)^n}$

$n = 2007 - 1995 = 12$

$C = 12\ bi$

$M = 48\ bi$

$2013 = bi?$

$$M = C(1+i)^n \Rightarrow 48 = 12(1+i)^{12} \Rightarrow \frac{48}{12} = (1+i)^{12} \Rightarrow$$

$$4 = (1+i)^{12} \Rightarrow 1+i = \sqrt[12]{4} \Rightarrow \boxed{1+i = \sqrt[6]{2}}$$

$\therefore 2013:$

$$n = 2013 - 2007 = 6 \Rightarrow M = C(1+i)^n \Rightarrow M = 48(1+i)^6 \Rightarrow$$

$$M = 48(\sqrt[6]{2})^6 \Rightarrow M = 48 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{M = 96\ bi} \Rightarrow \boxed{A}$$

64. O jogo da Mega Sena sorteia 6 dentre os números de 1 até 60. Quantas vezes maior é a chance de ganhar de um jogador que aposta 10 números, em relação a um outro jogador que aposta 8 números?

A) 20 vezes
B) 15 vezes
C) 7 vezes e meia
D) 6 vezes
E) 5 vezes e meia

qtd de apostas para 10 numeros:

$$C_{10,6} = \frac{10!}{6!\cdot(10-6)!} \Rightarrow C_{10,6} = \frac{10 \cdot \cancel{9}^{3} \cdot \cancel{8} \cdot 7 \cdot \cancel{6!}}{\cancel{6!} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_{10,6} = 210}$$

qtd de apostas para 8 numeros:

$$C_{8,6} = \frac{8!}{6!\cdot(8-6)!} \Rightarrow C_{8,6} = \frac{\cancel{8}^{4} \cdot 7 \cdot \cancel{6!}}{\cancel{6!} \cdot \cancel{2} \cdot 1} \Rightarrow \boxed{C_{8,6} = 28}$$

dividindo:

$$\frac{210^{\div 7}}{28} = \frac{30}{4} = \boxed{7{,}5} \therefore \boxed{7\ vezes\ e\ meia} \Rightarrow \boxed{C}$$

65. Se hoje é domingo, qual será o dia da semana, passados 100 dias a partir de hoje?

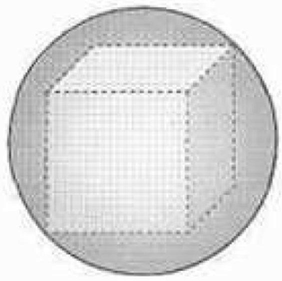
A) segunda-feira
B) terça-feira
C) quarta-feira
D) quinta-feira
E) sexta-feira

$$\frac{100}{7} = 14\ e\ resta\ 2$$

$$\Rightarrow 14\ semanas\ completas\ e\ +\ 2\ dias$$

$$\therefore dom + 2dias = \boxed{terça} \Rightarrow \boxed{B}$$

66. Qual o volume do cubo que tem todos os vértices em uma superfície esférica de raio 3cm?



A) $24\sqrt{3}\ cm^3$
B) $18\sqrt{3}\ cm^3$
C) $24\sqrt{2}\ cm^3$
D) $28\sqrt{2}\ cm^3$
E) $48\ cm^3$

se o raio $= 3 \Rightarrow$ *a diagonal do cubo* $= 6$

como o Volume $= l^3$

e $d = l\sqrt{3}$

$$\Rightarrow 6 = l\sqrt{3} \Rightarrow l = \frac{6}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore V = l^3 \Rightarrow V = \left(\frac{6}{\sqrt{3}}\right)^3 \Rightarrow V = \frac{6^3}{\sqrt{3^3}} \Rightarrow V = \frac{216}{\sqrt{3^2 \cdot 3}}$$

$$V = \frac{216}{3\sqrt{3}} \Rightarrow V = \frac{72}{\sqrt{3}}$$

racionalizando:

$$V = \frac{72}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Rightarrow V = \frac{72\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \boxed{V = 24\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{A}$$

67. Quantas soluções, no conjunto dos números reais, a equação $|x| + |x - 1| = 3$ admite?

A) Nenhuma
B) Uma
C) Duas
D) Três
E) Quatro

faremos as possibilidades com as variaçoes de sin

para o primeiro positivo e o segundo negativo:

$x - x + 1 = 3 \Rightarrow 1 = 3 \rightarrow impossivel$

para o primeiro negativo e o segundo positivo:

$-x + x - 1 = 3 \Rightarrow -1 = 3 \rightarrow impossivel$

para os dois positivos:

$x + x - 1 = 3 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow \boxed{x = 2}$

para os dois negativos:

$-x - x + 1 = 3 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow \boxed{x = -1}$

$\therefore \boxed{x = -1}$ *ou* $\boxed{x = 2} \Rightarrow \boxed{duas\ soluçoes} \Rightarrow \boxed{C}$

68. Qual dos números a seguir é primo?

A) $2^{22} - 1$
B) $3^{33} + 2^{33}$
C) $5^{55} + 7^{77}$
D) $2^8 + 1$
E) $2^{32} - 3^{22}$

Por eliminação das possibilidades:

A) $2^{22} - 1 =$ *produto da soma pela diferença de dois termos, pois,* $2^{22} - 1 = (2^{11} + 1)\cdot(2^{11} - 1)$, *portanto* ***NÃO*** *é primo.*

B) $3^{33} + 2^{33} =$ *soma de dois cubos, que se fatora da seguinte forma:*

$$\boxed{a^3 + b^3 = (a + b)\cdot(a^2 - ab + b^2)}$$

$$3^{33} + 2^{33} = (3^{11} + 2^{11})\cdot(3^{22} - 3^{11}\cdot 2^{11} + 2^{22})$$

portanto ***NÃO*** *é primo.*

C) $5^{55} + 7^{77} =$ *é um número par, pois os dois termos são ímpares, e a soma de dois ímpares é um número par. E com certeza é maior que 2, portanto,* ***NÃO*** *é primo.*

D) $2^8 + 1 = 257$ *realmente* ***É*** *um número primo*

E) $2^{32} - 3^{22} =$ *produto da soma pela diferença de dois termos, pois,*

$2^{32} - 3^{22} = (2^{16} + 3^{11})\cdot(2^{16} - 3^{11})$, *portanto* ***NÃO*** *é primo.*

69. O polinômio $x^3 + ax + b$ tem coeficientes a e b reais e é divisível por $x + 1$ e por $x + 2$. Assim, é correto afirmar que:

A) $a = -7$ e $b = 6$
B) $a = -7$ e $b = -6$
C) $a = 7$ e $b = -6$
D) $a = 7$ e $b = 6$
E) $a = 6$ e $b = 7$

como $x^3 + ax + b$ *eh divisivel por* $x + 1$ *e por* $x + 2$

$\Rightarrow -1$ *e* -2 *sao raizes do polinomio*

$\therefore$

$(-1)^3 + a(-1) + b = 0 \Rightarrow -1 - a + b = 0 \Rightarrow \boxed{b = 1 + a}$

$(-2)^3 + a(-2) + b = 0 \Rightarrow -8 - 2a + b = 0 \Rightarrow \boxed{b - 2a = 8}$

substituindo:

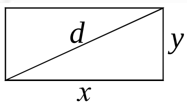
$1 + a - 2a = 8$

$-a = 8 - 1$

$\boxed{\boxed{a = -7} \Rightarrow \boxed{b = -6}} \Rightarrow \boxed{B}$

70. Um retângulo de 40 metros de perímetro tem sua diagonal medindo d metros. Então, a área deste retângulo, em função do comprimento de sua diagonal, em metros quadrados, é:

A) $200 - d^2$
B) $800 - d^2/2$
C) $1600 - d^2/2$
D) $200 - d^2/2$
E) $400 - d^2/2$



$\boxed{1}$ $x + y = 20$

$\boxed{2}$ $A = x \cdot y$

$\boxed{3}$ $d^2 = x^2 + y^2$

elevando 1 ao quadrado chegamos nas outras duas equaçoes:

$\therefore (x + y)^2 = 20^2 \Rightarrow x^2 + 2xy + y^2 = 400$

organizando:

$$\underbrace{x^2 + y^2}_{d^2} + 2\underbrace{xy}_{A} = 400$$

$$d^2 + 2A = 400 \Rightarrow 2A = 400 - d^2 \Rightarrow A = \frac{400 - d^2}{2}$$

$$\boxed{A = 200 - \frac{d^2}{2}} \Rightarrow \boxed{D}$$