01. Em uma revendedora de automóveis, a razão entre o número de automóveis novos e o de automóveis usados é de três quintos. Qual o percentual de automóveis novos da revendedora?

A) 32% B) 33,5% C) 34% D) 35% E) 37,5%

Solução:

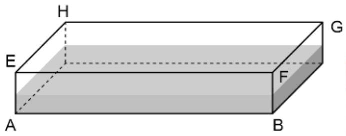
$$\frac{N}{U}=\frac{3}{5}$$

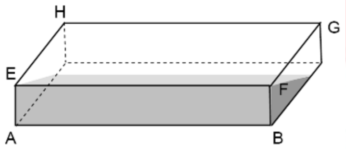
Portanto temos 3 carros novos para 5 carros usados, ou 3 novos em um total de 8 carros.

$$8 \rightarrow 100\%$$
$$3 \rightarrow x\%$$
$$8x=300$$
$$x=\frac{300}{8}$$
$$\boxed{x=37,5\%}$$

Alternativa E.

02. Um reservatório tem a forma de um paralelepípedo reto, ABCDEFGH, com 5m de comprimento, 3m de profundidade e 0,8m de altura. Ele está preenchido com água até certa altura. Quando inclinado até que o nível de água atinja a aresta EH, três quartos da base ficam cobertos com água, como ilustrado a seguir.





Qual a altura da água no reservatório, antes de ser inclinado?

A) 0,3m B) 0,4m C) 0,5m D) 0,6m E) 0,7m

Solução:

o volume de água é o mesmo nas duas situações. Considerando que AB é a altura do prisma, devemos calcular a área da base que deve ser igual nas duas situações. A área do triângulo será:

$$A_{tri}=\frac{b\cdot h}{2}$$
$$A_{tri}=\frac{0,8\cdot\frac{3}{4}\cdot 3}{2}$$
$$\boxed{A_{tri}=0,9}$$

Como ela será igual a área do retângulo:

$$A_{ret}=b\cdot h$$
$$A_{triang}=3\cdot h=0,9$$
$$3\cdot h=0,9$$
$$h=\frac{0,9}{3}$$
$$\boxed{h=0,3}$$

Alternativa A.

03. Para quantos valores inteiros de x o número $\frac{x^3+36}{x^2}$ é inteiro?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

Solução:

Colocando-se x^2 em evidência no numerador:

$$\frac{x^2\left(x+\frac{36}{x^2}\right)}{x^2}\Rightarrow\frac{\cancel{x^2}\left(x+\frac{36}{x^2}\right)}{\cancel{x^2}}\Rightarrow\boxed{x+\frac{36}{x^2}}$$

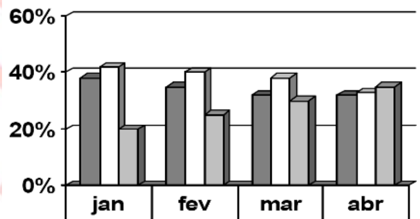
Como o x é inteiro, resta analisar a segunda parcela da adição $\frac{36}{x^2}$ e garantir que seja um inteiro. Para isso, os divisores de 36 são: $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 9,\ 12,\ 18\ e\ 36$. Como o denominador é x^2, só poderá ser um quadrado perfeito:

$1,\ 4,\ 9\ e\ 36$. Portanto x será:

$\pm1,\ \pm2,\ \pm3\ e\ \pm6$. O que dá 8 valores diferentes.

Alternativa A.

04. Em uma pesquisa de opinião sobre a expectativa de voto nos candidatos A, B e C, em janeiro, fevereiro, março e abril, foram obtidos os resultados expressos no gráfico a seguir:



	jan	fev	mar	abr
A	38%	35%	32%	32%
B	42%	40%	38%	33%
C	20%	25%	30%	35%

Admitindo estas informações, é correto afirmar que:

A) o percentual de votos no candidato B decresceu linearmente, em pontos percentuais, de fevereiro a abril.

B) entre janeiro e abril, o percentual de votos no candidato A decresceu menos de 15%.

C) o percentual de votos no candidato C cresceu linearmente, em pontos percentuais, de fevereiro a abril.

D) entre janeiro e abril, o percentual de votos no candidato C cresceu 20%.

E) entre fevereiro e abril, o percentual de votos no candidato B decresceu menos de 7%.

Solução:

Alternativa A é falso, veja que de fevereiro a março decresce 2 pontos percentuais e de março a abril 5 pontos percentuais, onde deveria manter-se o mesmo índice de queda, por isso NÃO é linear.

Alternativa B é falso, veja que não são pontos percentuais!! Imaginando 100 votos, o candidato teria, em janeiro, 38 votos e em abril 32 votos, uma queda de 6 votos.

$38 \to 100\%$

$6 \to x\%$

$38x = 600$

$x = \frac{600}{38}$

$\boxed{x = 15,79\%}$

Alternativa C é verdadeira, veja que de fevereiro a março cresceu 5 pontos percentuais e de março a abril 5 também pontos percentuais, manteve-se o mesmo índice de crescimento, por isso é linear.

Alternativa D é falso, idem ao B. Tinha 20 votos e passou a ter 35, um aumento de 15 votos.

$20 \to 100\%$

$15 \to x\%$

$20x = 1500$

$x = \frac{150}{2}$

$\boxed{x = 75\%}$

Alternativa E é falso, idem ao B. Tinha 40 votos e passou a ter 33, uma queda de 7 votos.

$40 \to 100\%$

$7 \to x\%$

$40x = 700$

$x = \frac{70}{4}$

$\boxed{x = 17,5\%}$

Alternativa C.

05. Se o preço de um produto é aumentado de 25%, em seguida diminuído de 25%, aumentado novamente de 25% e novamente diminuído de 25%, podemos afirmar que o preço atual, em comparação com o preço de antes do primeiro aumento:

A) decresceu mais de 12%.
B) decresceu menos de 12%.
C) cresceu de 12%.
D) não variou.
E) cresceu de 13%.

Solução:

$x + 25\% - 25\% + 25\% - 25\% =$

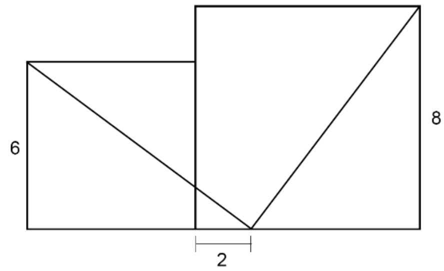
$= x \cdot 1,25 \cdot 0,75 \cdot 1,25 \cdot 0,75 =$

$\boxed{\cong x \cdot 0,8789}$

Quer dizer que o produto ficará custando **87,89% do valor original**, Isto é, reduziu **12,11% do valor original.**

Alternativa A.

06. Na ilustração a seguir, um quadrado de lado 8 e outro de lado 6 estão divididos em cinco regiões que podem ser rearrumadas para formar um terceiro quadrado.

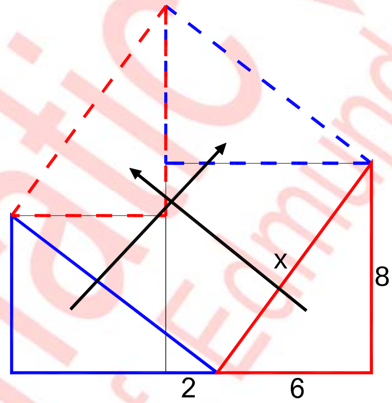


Qual o perímetro do terceiro quadrado?

A) 36 B) 38 C) 40 D) 42 E) 44

Solução:

Essa não precisa de cálculo algum:



Pelo Teorema de Pitágoras x = 10, portanto o perímetro é 40.

Alternativa C.

07. De quantas maneiras seis pessoas podem ser colocadas em fila, se duas delas se recusam a ficar em posições adjacentes?

A) 460 B) 470 C) 480 D) 490 E) 500

Solução:

Faremos o total de maneiras distintas em seguida o total com A e B juntas e em seguida subtrairemos uma da outra o que sobra é a quantidade com eles separados.

O total de maneiras distintas que 6 pessoas podem ficar na fila é uma permutação de 6.

$P_6 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \boxed{720}$, portanto 720 maneiras distintas.

Agora considerando que A e B fiquem juntos (consideramos A e B como uma única pessoa):

$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \boxed{120}$, portanto 120 maneiras distintas.

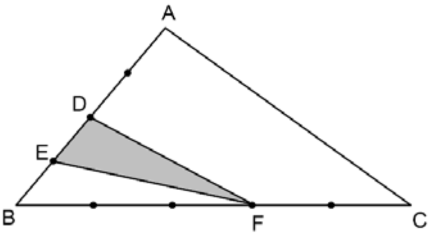
Como A e B permutam-se entre se, quer dizer **A e B** ou **B e A**, que são posições distintas, teremos mais 120 maneiras distintas.

Resultando em:

$720 - 120 - 120 = \boxed{480}$, **portanto 480 maneiras distintas.**

Alternativa C.

08. A figura abaixo ilustra uma região triangular plana ABC. O lado AB foi dividido em quatro segmentos de mesma medida, um dos quais sendo DE, e o lado BC foi dividido em cinco segmentos de mesma medida, sendo F um dos pontos da divisão.

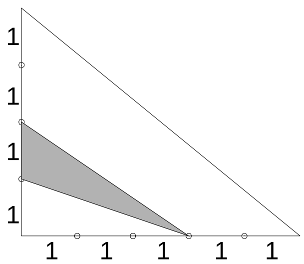


Qual a razão entre as áreas do triângulo ABC e do triângulo DEF?

A) 20/3 B) 6,5 C) 6 D) 11/2 E) 5

Solução:

Essa propriedade atribui-se a qualquer formato de triângulo, por isso vamos construir um triangulo conhecido e com os segmentos todos iguais para facilitar nossos cálculos:



$$A_G = \frac{b\cdot h}{2} \Rightarrow A_G = \frac{5\cdot 4}{2} \Rightarrow \boxed{A_G = 10}$$

$$A_P = \frac{b\cdot h}{2} \Rightarrow A_P = \frac{1\cdot 3}{2} \Rightarrow \boxed{A_P = \frac{3}{2}}$$

A razão será:

$$\frac{A_G}{A_P} = \frac{10}{\frac{3}{2}} = 10\cdot\frac{2}{3} = \boxed{\frac{20}{3}}$$

Alternativa A.

09. Uma confeitaria faz a seguinte promoção: Compre x doces, com 60 ≤ x ≤ 140, e ganhe (x/2)% de desconto. Se um cliente pretende comprar 72 doces, quantos doces adicionais ele poderia comprar, pagando o mesmo preço?

A) 50 B) 52 C) 54 D) 56 E) 58

Solução:

Se o doce custar R$ 1,00 os 72 doces custarão R$ 72,00.

Com um desconto de $\frac{72}{2}\% = 36\%$, custará:

$$72 - 36\% = \boxed{46,08}$$

Com esse valor poderíamos comprar uma quantidade x de doces:

$$1\cdot x - \frac{x}{2}\% = 46,08$$

$$x\cdot\left(1-\frac{x}{2}\%\right) = 46,08$$

$$x\cdot\left(1-\frac{x}{200}\right) = 46,08$$

$$x - \frac{x^2}{200} = 46,08$$

$$200x - x^2 = 9216$$

$$x^2 - 200x + 9216 = 0$$

$$x = \frac{200 \pm \sqrt{(-200)^2 - 4\cdot 1\cdot 9216}}{2\cdot 1}$$

$$x = \frac{200 \pm \sqrt{3136}}{2}$$

$$x = \frac{200 \pm 56}{2}\begin{cases} x' = 128 \\ x'' = 72 \end{cases}$$

Portanto:

$$128 - 72 = \boxed{56}$$

Alternativa D.

10. Um banco paga juros compostos de 6% ao ano. Se um cliente lucrou R$ 1.700,00, com uma aplicação de R$ 5.000,00, quanto tempo o capital ficou aplicado? Dado: use a aproximação ln(1,34) ≈ 0,30 e ln(1,06) ≈ 0,06.

A) 3 anos B) 4 anos C) 5 anos D) 6 anos E) 7 anos

$$M = C(1+i)^n$$

$$6700 = 5000(1+0,06)^n$$

$$\frac{67\cancel{00}}{50\cancel{00}} = 1,06^n$$

$$1,34 = 1,06^n$$

Aplicando logaritmo em ambos os lados:

$$\ln 1,34 = \ln 1,06^n$$

$$\ln 1,34 = n\cdot\ln 1,06$$

$$0,3 = n\cdot 0,06$$

$$n = \frac{0,3}{0,06} \Rightarrow \boxed{n = 5}$$

Alternativa C.

11. Um estudante apresenta a resolução a seguir, composta de quatro equivalências:

1) $\frac{x+2}{x+1} > 2 \Leftrightarrow x+2 > 2(x+1)$

2) $x+2 > 2(x+1) \Leftrightarrow x+2 > 2x+2$

3) $x+2 > 2x+2 \Leftrightarrow -x > 0$

4) $-x > 0 \Leftrightarrow x < 0$

Estão corretas apenas

A) 2 e 3 B) 1, 2 e 3 C) 2, 3 e 4 D) 1, 2 e 4 E) 2 e 4

Solução:

1) FALSO, imagine x = 2, ficaria $2+2 > 2(2+1) \Rightarrow \boxed{4>6}$

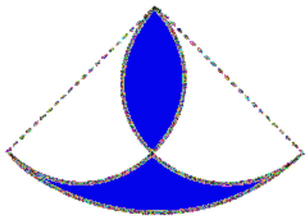
2) VERDADE, é só multiplicar o 2 pelo conteúdo do parêntese.

3) VERDADE, $x+2 > 2x+2 \Rightarrow x-2x > 2-2 \Rightarrow \boxed{-x>0}$

4) VERDADE, multiplicando-se por (-1) troca-se o sinal para <.

Alternativa C.

12. O contorno da figura a seguir é formado por duas semicircunferências de raio 2 e um quarto de circunferência de raio 4. Indique a área da região colorida.



A) 4π - 8 B) 4 - 7π C) 4π - 6 D) 3π - 5 E) 2π - 2

Solução:

A área do quarto da circunferência de raio 4 é:

$$A = \frac{\pi r^2}{4} \Rightarrow A = \frac{\pi 4^2}{4} \Rightarrow A = \frac{\pi 4^{\cancel{2}}}{\cancel{4}} \Rightarrow \boxed{A = 4\pi}$$

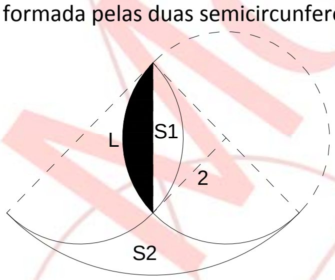
A área de cada semicircunferência de raio 2 é:

$$A = \frac{\pi r^2}{2} \Rightarrow A = \frac{\pi 2^2}{2} \Rightarrow A = \frac{\pi 2^{\cancel{2}}}{\cancel{2}} \Rightarrow \boxed{A = 2\pi}$$

Como são duas iguais:

$$A = 2 \cdot 2\pi \Rightarrow \boxed{A = 4\pi}$$

Ao subtrairmos uma da outra resulta em zero, portanto deduzimos que as áreas sombreadas são iguais. Com isso vamos calcular a área sombreada formada pelas duas semicircunferências (S1).



Essa região (S1) pode ser dividida em outras duas iguais (segmento circular). Que tem área:

$$A_{segm} = (L-h)\frac{r}{2}$$

L=arco e **h=altura do triangulo** (que é retângulo, portanto igual ao raio).

Calcular L:

$$L = \frac{C}{4} \Rightarrow L = \frac{2\pi r}{4} \Rightarrow L = \frac{2\pi 2}{4} \Rightarrow L = \frac{4\pi}{4} \Rightarrow \boxed{L = \pi}$$

$$A_{segm} = (L-h)\frac{r}{2} \quad \Rightarrow \quad A_{segm} = (\pi - 2)\frac{2}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_{segm} = \pi - 2}$$

Como são duas partes iguais:

$$A_{S1} = 2(\pi - 2) \Rightarrow \boxed{A_{S1} = 2\pi - 4}$$

E como S1 = S2, o total será:

$$A_{S1+S2} = 2(2\pi - 4) \Rightarrow \boxed{A_{S1+S2} = 4\pi - 8}$$

Alternativa A.

13. Certa urna contém cinco bolas numeradas com os valores 3, 5, 7, 11 e 13. Uma bola é retirada da urna e não é reposta; a seguir, uma segunda bola também é retirada. Qual a probabilidade de a média aritmética dos números das bolas retiradas ser um número primo?

A) 28% B) 26% C) 24% D) 22% E) 20%

Solução:

Espaço amostral:

$4 \cdot 5 = \boxed{20}$ (cada número pode ser somado a qualquer outro, menos a ele mesmo, veja abaixo:)

$3+5$	$5+3$	$7+3$	$11+3$	$13+3$
$3+7$	$5+7$	$7+5$	$11+5$	$13+5$
$3+11$	$5+11$	$7+11$	$11+7$	$13+7$
$3+13$	$5+13$	$7+13$	$11+13$	$13+11$

Cujas médias são:

4	4	5	7	8
5	6	6	8	9
7	8	9	9	10
8	9	10	12	12

Os primos são:

5 e 7 que aparecem 4 vezes. Portanto a probabilidade será de:

$$\frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0,20 = \boxed{20\%}$$

Alternativa E.

14. O preço da cópia xérox em uma papelaria é de R$ 0,12 a unidade, se o número de cópias é no máximo 100; se o número de cópias excede 100 e é no máximo 200, paga-se R$ 0,12 a unidade pelas primeiras 100 cópias e R$ 0,10 a unidade nas cópias que excedem 100; se o número de cópias é superior a 200, paga-se o valor anterior pelas primeiras 200 cópias e, para as cópias que excedem 200, paga-se R$ 0,08 a unidade. Qual o valor pago por 320 cópias?

A) R$ 31,00 B) R$ 31,20 C) R$ 31,60

D) R$ 32,00 E) R$ 36,40

Solução:

Por 100 cópias paga-se:

$0{,}12 \cdot 100 = \boxed{12{,}00}$

Por mais 100 cópias paga-se:

$0{,}10 \cdot 100 = \boxed{10{,}00}$

Pelas 120 cópias que faltam, paga-se:

$0{,}08 \cdot 120 = \boxed{9{,}6}$

Total pago:

$12 + 10 + 9{,}6 = \boxed{31{,}6}$

Alternativa C.

15. Qual a área do triângulo com vértices nos pontos com coordenadas (0,0), (1,5) e (2,3)?

A) 3,1 B) 3,2 C) 3,3 D) 3,4 E) 3,5

Solução:

Fazendo por determinante:

$$A = \frac{\left| \det M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \right|}{2}$$

$$A = \frac{\left|(0 \cdot 5 \cdot 1) + (0 \cdot 1 \cdot 2) + (1 \cdot 1 \cdot 3) - (1 \cdot 5 \cdot 2) - (0 \cdot 1 \cdot 3) - (0 \cdot 1 \cdot 1)\right|}{2}$$

$$A = \frac{|0 + 0 + 3 - 10 - 0 - 0|}{2}$$

$$A = \frac{|-7|}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A = 3{,}5}$$

Alternativa E.

16. Júnior construiu uma casa gastando R$ 39.000,00. Ele pretende vendê-la com um lucro de 35% sobre o preço de venda. Qual o preço de venda da casa?

A) R$ 60.000,00 B) R$ 61.000,00 C) R$ 62.000,00
D) R$ 63.000,00 E) R$ 64.000,00

Solução:

$V - 35\% = C$

$V \cdot 0{,}65 = 39.000$

$$V = \frac{39.000}{0{,}65}$$

$\boxed{V = 60.000{,}00}$

Alternativa A.