28 (Unifor-CE) Seja a equação $x^2 + 4x + k = 0$, em que *k* é uma constante real. Se uma das raízes dessa equação é igual à terça parte da outra, então o número *k* é tal que:

a) $k \leq -4$ c) $0 < k \leq 2$ e) $k > 4$
b) $-4 < k \leq 0$ x d) $2 < k \leq 4$

Devemos ter:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \rightarrow x_1 + x_2 = -4 \quad (1) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \rightarrow x_1 \cdot x_2 = k \quad (2) \\ x_1 = \frac{1}{3}x_2 \quad (3) \end{cases}$$

De (1) e (2), vem:

$$x_1 + x_2 = -4 \rightarrow \frac{1}{3}x_2 + x_2 = -4 \rightarrow x_2 + 3x_2 = -12$$
$$x_2 = -3$$

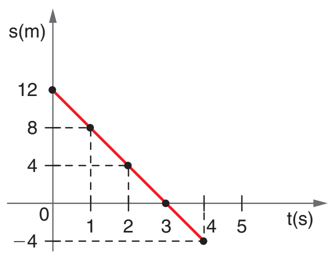
De (3), vem:

$$x_1 = \frac{1}{3} \cdot (-3) \rightarrow x_1 = -1$$

De (2), vem:

$$x_1 \cdot x_2 = k \rightarrow (-1) \cdot (-3) = k \rightarrow k = 3$$

29 (UERJ) A função que descreve a dependência temporal da posição *S* de um ponto material é representada pelo gráfico abaixo.



Sabendo que a equação geral do movimento é do tipo $S = A + Bt + Ct^2$, os valores numéricos das constantes *A*, *B* e *C* são, respectivamente:

a) 0, 12, 4 c) 12, 4, 0
b) 0, 12, −4 x d) 12, −4, 0

Do gráfico, temos:

$$\begin{array}{l} t = 1 \text{ s e } s = 8 \rightarrow \\ t = 2 \text{ s e } s = 4 \rightarrow \\ t = 3 \text{ s e } s = 0 \rightarrow \end{array} \begin{cases} 8 = A + B + C \\ 4 = A + 2B + 4C \\ 0 = A + 3B + 9C \end{cases}$$

Daí, vem: $A = 12$, $B = -4$ e $C = 0$

30 (FMTM-MG) Certo dia, um paciente apresentou, às 8 horas, a temperatura de 36,5 °C. Chamando de *t* o número de minutos transcorridos desde as 8 horas e de *y* a temperatura do indivíduo, em °C, sua temperatura evoluiu segundo a função $y(t) = 36{,}5 + 0{,}05t + 0{,}005t^2$. O indivíduo recebeu, em dose única, uma medicação antitérmica, e em $t = 20$ minutos, a temperatura estacionou e assim permaneceu durante 10 minutos. Neste momento, começou a decrescer linearmente à razão de 1° a cada 40 minutos. A temperatura caiu até atingir 37 °C às:

x a) 10h 10min c) 9h 50min e) 9h 30min
b) 10 h d) 9h 40min

Às 8h 20min a temperatura do paciente era:
$y(20) = 36{,}5 + 0{,}05 \cdot 20 + 0{,}005 \cdot 400 \rightarrow y(20) = 39{,}5$ °C
Das 8h 20min às 8h 30min a temperatura estacionou em 39,5 °C.
Como a temperatura decresceu 1 °C a cada 40 minutos, temos:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ °C} \rightarrow 40 \text{ min} \\ 2{,}5 \text{ °C} \rightarrow x \end{array} \rightarrow \frac{1}{2{,}5} = \frac{40}{x}$$
$$x = 100 \text{ minutos ou } x = 1\text{h } 40\text{min}$$

Portanto:
8h 30min + 1h 40min = 10h 10min

31 (ITA-SP) Os dados experimentais da tabela correspondem às concentrações de uma substância química medida em intervalos de 1 segundo. Assumindo que a linha que passa pelos três pontos experimentais é uma parábola, tem-se que a concentração (em moles) após 2,5 segundos é:

a) 3,60 b) 3,65 c) 3,70 x d) 3,75 e) 3,80

Tempo (s)	Concentração (moles)
1	3,00
2	5,00
3	1,00

Se a parábola de equação $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ passa pelos três pontos experimentais (1; 3), (2; 5) e (3; 1), então $f(1) = 3$, $f(2) = 5$ e $f(3) = 1$.
Assim, temos:

$$\begin{cases} a + b + c = 3 \\ 4a + 2b + c = 5 \\ 9a + 3b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 3 \\ 3a + b = 2 \\ 5a + b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 11 \\ c = -5 \end{cases}$$

Portanto, a equação da parábola é $y = f(x) = -3x^2 + 11x - 5$.
Para $x = 2{,}5$ resulta $f(2{,}5) = -3 \cdot (2{,}5)^2 + 11 \cdot 2{,}5 - 5 = 3{,}75 \rightarrow$
$\rightarrow 3{,}75$ moles.

32 (UFSM-RS) Um laboratório testou a ação de uma droga em uma amostra de 720 frangos. Constatou-se que a lei de sobrevivência do lote de frangos era dada pela relação $v(t) = at^2 + b$, onde $v(t)$ é o número de elementos vivos no tempo t(meses). Sabendo-se que o último frango morreu quando $t = 12$ meses após o início da experiência, a quantidade de frangos que ainda estava viva no 10º mês era:

a) 80   b) 100   c) 120   x d) 220   e) 300

Pelos dados, temos:

$v(0) = 720 \rightarrow a \cdot 0^2 + b = 720$

$b = 720$ (1)

$v(12) = 0 \rightarrow a \cdot 12^2 + b = 0$

$144a + b = 0$ (2)

Substituindo (1) em (2), vem:

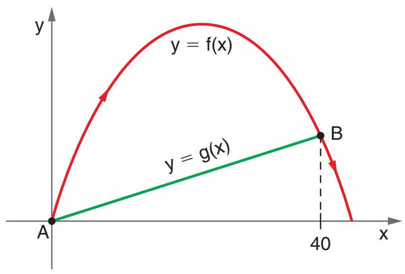
$144a + 720 = 0 \rightarrow a = \frac{-720}{144}$

$a = -5$

Logo, a quantidade de frangos que ainda estava viva no 10º mês era:

$v(10) = -5 \cdot 10^2 + 720 \rightarrow v(10) = 220$

33 (UFPB) Um míssil foi lançado acidentalmente do ponto *A*, como mostra a figura, tendo como trajetória o gráfico da função $f(x) = -x^2 + 70x$, onde *x* é dado em km.



Desejando-se destruí-lo num ponto *B*, que está a uma distância horizontal de 40 km de *A*, utiliza-se um outro míssil que se movimenta numa trajetória descrita, segundo o gráfico da função $g(x) = kx$. Então, para que ocorra a destruição no ponto determinado, deve-se tomar *k* igual a:

a) 20   x b) 30   c) 40   d) 50   e) 60

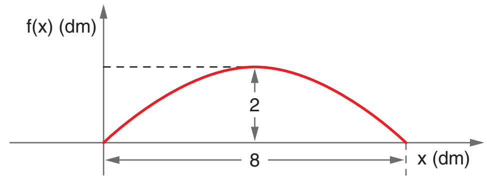
Se x = 40 km, temos:

$y = -40^2 + 70 \cdot 40 \rightarrow y = 1\,200$ km

Substituindo x = 40 km e y = 1 200 km em $g(x) = kx$, temos:

$1\,200 = k \cdot 40 \rightarrow k = 30$

34 (UFSM-RS) A figura indica a trajetória parabólica do salto de uma rã e destaca a distância horizontal máxima (8 dm) e a altura máxima (2 dm) atingidas.



A função quadrática que expressa a altura em relação à distância horizontal é dada por:

a) $f(x) = 0{,}125x^2 + x$

x b) $f(x) = -0{,}125x^2 + x$

c) $f(x) = -0{,}25x^2 + 1{,}5x$

d) $f(x) = -x^2 + 4{,}5x$

e) $f(x) = -0{,}5x^2 + 2{,}5x$

Como a função é do 2º grau, podemos escrever:

$f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$

Pelo gráfico, temos:

$f(0) = 0$, $f(8) = 0$ e $f(4) = 2$ (pois $x_v = 4$)

Logo:

$f(0) = 0 \rightarrow a \cdot (0)^2 + b \cdot (0) + c = 0 \rightarrow c = 0$

$f(8) = 0 \rightarrow a \cdot (8)^2 + b \cdot (8) + 0 = 0 \rightarrow 64a + 8b = 0 \quad (: -8)$

$-8a - b = 0$ (1)

$f(4) = 2 \rightarrow a \cdot (4)^2 + b \cdot (4) + 0 = 2 \rightarrow 16a + 4b = 2 \quad (: 2)$

$8a + 2b = 1$ (2)

Resolvendo o sistema formado por (1) e (2), vem:

$$\begin{cases} -\cancel{8a} - b = 0 \\ \cancel{8a} + 2b = 1 \end{cases} +$$

$b = 1$

Substituindo b = 1 em (1), vem:

$-8a - 1 = 0 \rightarrow a = \frac{-1}{8} = -0{,}125$

$\therefore f(x) = -0{,}125x^2 + x$

35 (Unicamp-SP) Uma piscina, cuja capacidade é de 120 m³, leva 20 horas para ser esvaziada. O volume de água na piscina, *t* horas após o início do processo de esvaziamento, é dado pela função $V(t) = a(b - t)^2$ para $0 \leqslant t \leqslant 20$ e $V(t) = 0$ para $t \geqslant 20$.

a) Calcule as constantes *a* e *b*.

b) Faça o gráfico da função V(t) para $t \in [0, 30]$.

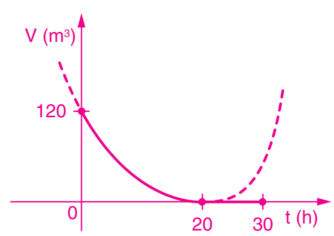
Se a piscina de volume 120 m³ leva 20 horas para ser esvaziada, então:

$$\begin{cases} V(20) = 0 = a \cdot (b - 20)^2 \\ V(0) = 120 = a \cdot (b - 0)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 20, \text{ pois } a \neq 0 \\ a \cdot b^2 = 120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0{,}3 \\ b = 20 \end{cases}$$

O volume de água na piscina, *t* horas após o início do processo de esvaziamento, é dado pela função

$V(t) = 0{,}3\,(20 - t)^2$ para $0 \leqslant t \leqslant 20$ e $V(t) = 0$ para $t \geqslant 20$.

O gráfico da função é:



36 (UECE) A interseção dos gráficos das funções reais $f(x) = 6x - 2$ e $g(x) = x^2 - 7x + 10$, quando desenhados num mesmo sistema cartesiano, é constituída pelos pontos P(a, b) e Q(c, d). A soma a + b + c + d é igual a:

a) 88 x b) 87 c) 86 d) 85

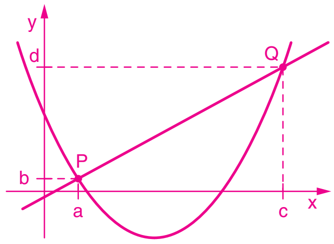
Fazendo os gráficos das funções, temos:

$f(x) = 6x - 2$

x	y
0	−2
$\frac{1}{3}$	0

$g(x) = x^2 - 7x + 10$

x	y
0	10
2	0
5	0
3,5	−2,25



No ponto de interseção, f(x) = g(x). Logo:

$x^2 - 7x + 10 = 6x - 2 \rightarrow x^2 - 13x + 12 = 0$ $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 12 \end{cases}$

Se $x = 1 \rightarrow y = 6 \cdot 1 - 2 \rightarrow y = 4 \rightarrow P(1, 4)$
Se $x = 12 \rightarrow y = 6 \cdot 12 - 2 \rightarrow y = 70 \rightarrow Q(12, 70)$

Logo: a = 1, b = 4, c = 12 e d = 70

Portanto: a + b + c + d = 1 + 4 + 12 + 70 = 87

37 (Unipac-MG) Determine *p* para que o ponto (−2, −3) seja vértice da parábola $y = 2x^2 - px + 5$:

a) −4 x b) −8 c) 4 d) 8

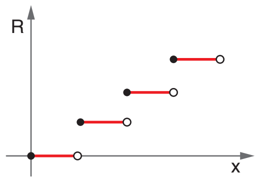
Devemos ter:

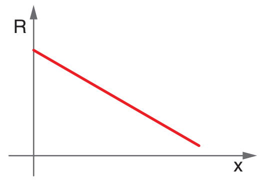
$x_v = -\frac{b}{2a} \rightarrow -2 = \frac{-(-p)}{2 \cdot 2} \rightarrow -2 = \frac{p}{4} \rightarrow p = -8$

(Enem) O quadro abaixo refere-se às questões 38 e 39.

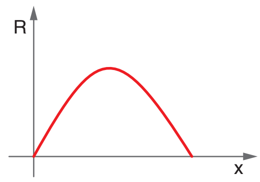
Um boato tem um público-alvo e alastra-se com determinada rapidez. Em geral, essa rapidez é diretamente proporcional ao número de pessoas desse público que conhecem o boato e diretamente proporcional também ao número de pessoas que não o conhecem. Em outras palavras, sendo *R* a rapidez de propagação, *P* o público-alvo e *x* o número de pessoas que conhecem o boato, tem-se: $R(x) = k \cdot x \cdot (P - x)$, onde *k* é uma constante positiva característica do boato.

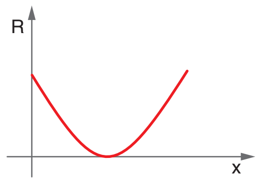
38 O gráfico cartesiano que melhor representa a função R(x), para *x* real, é:

a)


d)


b)


x e)


c)


Da expressão matemática dada do enunciado, temos:

$$R(x) = kx(P - x)$$
$$R(x) = -kx^2 + kPx$$

Como k > 0, R(x) é representada por um arco de parábola com a concavidade voltada para baixo.
Logo, a alternativa correta é *e*.

39 Considerando o modelo anteriormente descrito, se o público-alvo é de 44 000 pessoas, então a máxima rapidez de propagação ocorrerá quando o boato for conhecido por um número de pessoas igual a:

a) 11 000 c) 33 000 e) 44 000
x b) 22 000 d) 38 000

$R(x) = kx(44\,000 - x)$
$R(x) = -kx^2 + 44\,000kx$

O número de pessoas para a qual a rapidez de propagação é máxima é dado por:

$$x = \frac{-(44\,000k)}{2(-k)} = 22\,000$$

A rapidez será máxima quando o boato for conhecido por 22 000 pessoas.

40 (UEFS-BA) Seja f uma função do 2º grau. Se o gráfico de f é uma parábola de vértice V = (2, 1) e intercepta um dos eixos coordenados no ponto (0, 3), então a expressão f(x) é igual a:

a) $f(x) = \dfrac{x^2}{2} - 3x + 3$

b) $f(x) = 2x^2 + 2x + 3$

c) $f(x) = \dfrac{x^2}{3} + 2x + 3$

d) $f(x) = x^2 - 3x + 3$

x e) $f(x) = \dfrac{x^2}{2} - 2x + 3$

Como f é uma função do 2º grau, f é da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$.
O ponto (0, 3) pertence à função, logo:
$3 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \rightarrow c = 3$ ①
Como o vértice da função é dado por $V = \left(\dfrac{-b}{2a}, \dfrac{-\Delta}{4a}\right)$, temos:

$\dfrac{-b}{2a} = 2 \rightarrow b = -4a$ ②

$\dfrac{-\Delta}{4a} = 1 \rightarrow \Delta = -4a \rightarrow b^2 - 4ac = -4a$ ③

Substituindo ① em ③, vem:

$b^2 - 4 \cdot a \cdot 3 = -4a \rightarrow b^2 = 8a \rightarrow a = \dfrac{b^2}{8}$ ④

Substituindo ④ em ②, vem:

$$b = -4 \cdot \frac{b^2}{8} \rightarrow b = \frac{-b^2}{2}$$
$$2b = -b^2$$
$$b^2 + 2b = 0$$
$$b(b + 2) = 0 \; \begin{cases} b_1 = 0 \\ b_2 = -2 \end{cases}$$

Se $b = 0 \rightarrow a = 0$ (não serve)

Se $b = -2 \rightarrow a = \dfrac{1}{2}$

Logo, $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - 2x + 3$

Em questões como a 41, assinale na coluna I as proposições corretas e na coluna II as proposições erradas.

41 (UFG) Uma agência de turismo deseja fretar um ônibus de 50 lugares. Duas empresas, A e B, candidatam-se para fazer a viagem. Se for contratada a empresa A, o custo da viagem terá uma parte fixa de R$ 280,50, mais um custo, por passageiro, de R$ 12,00. Se for contratada a empresa B, o custo terá um valor fixo de R$ 250,00, mais um custo (C), por passageiro, dado por C(n) = 35 − 0,5n, onde n é o número de passageiros que fará a viagem.

De acordo com essas informações, julgue os itens a seguir:

I II

1 1 Se todos os lugares do ônibus forem ocupados, será mais caro contratar a empresas B.

2 2 Caso contrate a empresa B, o custo máximo da viagem será de R$ 862,50.

3 3 Para um mesmo número de passageiros, os valores cobrados pelas empresas A e B serão diferentes.

4 4 Para um custo de R$ 700,50, a empresa A levará mais que o dobro de passageiros que a empresa B.

1. Verdadeira, pois:
Empresa A
custo = 280,50 + 50 · 12,00 = 880,50 → R$ 880,50
Empresa B
C(50) = 35 − 0,5 · 50 = 15,00
custo = 250 + 50 · 15,00 = 1 000,00 → R$ 1 000,00

2. Falsa.

3. Verdadeira, pois:
$280{,}50 + n \cdot 12 = 250 + n(35 - 0{,}5n) \rightarrow n^2 - 46n + 61 = 0$
(não existe n inteiro)
Logo, os valores das empresas A e B são sempre diferentes.

4. Verdadeira, pois:
$700{,}50 = 280{,}50 + n \cdot 12 \rightarrow n = 35$
$700{,}50 = 250{,}00 + n(35 - 0{,}5n) \rightarrow n^2 - 70n + 901 = 0 \; \begin{cases} n' = 53 \\ n'' = 17 \end{cases}$
O número de passageiros da empresa A é 35, e o da empresa B é 17, logo, $n(A) > 2 \cdot n(B)$.

Portanto:

I	II
$\cancel{1}$	1
2	$\cancel{2}$
$\cancel{3}$	3
$\cancel{4}$	4

42 (UEMA) Uma fábrica produz x unidades de um certo produto e vende por 500 − x reais a unidade. Cada unidade desse produto tem um custo de R$ 100,00 e há, ainda, uma despesa fixa de R$ 10 000,00.

a) Escreva o lucro L dessa fábrica como uma função de x.

b) Determine x para que esse lucro seja máximo.

c) Determine o lucro máximo.

a) Preço de venda: $x(500 - x) = -x^2 + 500x$ (com $0 < x < 500$)
Preço de custo: $100x + 10\,000$
Lucro: $L(x) = -x^2 + 500x - (100x + 10\,000)$
$L(x) = -x^2 + 400x - 10\,000$

b) $x_v = \dfrac{-b}{2a} \rightarrow x_v = \dfrac{-400}{2 \cdot (-1)} = 200 \rightarrow$ 200 unidades

c) $y_v = \dfrac{-\Delta}{4a} \rightarrow y_v = \dfrac{-120\,000}{4 \cdot (-1)} = 30\,000 \rightarrow$ R$ 30 000,00

Em questões como a 43, a resposta é dada pela soma dos números que identificam as alternativas corretas.

43 (UFPR) Um grupo de estudantes decidiu viajar de ônibus para participar de um encontro nacional. Ao fazerem uma pesquisa de preços, os estudantes receberam de uma empresa uma proposta, na qual o preço de cada passagem depende do total de passageiros: cada passageiro pagará R$ 90,00 mais o valor de R$ 5,00 por lugar que eventualmente ficar vago no ônibus. Sabendo que o ônibus tem 52 lugares, é correto afirmar:

(01) Se viajarem 30 passageiros, cada um deles pagará R$ 110,00.

(02) Se o total de passageiros for x, o preço (em reais) de cada passagem será calculado pela expressão $90 + 5(52 - x)$.

(04) Se viajarem 40 pessoas, a empresa deverá receber um total de R$ 6 000,00, referente ao pagamento das passagens.

(08) Se viajarem x pessoas, o valor total (em reais) que a empresa deverá receber, referente ao pagamento das passagens, é calculado pela expressão $300x - 5x^2$.

(16) O valor total máximo que a empresa poderá receber pelo pagamento das passagens ocorrerá quando o total de passageiros for igual a 35.

(01) (Falsa)
$52 - 30 = 22$ lugares vagos
$y = 90 + 22 \cdot 5 = 90 + 110 = 200 \to$ R$ 200,00

(02) (Verdadeira)
Sendo x o número de passageiros, o número de lugares vagos é $52 - x$. Logo:
$f(x) = 90 + 5(52 - x)$

(04) (Verdadeira)
$f(40) = 90 + 5(52 - 40) = 90 + 5 \cdot 12 = 150$
O total é igual a: $150 \cdot 40 = 6\,000 \to$ R$ 6 000,00

(08) (Falsa)
Devemos ter:
$x[90 + 5(52 - x)] = x[90 + 260 - 5x] = 350x - x^2$

(16) (Verdadeira)
Sendo o valor igual a: $350x - 5x^2$:
$$x_v = \frac{-b}{2a} \to x_v = \frac{-350}{2(-5)} = \frac{-350}{-10} = 35 \to 35 \text{ pessoas}$$

Portanto: $02 + 04 + 16 = 22$

44 (UERJ) Um fruticultor, no primeiro dia da colheita de sua safra anual, vende cada fruta por R$ 2,00. A partir daí, o preço de cada fruta decresce R$ 0,02 por dia. Considere que esse fruticultor colheu 80 frutas no primeiro dia e a colheita aumenta uma fruta por dia.

a) Expresse o ganho do fruticultor com a venda das frutas como função do dia de colheita.

b) Determine o dia da colheita de maior ganho para o fruticultor.

Pelos dados, temos a tabela:

Frutas	Período da colheita				
	DIA 1	DIA 2	DIA 3	...	DIA n + 1
Valor (R$)	2,00	$2{,}00 - 0{,}02 \cdot 1$	$2{,}00 - 0{,}02 \cdot 2$	...	$2{,}00 - 0{,}02 \cdot n$
Quantidade	80	80 + 1	80 + 2	...	80 + n

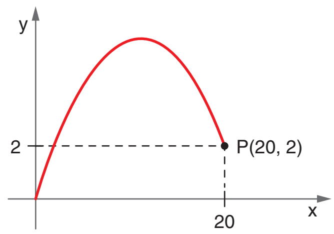
a) O ganho do fruticultor com as vendas é expresso por:
$G(n) = (80 + n) \cdot (2 - 0{,}02n) \to G(n) = -0{,}02n^2 + 0{,}4n + 160$

b) Como a função é do 2º grau, o dia da colheita de maior ganho será:
$n = \frac{-b}{2a}$ onde $b = 0{,}4$ e $a = -0{,}02$

Logo:
$$n = \frac{-0{,}4}{2 \cdot (-0{,}02)} \to n = \frac{-0{,}4}{-0{,}04}$$
$n = 10 \to n + 1 = 10 + 1 = 11$

45 (Furg-RS) Um jogador de futebol se encontra a uma distância de 20 m da trave do gol adversário, quando chuta uma bola que vai bater exatamente sobre essa trave, de altura 2 m. Se a equação da trajetória da bola em relação ao sistema de coordenadas indicado na figura é $y = ax^2 + (1 - 2a)x$, a altura máxima atingida pela bola é:

a) 6,00 m
b) 6,01 m
x c) 6,05 m
d) 6,10 m
e) 6,50 m



Fazendo $x = 20$ e $y = 2$, temos:
$2 = a \cdot 400 + (1 - 2a)20 \to a = -\frac{1}{20}$

Substituindo, temos:
$$y = -\frac{1}{20}x^2 + \left[1 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{20}\right)\right]x \to y = -\frac{1}{20}x^2 + \frac{11}{10}x$$

A altura máxima é:
$$\Delta = \frac{121}{100} - 4 \cdot \frac{1}{20} \cdot 0 \to \Delta = \frac{121}{100}$$
$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} \to y_v = \frac{-\frac{121}{100}}{4 \cdot \left(-\frac{1}{20}\right)} \to y_v = 6{,}05 \to 6{,}05 \text{ m}$$

46 (PUC-SP) Ao levantar dados para a realização de um evento, a comissão organizadora observou que, se cada pessoa pagasse R$ 6,00 por sua inscrição, poderia contar com 460 participantes, arrecadando um total de R$ 2 760,00.
Entretanto, também estimou que, a cada aumento de R$ 1,50 no preço de inscrição, receberia 10 participantes a menos. Considerando tais estimativas, para que a arrecadação seja a maior possível, o preço unitário da inscrição em tal evento deve ser:

a) R$ 15,00
b) R$ 24,50
c) R$ 32,75
x d) R$ 37,50
e) R$ 42,50

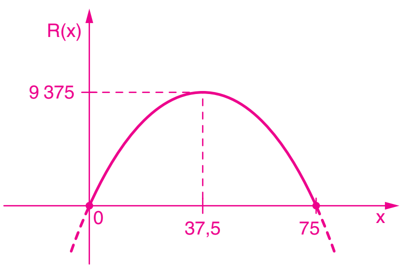
Seja f(x) = ax + b a função que determina o número de participantes em função do preço (x) da inscrição.
Conforme o enunciado, f(6,00) = 460 e f(7,50) = 450, portanto:

$$\left.\begin{array}{l} f(6{,}00) = a \cdot 6{,}00 + b = 460 \\ f(7{,}50) = a \cdot 7{,}50 + b = 450 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = -\dfrac{20}{3} \\ b = 500 \end{array}\right.$$

Dessa forma, $f(x) = -\dfrac{20}{3}x + 500$

A arrecadação R(x), em função do preço (x) da inscrição, é tal que:

$R(x) = x \cdot f(x) = x \cdot \left(-\dfrac{20}{3}x + 500\right) = -\dfrac{20}{3}x^2 + 500x$ e é máxima para x = 37,50 (R$ 37,50), pois o gráfico de R(x) é:



47 (FGV-SP) A administração de uma auto-estrada observou que, quando o preço do pedágio por carro é R$ 3,00, passam por dia 1 000 carros. Além disso, a cada R$ 0,10 a mais no preço do pedágio, passam 20 carros a menos por dia.

a) Chamando de *y* o número de carros que passam por dia e de *x* o preço do pedágio por carro, expresse *y* em função de *x*.
b) Se a relação fosse y = −180x + 810, qual o preço que maximizaria a receita diária do pedágio?

a) Admitindo que a relação entre o número de carros (y) que passam por dia em função do valor numérico do preço do pedágio (x) por carro é do tipo y = ax + b, com *a* e *b* reais, $x \geq 3$ e $y \geq 0$, tem-se:

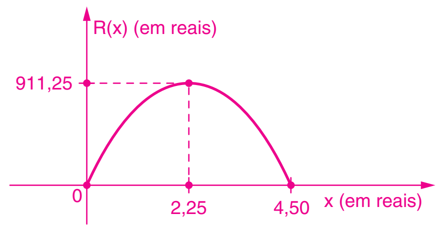
$$\left.\begin{array}{l} x = 3{,}00 \text{ e } y = 1\,000 \Rightarrow 1\,000 = a \cdot 3{,}00 + b \\ x = 3{,}10 \text{ e } y = 980 \Rightarrow 980 = a \cdot 3{,}10 + b \end{array}\right\} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow a = -200$ e $b = 1\,600$

Assim sendo, $y = -200x + 1\,600$ com $3 \leq x \leq 8$, pois $y \geq 0$.

b) Se a relação entre *y* e *x* for y = −180x + 810, a receita R(x), em função de *x*, será $R(x) = (-180x + 810) \cdot x = -180x^2 + 810x$.

R(x) é máxima quando $x = \dfrac{-810}{2 \cdot (-180)} = 2,25$, pois o gráfico da função *R* é:



48 (FGV-SP) Num parque de diversões, *A*, quando o preço de ingresso é R$ 10,00, verifica-se que 200 freqüentadores comparecem por dia; quando o preço é R$ 15,00, comparecem 180 freqüentadores por dia.

a) Admitindo que o preço (p) relaciona-se com o número de freqüentadores por dia (x) através de uma função do 1º grau, obtenha essa função.
b) Num outro parque, *B*, a relação entre *p* e *x* é dada por p = 80 − 0,4x. Qual o preço que deverá ser cobrado para maximizar a receita diária?

a) Sendo *a* e *b* constantes, tais que p = a · x + b, temos:

$$\left.\begin{array}{l} p = 10,\ x = 200 \Rightarrow 10 = 200a + b \\ p = 15,\ x = 180 \Rightarrow 15 = 180a + b \end{array}\right\}$$

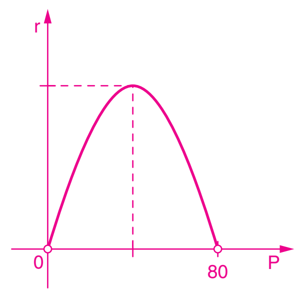
Resolvendo o sistema formado por essas duas equações, obtemos a = −0,25 e b = 60. Portanto, p = −0,25x + 60.

b) Indicando por *r* a receita diária, em R$, do parque *B*, temos que r = p · x.

Da igualdade p = 80 − 0,4x, temos que $x = \dfrac{80 - p}{0{,}4}$.

Logo, $r = p \cdot \dfrac{80 - p}{0{,}4}$. $\rightarrow r = -\dfrac{5}{2}p^2 + 200p$

Na figura abaixo, o arco de parábola representa essa relação.



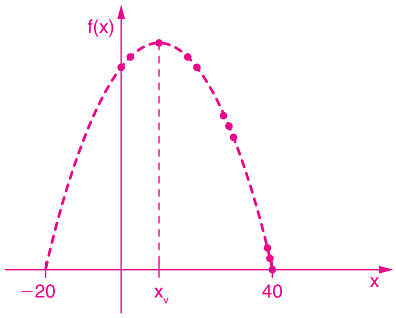
Podemos concluir que *r* é máxima para p = 40 → R$ 40,00.

49 (Vunesp-SP) Um ônibus de 40 lugares transporta diariamente turistas de um determinado hotel para um passeio ecológico pela cidade. Se todos os lugares estão ocupados, o preço de cada passagem é R\$ 20,00. Caso contrário, para cada lugar vago será acrescida a importância de R\$ 1,00 ao preço de cada passagem. Assim, o faturamento da empresa de ônibus, em cada viagem, é dado pela função $f(x) = (40 - x)(20 + x)$, onde x indica o número de lugares vagos ($0 \leqslant x \leqslant 40$). Determine:

a) quantos devem ser os lugares vagos no ônibus, em cada viagem, para que a empresa obtenha faturamento máximo

b) qual é o faturamento máximo obtido em cada viagem

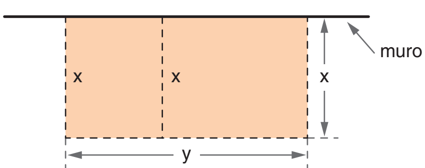
a) Sendo $f(x) = (40 - x)(20 + x)$, com $x \in \mathbb{N}$ e $0 \leqslant x \leqslant 40$, o gráfico de f é um conjunto de 41 pontos da parábola representada na figura abaixo.



Da simetria da parábola, podemos concluir que a abscissa (x_v) do seu vértice é igual a 10.
Como $10 \in \mathbb{N}$ e $0 \leqslant 10 \leqslant 40$, temos que f(x) é máximo para x = 10.

b) O faturamento máximo (em reais) é dado por f(10).
$f(10) = (40 - 10) \cdot (20 + 10) \therefore f(10) = 900 \rightarrow$ R\$ 900,00

50 (UFRN) O Sr. José dispõe de 180 metros de tela, para fazer um cercado retangular, aproveitando, como um dos lados, parte de um extenso muro reto.
O cercado compõe-se de uma parte paralela ao muro e três outras perpendiculares a ele (ver figura).



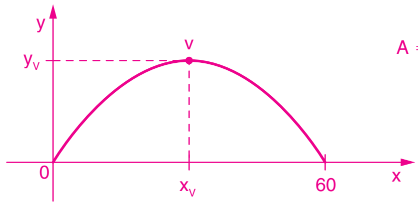
Para cercar a maior área possível, com a tela disponível, os valores de x e y são, respectivamente:

a) 45 m e 45 m
c) 36 m e 72 m
x b) 30 m e 90 m
d) 40 m e 60 m

Pelos dados, temos $3x + y = 180 \rightarrow y = 180 - 3x$ ①
Área do cercado retangular: $A = x \cdot y$ ②

Substituindo ① em ②, vem:
$A = x(180 - 3x) \rightarrow A = -3x^2 + 180x$

Estabelecendo a função $A = -3x^2 + 180x$, podemos determinar o valor de x que nos dará a área A máxima.

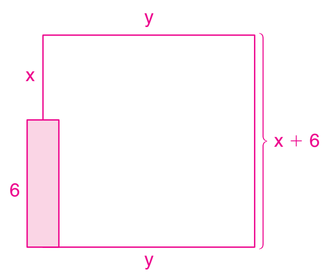


$A = 0 \rightarrow -3x^2 + 180x = 0$
$3x(-x + 60) = 0$
$x = 0$ ou $x = 60$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-180}{2 \cdot (-3)} = 30 \rightarrow 30 \text{ m}$$

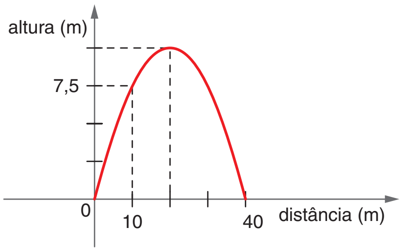
Substituindo x = 30 em ①, vem:
$y = 180 - 3 \cdot 30 \rightarrow y = 90$ m

51 (UFF-RJ) Um muro, com 6 metros de comprimento, será aproveitado como parte de um dos lados do cercado retangular que certo criador precisa construir. Para completar o contorno desse cercado o criador usará 34 metros de cerca.
Determine as dimensões do cercado retangular de maior área possível que o criador poderá construir.



O perímetro do cercado é dado por $6 + x + y + x + 6 + y$. Como o muro de 6 m será aproveitado, tem-se que $34 = x + y + x + 6 + y$, ou seja, $y = 14 - x$.
A área do cercado é dada por:
$A = (x + 6)y = (x + 6)(14 - x) = -x^2 + 8x + 84$, $0 \leqslant x < 14$, que pode ser representada graficamente por um arco de parábola, com concavidade voltada para baixo e vértice no ponto de abscissa $x_v = \frac{-8}{2 \cdot (-1)} = 4$, que fornece o maior valor para a área. Portanto, o valor de y no cercado é $y = 14 - x = 14 - 4 = 10$.
Logo, o cercado de maior área será o quadrado de lado igual a 10 m.

52 (UCSal-BA) Um futebolista chutou uma bola que se encontrava parada no chão e ela descreveu uma trajetória parabólica, indo tocar o solo 40 m adiante, como mostra a figura.



Se, a 10 m do ponto de partida, a bola atingiu a altura de 7,5 m, então a altura máxima, em metros, atingida por ela, foi de:

a) 12 x b) 10 c) 9,2 d) 8,5 e) 8

Como a função é do 2º grau, podemos escrever:
$f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$

Pelo gráfico, temos:
$f(0) = 0$, $f(40) = 0$ e $f(10) = 7,5$

Logo:
$f(0) = 0 \rightarrow a(0)^2 + b(0) + c = 0 \rightarrow c = 0$
$f(40) = 0 \rightarrow a(40)^2 + b(40) + 0 = 0 \rightarrow 1\,600a + 40b = 0 \quad (: -40)$
$-40a - b = 0$ ①

e
$f(10) = 7,5 \rightarrow a(10)^2 + b(10) + 0 = 7,5 \rightarrow 100a + 10b = 7,5 \quad (: 2,5)$
$40a + 4b = 3$ ②

Resolvendo o sistema formado por ① e ②, vem:

$$\begin{cases} -40a - b = 0 \\ 40a + 4b = 3 \end{cases} +$$
$$3b = 3 \rightarrow b = 1$$

Substituindo b = 1 em ①, vem:

$$-40a - 1 = 0 \rightarrow a = \frac{-1}{40}, \text{ logo } f(x) = \frac{-1}{40}x^2 + x$$

Portanto, a altura máxima atingida pela bola é:

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} \rightarrow y_v = \frac{-1}{4 \cdot \frac{-1}{40}} = \frac{-1}{\frac{-1}{10}} = 10 \rightarrow 10 \text{ metros}$$

53 (UFMG)

a) Determine o vértice da parábola de equação $y = -x^2 + x + 6$ e os pontos onde ela intercepta os eixos coordenados.

b) No plano cartesiano, trace essa parábola e indique todos os pontos determinados no item *a*.

a) A intersecção da parábola com eixo *x* é obtida quando y = 0.

$$y = -x^2 + x + 6 \rightarrow -x^2 + x + 6 = 0 \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

Portanto, os pontos de intersecção são: (−2, 0) e (3, 0)
A intersecção da parábola com o eixo *y* é obtida quando x = 0.
$y = -x^2 + x + 6 \rightarrow y = -0^2 + 0 + 6 \rightarrow y = 6$
Assim, essa parábola intercepta o eixo *y* no ponto (0, 6).
Quanto ao vértice *V* dessa parábola, sua abscissa x_V é igual à média das abscissas dos pontos onde a parábola intercepta o eixo *x*, isto é:

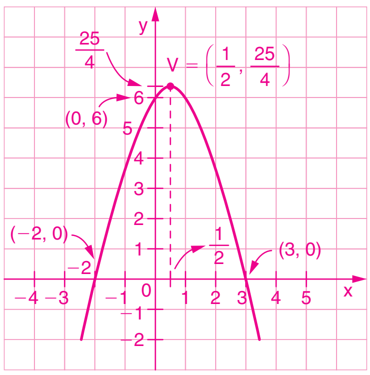
$$x_V = \frac{-2 + 3}{2} = \frac{1}{2}.$$

Para calcular a ordenada y_V do vértice, substitui-se $x_V = \frac{1}{2}$ na equação da parábola. Obtém-se, então,

$$y_V = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 6 = \frac{25}{4}.$$

O vértice é, então, o ponto $V = \left(\frac{1}{2}, \frac{25}{4}\right)$.

b) Na figura seguinte está esboçado o gráfico da parábola $y = -x^2 + x + 6$ e estão indicados os quatro pontos determinados acima.



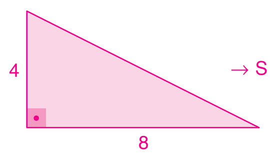
54 (UFV-MG) Sejam f, g: ℝ → ℝ funções tais que $f(x) = -x^2 + 4x$ e $g(x) = 2x$.
Considere o triângulo retângulo cujos catetos têm por medida, respectivamente, os valores máximos de $f \circ g$ e $g \circ f$. Calcule a área deste triângulo.

$f(g(x)) = f(2x) = -(2x)^2 + 4 \cdot 2x = -4x^2 + 8x$
$g(f(x)) = g(-x^2 + 4x) = 2(-x^2 + 4x) = -2x^2 + 8x$
Os valores máximos de f(g(x)) são:

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} \rightarrow y_v = \frac{-[64 - 4(-4) \cdot 0]}{4 \cdot (-4)} = \frac{-64}{-16} = 4$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} \rightarrow y_v = \frac{-[64 - 4(-2) \cdot 0]}{4 \cdot (-2)} = \frac{-64}{-8} = 8$$

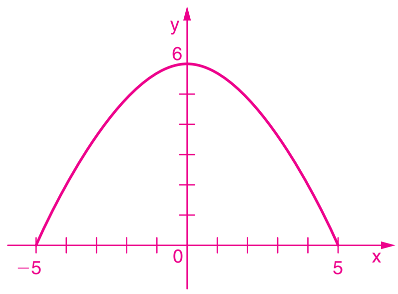
O triângulo é:



$$\rightarrow S = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16$$

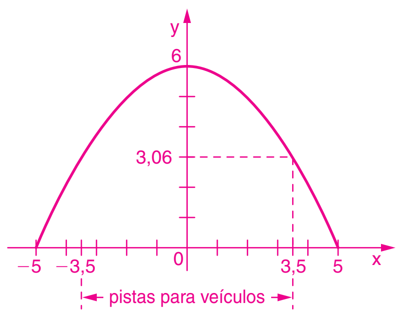
55 (UFMG) A seção transversal de um túnel tem a forma de um arco de parábola, com 10 m de largura na base e altura máxima de 6 m, que ocorre acima do ponto médio da base. De cada lado são reservados 1,5 m para passagem de pedestre, e o restante é dividido em duas pistas para veículos.
As autoridades só permitem que um veículo passe por esse túnel caso tenha uma altura de, no máximo, 30 cm a menos que a altura mínima do túnel sobre as pistas para veículos. Calcule a altura máxima que um veículo pode ter para que sua passagem pelo túnel seja permitida.

A figura mostra a seção transversal desse túnel.
A abscissa *x* mede o comprimento, em metros, na base do túnel, a partir de seu ponto médio e a ordenada *y* representa a altura, em metros, a partir da base do túnel.



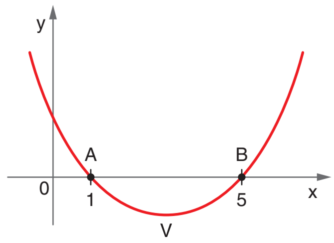
A equação da parábola é: $y = ax^2 + bx + c$.
Como a parábola passa pelo ponto de coordenadas (0, 6), fazendo $x = 0$ na equação acima, obtemos $c = 6$. Como a parábola passa também pelos pontos (−5, 0) e (5, 0), temos, substituindo, sucessivamente, $x = -5$ e $x = 5$ na equação $y = ax^2 + bx + 6$, $\begin{cases} 25a - 5b = -6 \\ 25a + 5b = -6 \end{cases}$ e segue-se que $b = 0$ e $a = -\frac{6}{25}$.
A equação da parábola é, então, $y = -\frac{6}{25}x^2 + 6$, ou seja, $y = -\frac{6}{25}(x^2 - 25)$.

De cada lado do ponto médio da base do túnel são destinados 3,5 m para as pistas de veículos. Logo, a altura mínima sobre as pistas de veículos é igual ao valor de *y* quando fazemos $x = 3,5$ na equação da parábola. Essa altura é, então, em metros, igual a $-\frac{6}{25}(3,5^2 - 25) = \frac{6}{25} \cdot 12,75 = 3,06$.



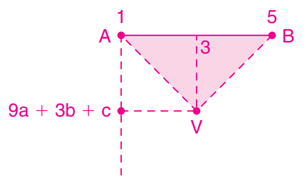
Para que a passagem de um veículo pelo túnel seja permitida, sua altura deve ser, em metros, no máximo, igual a $3,06 - 0,30 = 2,76 \to 2,76$ m

56 (UEM-PR) Considere uma parábola de equação $y = ax^2 + bx + c$, sendo *a*, *b* e *c* números reais e $a \neq 0$. Se o seu gráfico é o dado a seguir, assinale o que for correto.



(01) Sendo o vértice da parábola o ponto V(p, q), o valor de *p* é 3.
(02) A soma das raízes da equação $y = 0$ é 4.
(04) A área do triângulo ABV, sendo *V* o vértice da parábola, é dada por $S = 2|9a + 3b + c|$.
(08) O número *b* é negativo.
(16) O produto ac é positivo.
(32) Se o ponto P(6, 2) pertencesse à parábola, o valor de *c* seria 2.

(01) $p = \frac{1 + 5}{2} = 3$ (verdadeira)
(02) $x' + x'' = 1 + 5 = 6$ (falsa)
(04)



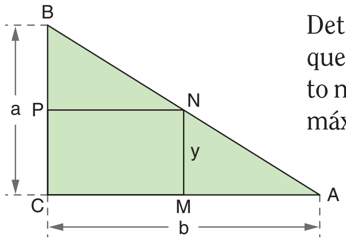
$S = \frac{b \cdot h}{2} \to S = \frac{4 \cdot (9a + 3b + c)}{2} \to S = 2|9a + 3b + c|$ (verdadeira)

(08) Verdadeira, pois *a* é positivo ($a > 0$) → parábola com concavidade para cima; logo:
$x' + x'' = \frac{-b}{a} \to 6 = \frac{-b}{a}$ (como $a > 0$, deve ser positivo. Assim, *b* é negativo.)

(16) $x' \cdot x'' = 1 \cdot 5 = 5 \to \frac{c}{a} > 0$ (se $a > 0$, *c* deve ser maior que zero, isto é, $ac > 0$); portanto, a afirmativa é verdadeira.

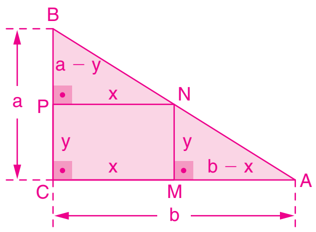
(32) $\frac{-b}{a} = 1 + 5 \to \frac{-b}{a} = 6 \to b = -6a$
A parábola passa por (6, 2), logo:
$2 = 36a + 6b + c \to 2 = 36a + 6 \cdot (-6a) + c \to c = 2$ (verdadeira)
Portanto: 01 + 04 + 08 + 16 + 32 = 61

57 (UFOP-MG) Um triângulo ABC é retângulo em *C* e seus catetos medem *a* e *b*, conforme a figura abaixo.



Determine y = MN, de modo que o retângulo CMNP, inscrito nesse triângulo, tenha área máxima.

Pelos dados, temos:



Os triângulos ABC, NBP e ANM são semelhantes.
Logo, se △ABC ~ △NBP, então:

$\frac{a}{a - y} = \frac{b}{x} \rightarrow ax = ab - by$

$by = ab - ax$

$y = a - \frac{a}{b}x$ ①

$A_{\text{retângulo CMNP}} = x \cdot y$ ②

Substituindo ① em ②, vem:

$A = x \cdot \left(a - \frac{a}{b}x\right) \rightarrow A = \frac{-a}{b}x^2 + ax$

$x_v = \frac{-a}{2 \cdot \frac{-a}{b}} \rightarrow x_v = \frac{b}{2}$

Substituindo $x = \frac{b}{2}$ em ①, vem $y = a - \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{2} = \frac{a}{2}$

58 (Unitau-SP) O conjunto imagem, Im, da função $y = x^2 - 4x + 3$ é:

a) $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geqslant 2\}$
b) $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leqslant 2\}$
x c) $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geqslant -1\}$
d) $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leqslant -1\}$
e) $Im = \mathbb{R}$

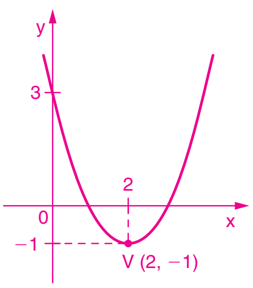
$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3$

$\Delta = 16 - 12 = 4$

$x_v = \frac{-b}{2a} \rightarrow x_v = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2$

$y_v = \frac{-\Delta}{4a} \rightarrow y_v = \frac{-4}{4 \cdot 1} = -1$

Esboço de gráfico



Podemos observar que $y \geqslant -1$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
Portanto, $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geqslant -1\}$

59 (UFES) Sabendo-se que a imagem da função $y = x^2 + 5x + (k + 4)$ é o conjunto $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geqslant -1\}$, podemos afirmar que o valor de *k* é:

a) 0,25 b) 0,50 c) 0,75 d) 1,00 x e) 1,25

Cálculo do Δ

$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (k + 4)$

$\Delta = 25 - 4(k + 4)$

$\Delta = 25 - 4k - 16$

$\Delta = 9 - 4k$

O valor mínimo é:

$y_v = \frac{-\Delta}{4a} \rightarrow y_v = \frac{-(9 - 4k)}{4 \cdot 1} \rightarrow y_v = \frac{4k - 9}{4}$

O conjunto imagem é:

$y \geqslant y_v \rightarrow y \geqslant -1 \rightarrow y_v = -1$

$\frac{4k - 9}{4} = -1$

$4k - 9 = -4$

$4k = 5$

$k = \frac{5}{4}$

$k = 1,25$

60 (Unitau-SP) Para quais valores de *x* é satisfeita a inequação $-3 + 4x - x^2 \geqslant 0$?

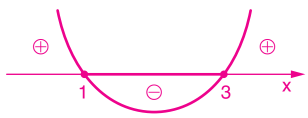
a) $1 < x < 3$
b) $x < 1$ ou $x > 3$
c) $x \leqslant 1$ ou $x \geqslant 3$
x d) $1 \leqslant x \leqslant 3$
e) qualquer *x* real

$-3 + 4x - x^2 \geqslant 0 \rightarrow x^2 - 4x + 3 \leqslant 0$

As raízes são:

$x^2 - 4x + 3 = 0$ < $x_1 = 3$, $x_2 = 1$

Portanto, $1 \leqslant x \leqslant 3$

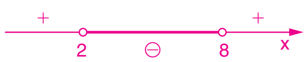


61 (FGV-SP) Quantos números inteiros satisfazem a inequação $x^2 - 10x < -16$?

a) 3 b) 4 x c) 5 d) 6 e) 7

$x^2 - 10x < -16$

$x^2 - 10x + 16 < 0$



sinal de $x^2 - 10x + 16$

Assim, $2 < x < 8$

Logo, os números inteiros que satisfazem a inequação são: 3, 4, 5, 6 e 7.

62 (Unifor-CE) O número de soluções inteiras e não-nulas da inequação $\left(\frac{2}{n} - \frac{n}{2}\right)^2 < \left(\frac{2}{n}\right)^2 + \frac{n}{2}$ é:

x a) 4 b) 3 c) 2 d) 1 e) 0

Desenvolvendo, temos:

$\frac{4}{n^2} - 2 \cdot \frac{2}{n} \cdot \frac{n}{2} + \frac{n^2}{4} < \frac{4}{n^2} + \frac{n}{2}$

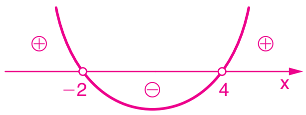
$\frac{4}{n^2} - 2 + \frac{n^2}{4} < \frac{4}{n^2} + \frac{n}{2}$

$\frac{n^2}{4} - \frac{n}{2} - 2 < 0$

$n^2 - 2n - 8 < 0$

Raízes

$n^2 - 2n - 8 = 0$ $\begin{cases} n_1 = 4 \\ n_2 = -2 \end{cases}$



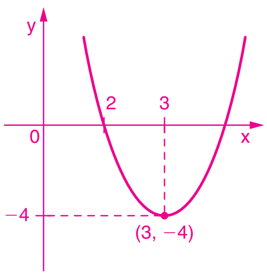
Entre −2 e 4, temos os números inteiros −1, 0, 1, 2 e 3. Os não-nulos são −1, 1, 2 e 3.

63 (FGV-SP) Uma função quadrática *f* tem um gráfico cujo vértice é o ponto (3, −4). Sabe-se que 2 é uma raiz da função.

a) Obtenha a expressão da função *f*.

b) Para que valores de *x* tem-se f(x) > 0?

a) Do enunciado, pode-se concluir que o gráfico da função quadrática *f* é:



Daí, tem-se que 4 é a outra raiz de *f*. Então:

$f(x) = a(x - 2)(x - 4)$

Como $f(3) = -4$, então $a(3 - 2)(3 - 4) = -4 \therefore a = 4$

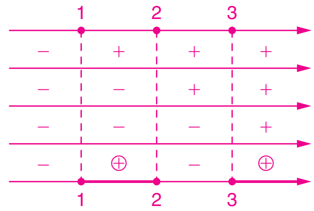
Logo, $f(x) = 4(x - 2)(x - 4)$, ou seja, $f(x) = 4x^2 - 24x + 32$.

b) Do gráfico do item *a*, $f(x) > 0$ se $x < 2$ ou $x > 4$

64 (UFRJ) Seja p: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $p(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$.

Para que valores de *x* se tem $p(x) \geqslant 0$?

Vamos analisar o sinal de p(x) verificando o sinal de cada um de seus fatores pelo quadro:



$S = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leqslant x \leqslant 2 \text{ ou } x \geqslant 3\}$

65 (FGV-SP) O maior número inteiro que satisfaz a inequação $\frac{5}{x - 3} > 3$ é:

x a) um múltiplo de 2

b) um múltiplo de 5

c) um número primo

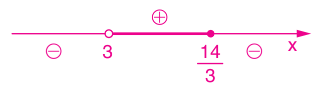
d) divisível por 3

e) divisível por 7

$\frac{5}{x - 3} > 3$

$\frac{5}{x - 3} - 3 > 0$

$\frac{-3x + 14}{x - 3} > 0$



sinal de $\frac{-3x + 14}{x - 3}$

Portanto, $3 < x < \frac{14}{3}$.

Logo, o maior número inteiro que satisfaz a inequação é o 4.

66 (UCSal-BA) No universo $\mathbb{R}$, o conjunto solução de $\frac{2x - 1}{2 - 3x} \leqslant 0$ é:

x a) $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right] \cup \left]\frac{2}{3}, +\infty\right[$

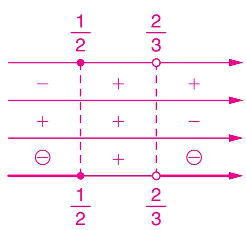
b) $\left]-\infty, -\frac{2}{3}\right[\cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right[$

c) $\left]-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right]$

d) $\left]\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right[$

e) $\varnothing$

Sendo $\frac{2x - 1}{2 - 3x} \leqslant 0$, temos:



$S = \left]-\infty, \frac{1}{2}\right] \cup \left]\frac{2}{3}, +\infty\right[$

67 (UERN) Quantos números inteiros são soluções da inequação $\frac{3x - 2}{x - 6} < 1$?

a) oito ×c) sete e) infinitos
b) seis d) nove

$\frac{3x - 2}{x - 6} < 1 \rightarrow \frac{3x - 2}{x - 6} - 1 < 0$

$\frac{3x - 2 - x + 6}{x - 6} < 0$

$\frac{2x + 4}{x - 6} < 0$

	−2		6	
	−	+		+
	−	−		+
	+	⊖		+
	−2		6	

$-2 < x < 6$

Os números inteiros desse intervalo são: −1, 0, 1, 2, 3, 4 e 5. O total de números é 7.

68 (FMIT-MG) Se a equação $(m - 1)x^2 + mx + 1 = 0$ tem duas raízes reais negativas, então o coeficiente *m* satisfaz a condição:

a) $0 < m \leqslant 2$
b) $m < 0$ ou $m > 1$
c) $1 \leqslant m \leqslant 2$
d) $0 < m < 2$
×e) n.d.a.

Se as duas raízes são negativas, o seu produto é positivo. Logo:

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} > 0 \rightarrow \frac{1}{m - 1} > 0$

Devemos ter: $m - 1 > 0 \rightarrow m > 1$
Portanto, nenhuma das respostas.

69 (UFSC) Sejam as funções $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$, definida para todo *x* real e $x \neq 1$, e $g(x) = 2x + 3$, definida para todo *x* real.
Determine a soma dos números associados à(s) proposição(ões) verdadeira(s).

(01) $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$.

(02) O valor de $g(f(2))$ é igual a $\frac{4}{3}$.

(04) O domínio da função $f \circ g$ (*f* composta com *g*) é $D(f \circ g) = \mathbb{R} - \{-1\}$.

(08) A função inversa da *g* é definida por

$$g^{-1}(x) = \frac{x - 3}{2}.$$

(16) A reta que representa a função *g* intercepta o eixo das abscissas em $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$.

(32) A função *f* assume valores estritamente positivos para $x < -1$ ou $x > 1$.

(01) $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x} + 1}{\frac{1}{x} - 1} \rightarrow f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1 + x}{x}}{\frac{1 - x}{x}}$

$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1 + x}{1 - x}$

$-f(x) = -\left(\frac{x + 1}{x - 1}\right) = \frac{-x - 1}{x - 1} \cdot \frac{-1}{-1} = \frac{x + 1}{-x + 1} = \frac{1 + x}{1 - x}$

Logo:

$f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$ (verdadeira)

(02) $f(2) = \frac{2 + 1}{2 - 1} \rightarrow f(2) = 3$

$g(f(2)) = g(3) = 2 \cdot 3 + 3 = 9$ (falsa)

(04) $f \circ g = f[g(x)] = f(2x + 3) = \frac{2x + 3 + 1}{2x + 3 - 1} = \frac{2x + 4}{2x + 2}$

Mas $2x + 2 \neq 0 \rightarrow x \neq -1$

Logo, $D(f \circ g) = \mathbb{R} - \{-1\}$ (verdadeira)

(08) $y = 2x + 3$

$x = 2y + 3 \rightarrow 2y = x - 3 \rightarrow y = \frac{x - 3}{2}$

Logo, $g^{-1}(x) = \frac{x - 3}{2}$ (verdadeira)

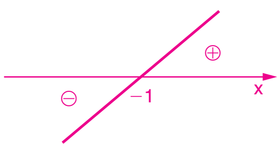
(16) A reta corta o eixo das abscissas quando $y = 0$.

Logo, $2x + 3 = 0 \rightarrow 2x = -3 \rightarrow x = -\frac{3}{2}$

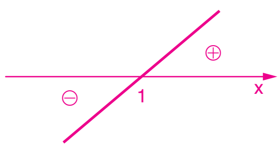
Portanto, $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ representa o ponto de intersecção da reta com o eixo *x*. (verdadeira)

(32) Estudo do sinal da função $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$

Seja $u(x) = x + 1$



Seja $v(x) = x - 1$



Quadro de sinais

	−1		1	
$u(x)$	−	+		+
$v(x)$	−	−		+
$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$	+	⊖		+
	−1		1	

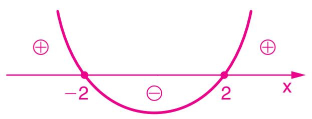
$f(x) > 0$ se $x < -1$ ou $x > 1$ (verdadeira)

Portanto: 01 + 04 + 08 + 16 + 32 = 61

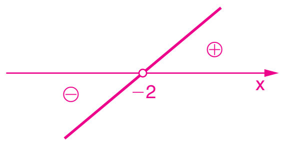
70 (Unifor-CE) No universo $\mathbb{R}$, o conjunto solução da inequação $\dfrac{x^2 - 4}{x + 2} \leqslant 0$ é:

a) $\{x \in \mathbb{R} | x < -2\}$
b) $\{x \in \mathbb{R} | x \geqslant 2\}$
X c) $\{x \in \mathbb{R} | x \leqslant 2 \text{ e } x \neq -2\}$
d) $\{x \in \mathbb{R} | x < -2 \text{ ou } x \geqslant 2\}$
e) $\{x \in \mathbb{R} | -2 < x \leqslant 2\}$

$x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = 2 \text{ ou } x = -2$



$x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$



Fazendo o quadro de sinais, temos:

		−2		2	
	+		−		+
	−		+		+
	⊖		⊖		+
		−2		2	

$\therefore x \leqslant 2 \text{ e } x \neq -2$

71 (UCSal-BA) No universo $\mathbb{R}$, o conjunto solução da inequação $x + \dfrac{1}{x} < 2$ é:

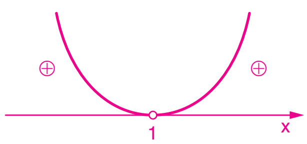
a) $\{x \in \mathbb{R} | x > 1\}$
b) $\{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 1\}$
c) $\{x \in \mathbb{R} | x < 1\}$
X d) $\{x \in \mathbb{R} | x < 0\}$
e) $\{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$

$x + \dfrac{1}{x} < 2 \rightarrow x + \dfrac{1}{x} - 2 < 0$

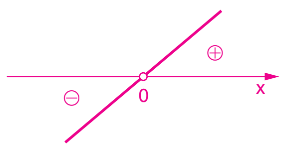
$\dfrac{x^2 + 1 - 2x}{x} < 0$

$\dfrac{x^2 - 2x + 1}{x} < 0$

• $x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow x = 1$



• $x = 0$



Fazendo o quadro de sinais, temos:

		0		1	
	+		+		+
	−		+		+
	⊖		+		+
		0		1	

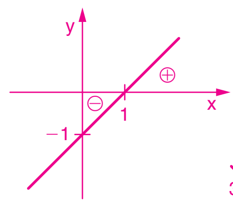
$S = \{x \in \mathbb{R} | x < 0\}$

72 (UEL-PR) O conjunto solução da inequação $\dfrac{(x - 1)^3 \cdot (x^2 - 4)}{3 - x} \geqslant 0$, no universo $U = \mathbb{R}$, é:

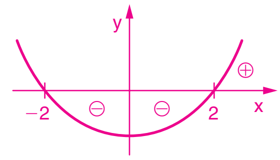
a) $]-\infty, -2] \cup [1, 3[$
b) $[0, 1] \cup [3, +\infty[$
c) $[1, 2] \cup [3, +\infty[$
X d) $[-2, 1] \cup [2, 3[$
e) $]-\infty, -2] \cup [2, 3[$

Para resolver a inequação-quociente, vamos estudar o sinal das funções: $f(x) = x - 1$, $g(x) = x^2 - 4$ e $h(x) = 3 - x$

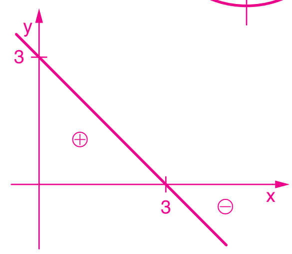
$f(x) = x - 1$



$g(x) = x^2 - 4$



$h(x) = 3 - x$



Para a função $i(x) = (x - 1)^3$, o sinal é o mesmo da função f(x).

Quadro de sinais:

		−2		1		2		3	
i(x)	−		−		+		+		+
g(x)	+		−		−		+		+
h(x)	+		+		+		+		−
$\dfrac{i(x) \cdot g(x)}{h(x)}$	−		⊕		−		⊕		−
		−2		1		2		3	

$S = \{x \in \mathbb{R} | -2 \leqslant x \leqslant 1 \text{ ou } 2 \leqslant x < 3\}$

73 (Furg-RS) Dadas as funções reais definidas por $f(x) = x - 2$ e $g(x) = -x^2 + x - 12$, podemos dizer que o domínio da função $h(x) = \sqrt{\dfrac{f(x)}{g(x)}}$ é:

X a) $\{x \in \mathbb{R} | x \leqslant 2\}$
b) $\{x \in \mathbb{R} | x < 2\}$
c) $\{x \in \mathbb{R} | -2 \leqslant x < 2\}$
d) $\{x \in \mathbb{R} | x > 2\}$
e) $\{x \in \mathbb{R} | x \geqslant 2\}$

$\dfrac{f(x)}{g(x)} \geqslant 0 \rightarrow \dfrac{x - 2}{-x^2 + x - 12} \geqslant 0 \rightarrow \dfrac{x - 2}{x^2 - x + 12} \leqslant 0$

Daí:

		2	
f(x)	−		+
g(x)	+		+
$\dfrac{f(x)}{g(x)}$	⊖		+
		2	

Logo: $\{x \in \mathbb{R} | x \leqslant 2\}$