36 (UEL-PR) Tome uma folha de papel em forma de quadrado de lado igual a 21 cm e nomeie os seus vértices *A, B, C, D*, conforme a figura 1. A seguir, dobre-a, de maneira que o vértice *D* fique sobre o "lado" AB (figura 2). Seja D′ esta nova posição do vértice *D* e *x* a distância de *A* a D′.

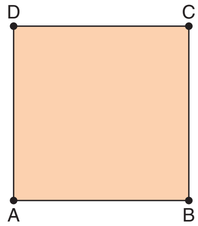


Figura 1

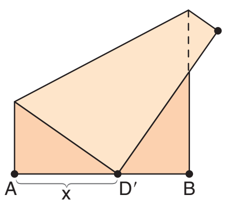


Figura 2

A função que expressa a área do triângulo retângulo sombreado em função de *x* é:

a) $A = \dfrac{-x^3 + 441x}{42}$

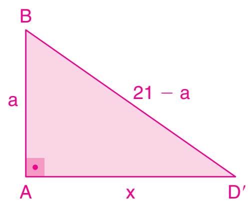
b) $A = \dfrac{x^3 - 441x}{84}$

c) $A = \dfrac{-x^3 + 441x}{84}$

x d) $A = \dfrac{441 - x^2}{84}$

e) $A = \dfrac{441 - x^2}{42}$

Da figura, temos:



Usando Pitágoras, temos:

$(21 - a)^2 = a^2 + x^2 \rightarrow 441 - 42a + a^2 = a^2 + x^2$

$x^2 = 441 - 42a$

$42a = 441 - x^2$

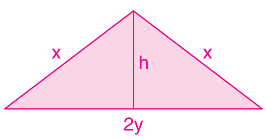
$a = \dfrac{441 - x^2}{42}$

A área do triângulo é:

$A = \dfrac{x \cdot a}{2} \rightarrow A = \dfrac{x \cdot \dfrac{441 - x^2}{42}}{2} \rightarrow A = \dfrac{441x - x^3}{84}$

37 (UFG) Determine um triângulo isósceles, cujo perímetro é 18 cm e a área é 12 cm², sabendo que a medida de seus lados são números inteiros.

Fazendo a figura e observando os dados do problema, tem-se:



$\begin{cases} \text{Perímetro: } 2x + 2y = 18 \Leftrightarrow x + y = 9 \\ \text{Área: } hy = 12 \\ \text{Pitágoras: } h^2 = x^2 - y^2 = 9(x - y) \end{cases}$

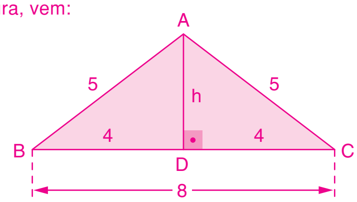
$\begin{cases} x = 9 - y \\ 9(x - y)y^2 = 144 \end{cases} \Rightarrow (9 - 2y)y^2 = 16$

Sendo *y* um número inteiro positivo e menor que 9, o único valor possível é y = 4; logo, x = 5. Portanto, o triângulo tem um lado medindo 8 cm e os outros lados medindo 5 cm.

38 (São Camilo-SP) A razão entre a altura de um triângulo isósceles ABC de lados AB = AC = 5 cm e BC = 8 cm e sua área é:

x a) $\dfrac{1}{4}$ b) $\dfrac{1}{2}$ c) 2 d) 4 e) 1

Fazendo a figura, vem:



• Cálculo da altura *h*:

$5^2 = h^2 + 4^2 \rightarrow h^2 = 25 - 16$

$h^2 = 9$

$h = 3$ cm

• Cálculo da área do triângulo ABC:

$A = \dfrac{BC \cdot AD}{2} \rightarrow A = \dfrac{8 \cdot 3}{2}$

$A = 12$ cm²

Portanto:

$\dfrac{h}{A} = \dfrac{3}{12} \rightarrow \dfrac{h}{A} = \dfrac{1}{4}$

39 (USS-RJ) O lado AB de um triângulo ABC mede 36 cm. Os pontos *P* e *Q* pertencem aos lados CA e CB, respectivamente. O segmento PQ é paralelo a AB e as áreas do triângulo CPQ e do trapézio PABQ são iguais. O comprimento PQ é de:

a) $3\sqrt{2}$ cm

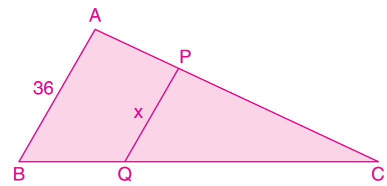
b) 9 cm

x c) $18\sqrt{2}$ cm

d) 6 cm

e) 18 cm

Fazendo a figura, temos:



$\triangle CPQ \sim \triangle CAB$

$\dfrac{PQ}{AB} = \dfrac{x}{36}$ (razão de semelhança)

Razão das áreas:

$\dfrac{\text{Área do } \triangle CPQ}{\text{Área do } \triangle CAB} = \dfrac{A}{A + A} = \dfrac{A}{2A} = \dfrac{1}{2}$

Como a razão das áreas é o quadrado da razão de semelhança, temos:

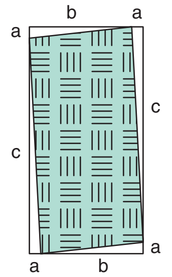
$\dfrac{1}{2} = \left(\dfrac{x}{36}\right)^2 \rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{x^2}{1\,296}$

$x^2 = 648$

$x = 18\sqrt{2}$

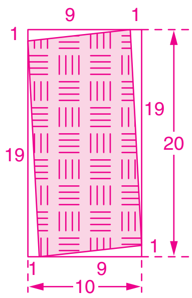
40 (Unipa-MG) Um casal adquiriu um terreno pela planta retangular, de 10 m × 20 m, pagando R$ 50 000,00. Quando o topógrafo foi medir, observou que as medidas do terreno eram diferentes. No desenho abaixo, a área destacada é a real. Pode-se concluir que o prejuízo do casal foi de:

a) R$ 2 000,00
b) R$ 5 000,00
x c) R$ 7 000,00
d) R$ 9 000,00
e) R$ 11 000,00



a = 1 m
b = 9 m
c = 19 m

Pelos dados, temos:



• Cálculo do valor do metro quadrado do terreno:

$\frac{50\ 000,00}{10 \cdot 20} = 250,00/m^2 \rightarrow$ R$ 250,00/m²

• Cálculo da área real do terreno:

$A = 10 \cdot 20 - \cancel{2} \cdot \frac{1 \cdot 9}{\cancel{2}} - \cancel{2} \cdot \frac{1 \cdot 19}{\cancel{2}}$

$A = 200 - 9 - 19$

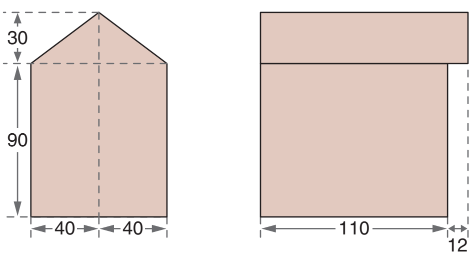
$A = 172\ m^2$

• Prejuízo:

$P = (200 - 172) \cdot 250 \rightarrow P = 7\ 000$

Portanto, o prejuízo foi de R$ 7 000,00.

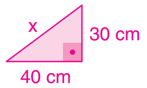
41 (UFMG) Observe as figuras:



Nessas figuras, estão representadas as vistas frontal e lateral de uma casa de madeira para um cachorrinho, com todas as medidas indicadas em centímetros. Observe que o telhado avança 12 cm na parte da frente da casa.
Considerando-se os dados dessas figuras, a área total do telhado dessa casa é de:

a) 0,96 m²   x b) 1,22 m²   c) 1,44 m²   d) 0,72 m²

A largura de cada parte do telhado mede:



$x^2 = 30^2 + 40^2 \rightarrow x = 50$ cm

Cada parte do telhado é um retângulo de dimensões:

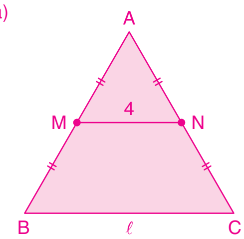
A área é igual a:
$S = 122 \cdot 50 = 6\ 100\ cm^2$
A área total é igual a:
$2S = 2 \cdot 6\ 100 = 12\ 200 \rightarrow 12\ 200\ cm^2 = 1,22\ m^2$

42 (FGV-SP)

a) Num triângulo eqüilátero ABC, unindo-se os pontos médios de $\overline{AB}$ e de $\overline{AC}$, obtém-se um segmento de medida igual a 4 cm. Qual a área do triângulo ABC?

b) Num triângulo retângulo ABC, de hipotenusa $\overline{BC}$, a altura relativa à hipotenusa é $\overline{AH}$. Se BH = 3 cm e HC = 8 cm, qual a medida do cateto $\overline{AC}$?

a)



Sejam ℓ a medida do lado do triângulo eqüilátero ABC, *M* o ponto médio do lado $\overline{AB}$ e *N* o ponto médio do lado $\overline{AC}$.

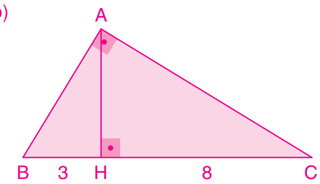
I. Como MN = 4 cm, temos $\ell = 8$ cm, pois os triângulos AMN e ABC são semelhantes e a razão de semelhança é 1 : 2.

II. Sendo *S* a área do triângulo ABC, temos:

$S = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} = \frac{8^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow S = 16\sqrt{3}$

$\therefore S = 16\sqrt{3}\ cm^2$

b)



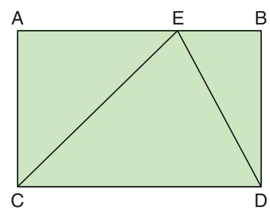
No triângulo retângulo ABC, temos:

$(AC)^2 = HC \cdot BC$

$(AC)^2 = 8 \cdot 11$

$AC = 2\sqrt{22} \therefore AC = 2\sqrt{22}$ cm

43 (UFAC) Na figura, ABCD é um retângulo e *E* é um ponto do segmento AB. Da figura, podemos concluir que:

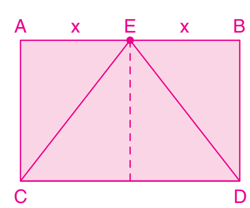


I. Se AE = EB, então a área do triângulo ACE é um quarto da área do retângulo ABCD.
II. O valor da área do triângulo CDE é o mesmo da soma das áreas dos triângulos ACE e EBD.
III. A área do triângulo CDE é metade da área do retângulo ABCD, independentemente da posição em que o ponto *E* esteja no segmento AB.

Com relação às afirmações I, II e III, pode-se dizer que:

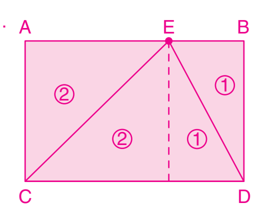
x a) todas são verdadeiras
b) todas são falsas
c) apenas I é verdadeira
d) as afirmações II e III são falsas
e) apenas II e III são verdadeiras

I.



$S_{ACE} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$ (verdadeira)

II.



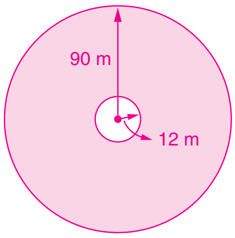
$S_{CDE} = S_1 + S_2$
$S_{ACE} + S_{EBD}$ (verdadeira)

III. $S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \cdot S_{ABCD}$ (verdadeira)

44 (UCSal-BA) No centro de uma praça circular, de 90 m de raio, foi montado um tablado, também circular e com 12 m de raio, no qual realizou-se um espetáculo musical. Considerando que todas as pessoas que foram ao espetáculo restringiram-se à faixa da praça exterior ao tablado, que teve uma ocupação média de 4 pessoas por metro quadrado, quantas pessoas estiveram presentes a esse espetáculo? (Use $\pi = 3$.)

a) 90 576
b) 92 462
c) 93 128
x d) 95 472
e) 98 576

Do enunciado, temos:



A área da coroa circular é:

$S = \pi r_2^2 - \pi r_1^2 \rightarrow S = \pi(90^2 - 12^2)$

$S = 3 \cdot (8\,100 - 144)$

$S = 23\,868 \text{ m}^2$

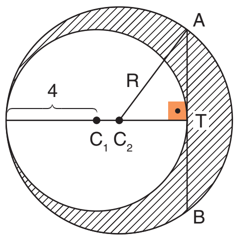
O número de pessoas é:

$n = 4 \cdot 23\,868 = 95\,472 \rightarrow 95\,472$ pessoas

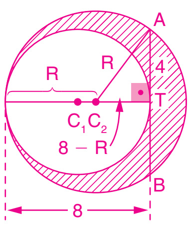
45 (Unifesp-SP) A figura mostra uma circunferência, de raio 4 e centro C_1, que tangencia internamente a circunferência maior, de raio *R* e centro C_2. Sabe-se que *A* e *B* são pontos da circunferência maior, $\overline{AB}$ mede 8 e tangencia a circunferência menor em *T*, sendo perpendicular à reta que passa por C_1 e C_2.

A área da região hachurada é:

x a) 9π
b) 12π
c) 15π
d) 18π
e) 21π



Do enunciado, temos a figura:



Aplicando-se o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo ATC_2:

$(8 - R)^2 + 4^2 = R^2 \therefore R = 5$

A área *S* da região hachurada é igual à área do círculo de raio 5 menos a área do círculo de raio 4, ou seja:

$S = \pi \cdot 5^2 - \pi \cdot 4^2 \therefore S = 9\pi$

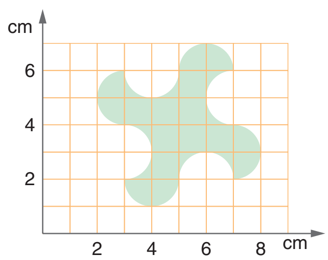
46 (Furb-SC) "Lixo é basicamente todo e qualquer resíduo sólido proveniente das atividades humanas ou geradas pela natureza em aglomerados urbanos. O lixo faz parte de nossa vida, e tratá-lo bem é uma questão de bom senso, cidadania, e bem-estar, agora, e principalmente no futuro." (www.loucosporlixo.com.br) Pensando nisso, um grupo teatral quer representar uma peça sobre a importância da reciclagem do lixo. Eles querem montar um cenário no qual 3 paredes de 4 m de altura por 5 m de comprimento deverão ser revestidas de CDs defeituosos. Sabendo-se que cada CD possui 12 cm de diâmetro, quantos CDs, aproximadamente, serão necessários para revestir estas paredes? (Use: $\pi = 3{,}14$.)

a) 5 200
x b) 5 300
c) 5 400
d) 5 500
e) 5 600

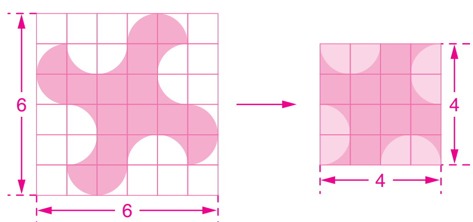
- Área do cenário:
  $A = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60 \rightarrow 60 \text{ m}^2$
- Área de cada CD:
  $A_1 = \pi \cdot R^2 \rightarrow A_1 = 3{,}14 \cdot (0{,}06)^2$
  $A_1 = 0{,}011304 \text{ m}^2$
- O número de CDs necessários é:
  $N = \dfrac{60}{0{,}011304} \rightarrow N \simeq 5\,308$

47 (Cefet-PR) Uma indústria necessita produzir lâminas de máquinas moedoras de carne, conforme a especificação a seguir. A área da lâmina está diretamente relacionada com a potência do motor da máquina. Considerando que o contorno da lâmina somente é constituído de semicírculos, a área da mesma, em cm^2, é igual a:

x a) 16
b) 16π
c) π
d) $(4 + 16\pi)$
e) $(4 + 12\pi)$



Completando a figura abaixo, obtemos um quadrado de lado 4 cm.



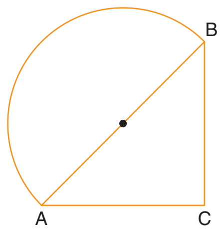
Logo, a área da lâmina é:

$4 \cdot 4 = 16 \rightarrow 16 \text{ cm}^2$

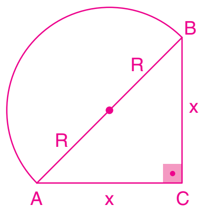
Em questões como a 48, assinale na coluna I as proposições corretas e na coluna II as proposições erradas.

48 (Unicap-PE) Deseja-se construir um oleoduto, ligando duas cidades, *A* e *B* (observe a figura abaixo). Há três possibilidades de trajetos para o mesmo: em linha reta, com o custo total por km, em real, de 2 700,00; em arco (semicircunferência), com custo total por km, em real, de 1 600,00; em forma de *L*, ACB, com custo total por km, em real, de 1 700,00.
Assim:

I - II
0 - 0 O trajeto em arco é o mais caro.
1 - 1 O trajeto em forma de *L* é o mais caro.
2 - 2 O trajeto $\overline{AB}$ é o mais barato.
3 - 3 Os trajetos em arco e em forma de *L* têm o mesmo custo.
4 - 4 O trajeto mais barato é em *L*.



Pelos dados, temos:



Aplicando Pitágoras, vem:
$(2R)^2 = x^2 + x^2 \rightarrow 4R^2 = 2x^2$
$x^2 = 2R^2$
$x = R\sqrt{2}$

Substituindo $\sqrt{2}$ por 1,41, vem $x = 1{,}41R$.

- Trajeto $\overline{AB}$: 2R
  $2\,700 \cdot 2R = 5\,400R$
- Trajeto em arco: $\frac{2\pi R}{2} = \pi R$
  $1\,600 \cdot 3{,}14R = 5\,024R$
- Trajeto em forma de *L*: $2x = 2 \cdot 1{,}41R = 2{,}82R$
  $2{,}82R \cdot 1\,700 = 4\,794R$

Portanto:

I	II
0	$\cancel{0}$
1	$\cancel{1}$
2	$\cancel{2}$
3	$\cancel{3}$
$\cancel{4}$	4

49 (UESPI) Um trabalhador gasta 3 horas para limpar um terreno circular de 6 metros de raio. Se o terreno tivesse 12 metros de raio, quanto tempo o trabalhador gastaria para limpar tal terreno?

a) 6 h b) 9 h x c) 12 h d) 18 h e) 20 h

As áreas são iguais a:
$S_1 = \pi R_1^2 \rightarrow S_1 = \pi \cdot 6^2 = 36\pi\ m^2$
$S_2 = \pi R_2^2 \rightarrow S_2 = \pi \cdot 12^2 = 144\pi\ m^2$

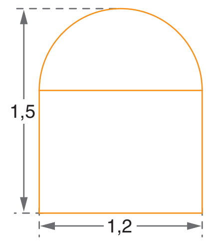
Portanto:

tempo — área
3 h —— 36π
x —— 144π

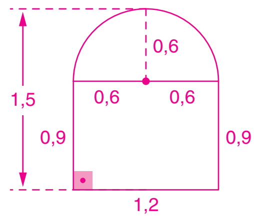
$\rightarrow \frac{3}{x} = \frac{36}{144}$
$x = 12$ h

50 (UFJF-MG) Uma janela foi construída com a parte inferior retangular e a parte superior no formato de um semicírculo, como mostra a figura abaixo. Se a base da janela mede 1,2 m e a altura total 1,5 m, dentre os valores abaixo, o que *melhor* aproxima a área total da janela, em metros quadrados, é:

a) 1,40
x b) 1,65
c) 1,85
d) 2,21
e) 2,62

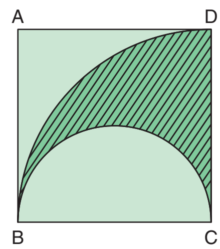


Pelos dados, vem:



$A = 1{,}2 \cdot 0{,}9 + \frac{3{,}14 \cdot (0{,}6)^2}{2}$
$A = 1{,}08 + 0{,}57$
$A = 1{,}65 \rightarrow 1{,}65\ m^2$

51 (UEL-PR) Na figura, ABCD é um quadrado cujo lado mede *a*. Um dos arcos está contido na circunferência de centro *C* e raio *a*, e o outro é uma semicircunferência de centro no ponto médio de BC e de diâmetro *a*. A área da região hachurada é:



a) um quarto da área do círculo de raio *a*
x b) um oitavo da área do círculo de raio *a*
c) o dobro da área do círculo de raio $\frac{a}{2}$
d) igual à área do círculo de raio $\frac{a}{2}$
e) a metade da área do quadrado

A área hachurada é igual a um quarto da área do círculo de raio *a* menos a metade da área do círculo de raio $\frac{a}{2}$, logo:

$$A = \frac{\pi \cdot a^2}{4} - \frac{\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2}{2} \rightarrow A = \frac{\pi \cdot a^2}{4} - \frac{\pi \cdot \frac{a^2}{4}}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot a^2}{4} - \frac{\pi \cdot a^2}{8}$$

$$A = \frac{\pi \cdot a^2}{8}$$

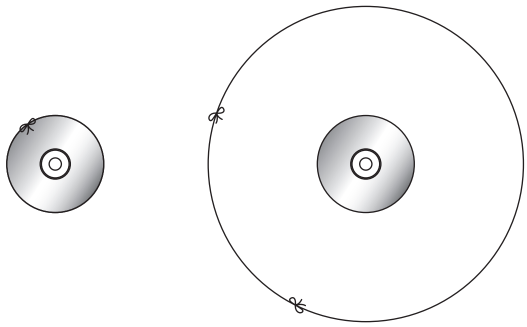
A área hachurada é igual a um oitavo da área do círculo de raio *a*.

52 (UERJ) Um professor de matemática fez, com sua turma, a seguinte demonstração:

– colocou um CD sobre uma mesa e envolveu-o completamente com um pedaço de barbante, de modo que o comprimento do barbante coincidisse com o perímetro do CD;

– em seguida, emendando ao barbante um outro pedaço, de 1 metro de comprimento, formou uma circunferência maior que a primeira, concêntrica com o CD.

Veja as figuras.



Calculou, então, a diferença entre a medida do raio da circunferência maior e a do raio do CD, chamando-a de x.
Logo após, imaginando um CD com medida do raio idêntica à do raio da Terra, repetiu, teoricamente, as etapas anteriores, chamando de y a diferença encontrada.
Assim, demonstrou a seguinte relação entre essas diferenças, x e y:

x a) $x + y = \pi^{-1}$
b) $x + y = \pi^{-2}$
c) $y - x = \pi^{-2}$
d) $y - x = \pi^{-1}$

Para o CD, temos: $C_1 = 2\pi R_1 \rightarrow R_1 = \dfrac{C_1}{2\pi}$

Com o barbante, temos: $C_1 + 1 = 2\pi R_2 \rightarrow R_2 = \dfrac{C_1 + 1}{2\pi}$

Logo:

$x = R_2 - R_1 \rightarrow x = \dfrac{C_1 + 1}{2\pi} - \dfrac{C_1}{2\pi} \rightarrow x = \dfrac{1}{2\pi}$

Para a Terra, a diferença também é igual a $y = \dfrac{1}{2\pi}$.

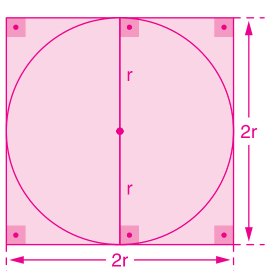
Portanto:

$x + y = \dfrac{1}{2\pi} + \dfrac{1}{2\pi} = \dfrac{2}{2\pi} = \dfrac{1}{\pi} = \pi^{-1}$

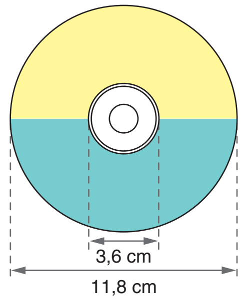
53 (FGV-SP) Um círculo de área 16π está inscrito em um quadrado. O perímetro do quadrado é igual a:

x a) 32 b) 28 c) 24 d) 20 e) 16

Do enunciado temos a figura ao lado, onde r é a medida do raio do círculo.
Temos que:
$\pi r^2 = 16\pi$
$r^2 = 16 \therefore r = 4$
Logo, o lado do quadrado mede 8.
Portanto, o perímetro do quadrado é igual a 32.



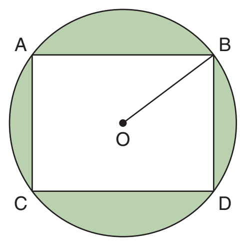
54 (UFMT) A etiqueta do CD mostrado na figura tem a forma de uma coroa circular cujo diâmetro da circunferência externa mede 11,8 cm e o da circunferência interna, 3,6 cm. Considerando $\pi = 3,14$, determine o número inteiro mais próximo da medida (em cm^2) da área da etiqueta.



As medidas dos raios são:
$d_1 = 2r_1 \rightarrow 11,8 = 2r_1 \rightarrow r_1 = 5,9$ cm
$d_2 = 2r_2 \rightarrow 3,6 = 2r_2 \rightarrow r_2 = 1,8$ cm

A área da etiqueta é igual a:
$S = \pi r_1^2 - \pi r_2^2 \rightarrow S = \pi(r_1^2 - r_2^2)$
$S = 3,14(5,9^2 - 1,8^2)$
$S = 99,1298 \rightarrow 99,1298\ cm^2$
$\therefore S = 99\ cm^2$

55 (Vunesp-SP) A figura representa um canteiro de forma circular com 5 metros de raio. O canteiro tem uma região retangular que se destina à plantação de flores e uma outra região, sombreada na figura, na qual se plantará grama.

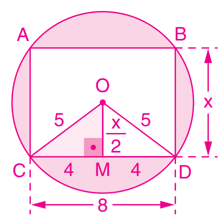


Na figura, O é o centro do círculo, OB é o raio, o retângulo está inscrito no círculo e CD mede 8 metros.

a) Determine a medida do lado BD e a área da região retangular destinada à plantação de flores.

b) Sabendo-se que o metro quadrado de grama custa R$ 3,00, determine quantos reais serão gastos em grama (para facilitar os cálculos, use a aproximação $\pi = 3,2$).

Sejam: x a medida de $\overline{BD}$, em metros
S_f a área destinada à plantação de flores, em metros quadrados.
S_c a área do círculo de centro O e raio OB, em metros quadrados.
S_g a área destinada à plantação de grama, em metros quadrados.
R a quantia, em reais, a ser gasta com a plantação de grama.



Assim:

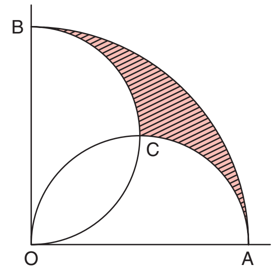
a) $\left(\dfrac{x}{2}\right)^2 + 4^2 = 5^2 \Leftrightarrow \left(\dfrac{x}{2}\right)^2 = 9 \Leftrightarrow \dfrac{x}{2} = 3 \Leftrightarrow x = 6$
6 m (medida do lado BD)
$S_f = CD \cdot BD \Leftrightarrow S_f = 8 \cdot 6 \Leftrightarrow S_f = 48$
48 m^2 (área da região com flores)

b) $S_c = \pi(OB)^2 \Leftrightarrow S_c = 3,2 \cdot 5^2 \Leftrightarrow S_c = 80$
$S_g = S_c - S_f \Leftrightarrow S_g = 80 - 48 \Leftrightarrow S_g = 32$
$R = S_g \cdot 3,00 \Leftrightarrow R = 32 \cdot 3,00 \Leftrightarrow R = 96,00$
R$ 96,00 (valor gasto com a grama)

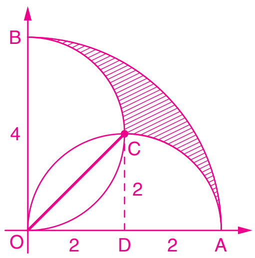
56 (FMTM-MG) Na figura, a medida dos segmentos OA e OB é 4 cm. O arco AÔB tem 90° e OCA e OCB são semicircunferências.

A área da superfície hachurada é:

a) $(4 - \pi)$ cm²
b) $(6 - \pi)$ cm²
x c) $(2\pi - 4)$ cm²
d) $(\pi - 3)$ cm²
e) $(2\pi - 5)$ cm²



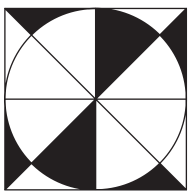
Pelos dados, temos:



$$A_{hachurada} = \frac{\pi \cdot 4^2}{4} - \frac{\pi \cdot 2^2}{2} \cdot 2 + \left(\frac{\pi \cdot 2^2}{4} - \frac{2 \cdot 2}{2}\right) \cdot 2$$

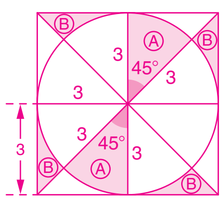
$$A_{hachurada} = 4\pi - 4\pi + 2(\pi - 2) = (2\pi - 4) \rightarrow (2\pi - 4) \text{ cm}^2$$

57 (Vunesp-SP) Uma empresa tem o seguinte logotipo:



Se a medida do raio da circunferência inscrita no quadrado é 3 cm, a área, em cm², de toda a região pintada de preto é:

a) $9 - \frac{9\pi}{4}$
x b) $18 - \frac{9\pi}{4}$
c) $18 - \frac{9\pi}{2}$
d) $36 - \frac{9\pi}{4}$
e) $36 - \frac{9\pi}{2}$



A área S, em centímetros quadrados, da região pintada de preto é dada por $S = 2A + 4B$, onde:

$$A = \frac{45°}{360°} \cdot \pi \cdot 3^2 = \frac{9\pi}{8}$$

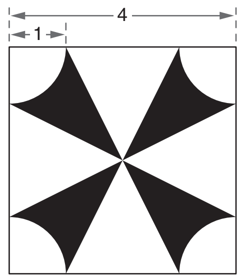
$$B = \frac{3 \cdot 3}{2} - A = \frac{9}{2} - \frac{9\pi}{8}$$

Assim:

$$S = 2 \cdot \frac{9\pi}{8} + 4 \cdot \left(\frac{9}{2} - \frac{9\pi}{8}\right)$$

$$S = \frac{9\pi}{4} + 18 - \frac{9\pi}{2} \Leftrightarrow S = 18 - \frac{9\pi}{4}$$

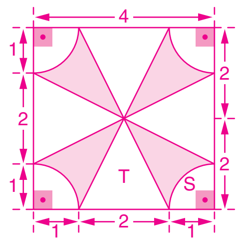
58 (UFSCar-SP) Considere a região R, pintada de preto, exibida a seguir, construída no interior de um quadrado de lado medindo 4 cm.



Sabendo-se que os arcos de circunferência que aparecem nos cantos do quadrado têm seus centros nos vértices do quadrado e que cada raio mede 1 cm, pede-se:

a) a área da região interna ao quadrado, complementar à região R
b) a área da região R

Do enunciado, temos:



a) A área pedida é igual a quatro vezes a área do triângulo T mais quatro vezes a área do setor S, ou seja,

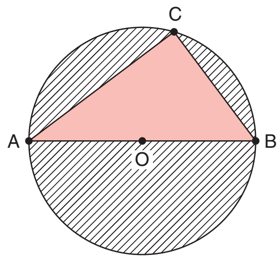
$$4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 + 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 1^2$$

Logo, a área pedida é $(8 + \pi)$ cm².

b) A área da região R é igual à área do quadrado menos a área obtida no item *a*, ou seja, $4^2 - (8 + \pi)$.

Logo, a área de R é $(8 - \pi)$ cm².

59 (Fafeod-MG) A figura ao lado ilustra um triângulo ABC, inscrito numa circunferência de centro O e raio 2,5 cm, sendo CB igual a 3 cm.

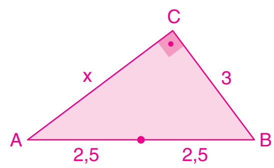


Assumindo $\pi = 3{,}14$, é *correto* afirmar que a área, em cm², da região hachurada na figura é:

a) 12,625 x b) 13,625 c) 19,625 d) 15,625

AB é o diâmetro da circunferência, pois passa pelo centro O, logo o triângulo ABC é retângulo em C.

Substituindo os valores na figura, vem:



Aplicando Pitágoras no triângulo ABC, temos:

$$(AB)^2 = (BC)^2 + (AC)^2 \rightarrow 5^2 = 3^2 + x^2$$
$$25 = 9 + x^2$$
$$x^2 = 16$$
$$x = 4$$

Portanto, a área hachurada vale:

$$A_{hachurada} = A_{círculo} - A_{triângulo} \rightarrow A = \pi \cdot (2{,}5)^2 - \frac{3 \cdot 4}{2}$$

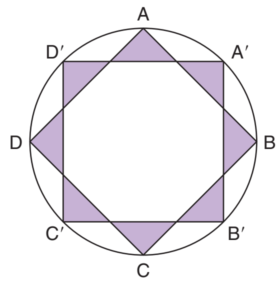
$$A = 6{,}25\pi - 6$$

Substituindo π, vem:

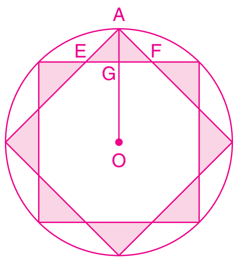
$$A = 6{,}25 \cdot 3{,}14 - 6 \rightarrow A = 19{,}625 - 6$$
$$A = 13{,}625 \text{ cm}^2$$

60 (UFRJ) A figura ao lado é formada por dois quadrados ABCD e A'B'C'D', cujos lados medem 1 cm, inscritos numa circunferência. A diagonal AC forma com a diagonal A'C' um ângulo de 45°.

Determine a área da região sombreada da figura.



Considere *E*, *F* e *G* os pontos indicados na figura abaixo:



Então: $\overline{AG} = \overline{OA} - \overline{OG}$.

Os segmentos OA e OG têm medidas iguais à metade da diagonal e à metade do lado dos quadrados, respectivamente.

Isto é: $\overline{OA} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\overline{OG} = \frac{1}{2}$.

Portanto: $\overline{AG} = \frac{\sqrt{2} - 1}{2}$.

Como o triângulo AEG é isósceles retângulo, temos que $\overline{EG} = \overline{AG}$, então $\overline{EF} = 2\overline{AG} = \sqrt{2} - 1$.

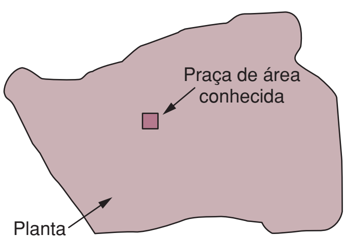
Logo, a área de AEG é dada por:

$$S_o = \frac{1}{2}\,\overline{EF} \cdot \overline{AG} = \frac{1}{4}\left(\sqrt{2} - 1\right)^2 = \frac{1}{4}\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$$

Portanto, a área pedida é:

$$S = 8 \cdot S_o = 6 - 4\sqrt{2} \rightarrow \left(6 - 4\sqrt{2}\right)\ \text{cm}^2$$

61 (ENEM) Um engenheiro, para calcular a área de uma cidade, copiou sua planta numa folha de papel de boa qualidade, recortou e pesou numa balança de precisão, obtendo 40 g. Em seguida, recortou, do mesmo desenho, uma praça de dimensões reais 100 m × 100 m, pesou o recorte na mesma balança e obteve 0,08 g.



Com esses dados foi possível dizer que a área da cidade, em metros quadrados, é de, aproximadamente:

a) 800
b) 10 000
c) 320 000
d) 400 000
x e) 5 000 000

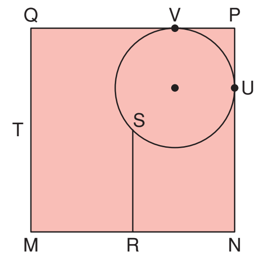
A massa da planta da cidade é 40 g. A área da praça de dimensões 100 m por 100 m é 10 000 m² e o recorte da planta tem massa 0,08 g.

Logo, a área da cidade é de 5 000 000 m², pois

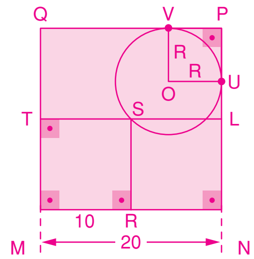
$\frac{S}{40} = \frac{10\,000}{0{,}08}$, isto é, S = 5 000 000.

62 (UFF-RJ) Na figura a seguir, o quadrado MNPQ, com 20 m de lado, representa o terreno reservado à área de lazer da chácara de João. A região limitada pelo quadrado MRST, com 10 m de lado, está destinada ao salão de jogos e à churrasqueira. O círculo, contendo o ponto *S* e tangente ao quadrado MNPQ nos pontos *U* e *V*, representa a região destinada à construção da piscina.

Determine a área da região que será ocupada pela piscina.



Pelos dados, temos:



OV é perpendicular ao lado QP, assim como OU é perpendicular ao lado PN.

Como OV e OU são medidas do raio do círculo, tem-se que OVPU é um quadrado de lado *R*.

Por outro lado, $PS = MS = 10\sqrt{2}$, $OP = R\sqrt{2}$, $MP = 20\sqrt{2}$ e $OS = R$

Logo:

$$OP + OS + MS = 20\sqrt{2} \rightarrow R\sqrt{2} + R + 10\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$$

$$R\left(\sqrt{2} + 1\right) = 10\sqrt{2}$$

$$R = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} \cdot \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1}$$

$$R = 10\sqrt{2}\left(\sqrt{2} - 1\right)$$

Portanto, a área do círculo é dada por:

$$A = \pi \cdot R^2 \rightarrow A = \pi \cdot \left[10\sqrt{2}\left(\sqrt{2} - 1\right)\right]^2$$

$$A = \pi \cdot 200\left(\sqrt{2} - 1\right)^2$$

$$A = 200\pi\left(2 - 2\sqrt{2} + 1\right) = 200\pi\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$$

$$A = 200\pi\left(3 - 2\sqrt{2}\right)\ \text{m}^2$$

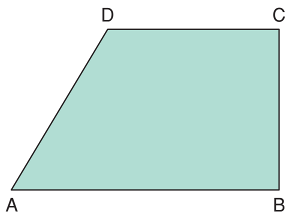
63 (UA-AM) Um setor circular de raio 5 cm tem arco de comprimento 8 cm. Então a sua área é:

a) 30 cm²
b) 40 cm²
c) 10 cm²
d) 80 cm²
x e) 20 cm²

$$S_{setor} = \frac{\ell \cdot R}{2} \rightarrow S_{setor} = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20 \rightarrow S = 20\ \text{cm}^2$$

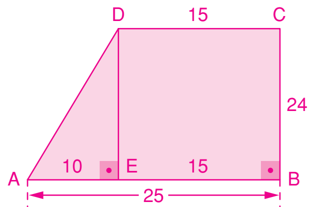
64 (Unicamp-SP) Um terreno tem a forma de um trapézio retângular ABCD, conforme mostra a figura, e as seguintes dimensões:

$\overline{AB} = 25$ m, $\overline{BC} = 24$ m,
$\overline{CD} = 15$ m.



a) Se cada metro quadrado desse terreno vale R$ 50,00, qual é o valor total do terreno?

b) Divida o trapézio ABCD em quatro partes de mesma área, por meio de três segmentos *paralelos ao lado* BC. Faça uma figura para ilustrar sua resposta, indicando nela as dimensões das divisões no lado AB.



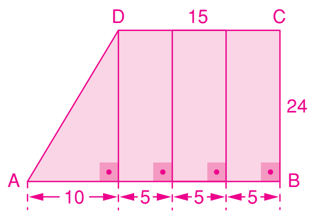
a) $A_{trapézio} = A_{triângulo} + A_{retângulo}$

$A_{trapézio} = \frac{10 \cdot 24}{2} + 15 \cdot 24$

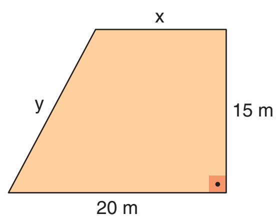
$A_{trapézio} = 120 + 360 = 480$

Valor total do terreno: $480 \cdot 50{,}00 = 24\,000{,}00 \to$ R$ 24 000,00

b) No item *a*, observamos que a área do triângulo é $\frac{1}{4}$ da área do trapézio, e assim a figura pedida é:

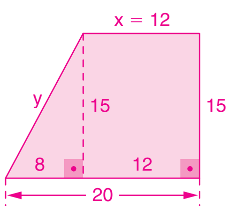


65 (UFAL) Na figura, tem-se a planta de um terreno com forma de trapézio e área de 240 m².
Determine o perímetro do terreno.



$A_{trapézio} = \frac{(20 + x) \cdot 15}{2} = 240 \to x = 12$ m

Fazendo a figura, temos:

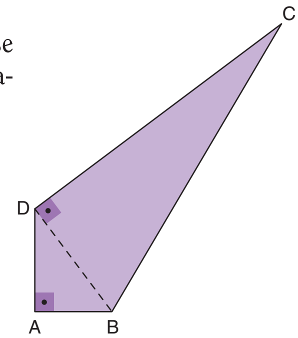


Aplicando Pitágoras, temos:
$y^2 = (15)^2 + (8)^2 = 17 \to y = 17$ m
Portanto, o perímetro do terreno vale:
$p = 20 + 15 + 12 + 17 = 64 \to 64$ m

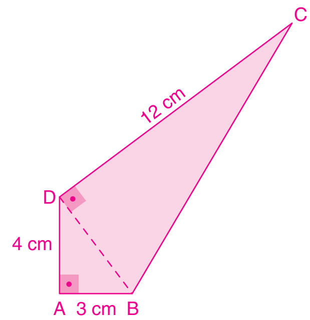
66 (UCSal-BA) Na figura abaixo tem-se o quadrilátero ABCD, no qual AB = 3 cm, AD = 4 cm, CD = 12 cm, $\overline{AB} \perp \overline{AD}$ e $\overline{BD} \perp \overline{CD}$.

A área e o perímetro desse quadrilátero são, respectivamente:

a) 36 cm² e 24 cm
x b) 36 cm² e 32 cm
c) 48 cm² e 24 cm
d) 72 cm² e 32 cm
e) 72 cm² e 37 cm



Da figura, temos:



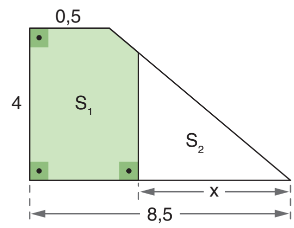
$(DB)^2 = 3^2 + 4^2 \to (DB)^2 = 9 + 16$
$DB = \sqrt{25} = 5 \to 5$ cm
$(BC)^2 = 12^2 + 5^2 \to (BC)^2 = 144 + 25$
$BC = \sqrt{169} = 13 \to 13$ cm

A área do quadrilátero é:

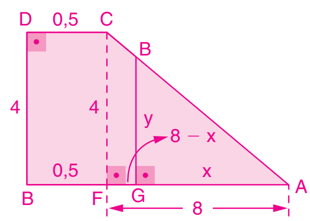
$S = S_{ABD} + S_{BCD} = \frac{3 \cdot 4}{2} + \frac{12 \cdot 5}{2} = 6 + 30 = 36 \to 36$ cm²

O perímetro é:
$3 + 4 + 12 + 13 = 32 \to 32$ cm

67 (UFLA-MG) Obtenha o valor de x, de forma que as áreas S_1 e S_2 sejam iguais.



Pelos dados, vem:



Os triângulos ABG e ACF são semelhantes. Logo:

$\frac{x}{8} = \frac{y}{4} \to 4x = 8y$
$x = 2y$

$S_2 = \frac{x \cdot y}{2} \to S_2 = \frac{2y \cdot y}{2}$
$S_2 = y^2$

$S_1 + S_2 = 4 \cdot 0{,}5 + 8 \cdot 4 \to S_1 + S_2 = 18$

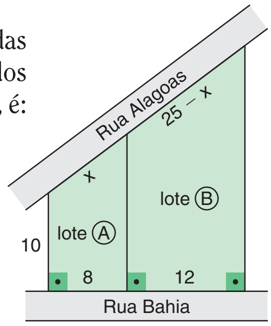
Como $S_1 = S_2$, temos:

$S_1 = S_2 = \frac{18}{2} = 9$

Portanto, $y^2 = 9 \to y = 3$ e $x = 2 \cdot 3 = 6$

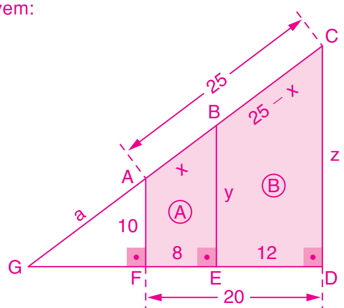
68 (UCSal-BA) Na figura têm-se dois lotes de terrenos planos, com frentes para duas ruas e cujas divisas são perpendiculares à Rua Bahia.

Se as medidas indicadas são dadas em metros, a área da superfície dos dois lotes, em metros quadrados, é:



x a) 350
b) 380
c) 420
d) 450
e) 480

Do enunciado, vem:



O quadrilátero ABEF é semelhante ao quadrilátero ACDF, logo:

$\frac{x}{25} = \frac{8}{20} \rightarrow 20x = 25 \cdot 8 \rightarrow x = 10$

$\frac{10}{x} = \frac{25}{z} \rightarrow \frac{10}{10} = \frac{25}{z} \rightarrow z = 25$

$\frac{a}{10} = \frac{a + 10}{y} = \frac{a + 25}{25}$

$\frac{a}{10} = \frac{a + 25}{25} \rightarrow 25a = 10a + 250 \rightarrow 15a = 250 \rightarrow a = \frac{50}{3}$

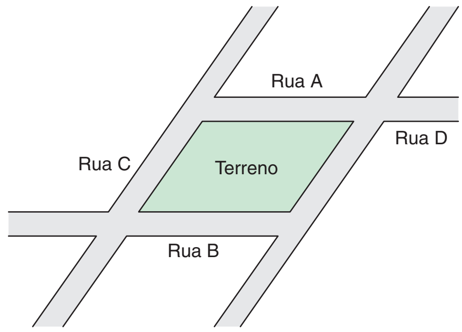
$\frac{\frac{50}{3}}{10} = \frac{\frac{50}{3} + 10}{y} \rightarrow y = 16$

Portanto: Área do lote *A* $= \frac{(10 + 16) \cdot 8}{2} = 104$

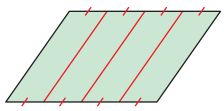
Área do lote *B* $= \frac{(25 + 16) \cdot 12}{2} = 246$

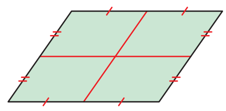
Área total dos dois lotes: $104 + 246 = 350 \rightarrow 350\ m^2$

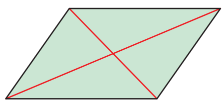
69 (ENEM) Um terreno com o formato mostrado na figura foi herdado por quatro irmãos e deverá ser dividido em quatro lotes de mesma área.
Um dos irmãos fez algumas propostas de divisão para que fossem analisadas pelos demais herdeiros.
Dos esquemas abaixo, onde lados de mesma medida têm símbolos iguais, o único em que os quatro lotes não possuem, necessariamente, a mesma área é:

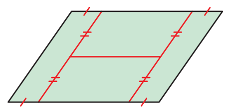


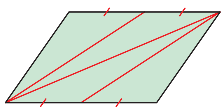
As ruas A e B são paralelas.
As ruas C e D são paralelas.

a) 

d) 

b) 

x e) 

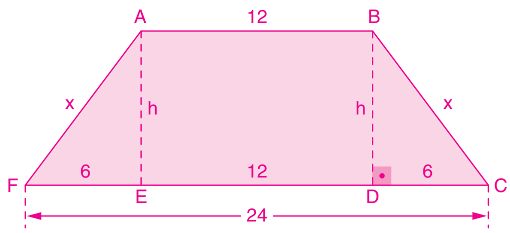
c) 

Nos esquemas *a*, *b*, *c* e *d*, cada um dos quatro lotes desenhados tem exatamente $\frac{1}{4}$ da área do terreno original.
No esquema *e*, os quatro lotes desenhados só terão a mesma área se os lados indicados pelo símbolo $\nparallel$ tiverem exatamente $\frac{1}{4}$ do comprimento da base do paralelogramo configurado pelo terreno original.
Assim sendo, os quatro lotes do esquema *e* não possuem, necessariamente, a mesma área.

70 (Unifor-CE) A parte superior de um tablado tem a forma de um trapézio isósceles com 56 m de perímetro e cujos lados paralelos medem 12 m e 24 m. Se a superfície desse tablado for inteiramente revestida de uma camada de verniz, ao preço de R$ 6,50 o metro quadrado, a quantia a ser desembolsada por esse serviço será:

a) R$ 916,00 x c) R$ 936,00 e) R$ 986,00
b) R$ 920,00 d) R$ 950,00

Fazendo a figura, vem:



Perímetro do trapézio: $12 + 24 + x + x = 36 + 2x$

Logo: $36 + 2x = 56 \rightarrow 2x = 20$
$x = 10$

Aplicando Pitágoras no triângulo BCD, vem:

$10^2 = h^2 + 6^2 \rightarrow h^2 = 100 - 36$
$h^2 = 64$
$h = 8$

Cálculo da área do trapézio:

$A = \frac{(12 + 24) \cdot 8}{2} = 144 \rightarrow A = 144 \text{ m}^2$

Portanto, o valor pago será:

$V = 144 \cdot 6{,}50 \rightarrow V = 936{,}00 \rightarrow$ R$ 936,00

71 (UFAL) Considerando uma circunferência circunscrita a um hexágono regular de lado 2 cm, analise as afirmativas abaixo.

I - II

0 - 0 A área do círculo limitado pela circunferência é 6π cm^2.

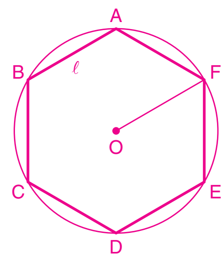
1 - 1 Unindo-se o centro da circunferência a dois vértices consecutivos do hexágono, obtém-se um triângulo de área $\sqrt{3}$ cm^2.

2 - 2 O comprimento de um arco que une dois vértices consecutivos do hexágono é $\frac{2\pi}{3}$ cm.

3 - 3 A maior diagonal do hexágono mede 6 cm.

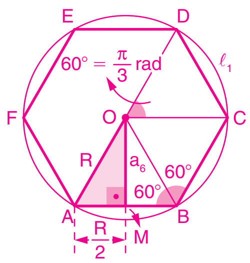
4 - 4 A medida de cada ângulo interno do hexágono é 120°.

0 0. Do enunciado, temos:



$\ell = R = 2$ cm
$S = \pi R^2 \rightarrow S = \pi \cdot 2^2 = 4\pi$ cm^2 (falsa)

1 1.



$(a_6)^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2 = R^2 \rightarrow a_6^2 + 1^2 = 2^2$
$a_6^2 + 1 = 4$
$a_6 = \sqrt{3}$ cm

$S = \frac{R \cdot a_6}{2} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ cm^2
(verdadeira)

2 2. $\ell_1 = \alpha R \rightarrow \ell_1 = \frac{\pi}{3} \cdot 2 = \frac{2\pi}{3}$ cm (verdadeira)

3 3. $D = 2R = 2 \cdot 2 = 4$ cm (falsa)

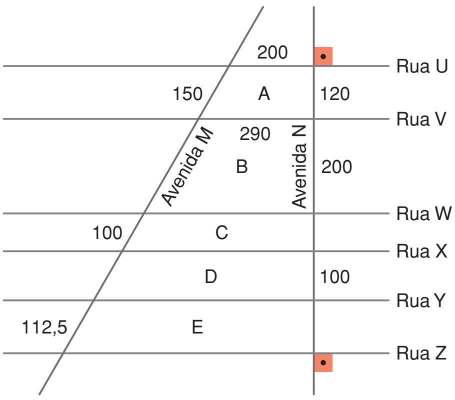
4 4. ângulo interno = 60° + 60° = 120° (verdadeira)

Resposta:

I	II
0	~~0~~
~~1~~	1
~~2~~	2
3	~~3~~
~~4~~	4

(UFAC) Para responder às questões de números 72 e 73, utilize as informações seguintes.

Na figura abaixo tem-se parte da planta de um bairro, na qual as ruas são paralelas entre si. As quadras *A*, *B*, *C*, *D* e *E* têm as medidas de alguns de seus lados indicadas em metros.



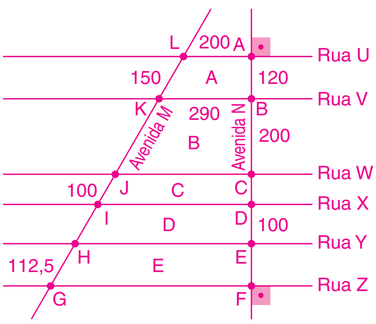
72 Quantos metros percorre-se, seguindo-se em linha reta da esquina da Avenida *N* com a Rua *U* até a esquina da Avenida *N* com a Rua *Z*?

a) 570 b) 580 x c) 590 d) 600 e) 610

73 A área da quadra *B*, em metros quadrados, é igual a:

a) 74 500 x c) 73 000 e) 70 800

b) 73 100 d) 72 200



Usando o teorema de Tales, temos:

$\frac{LK}{AB} = \frac{KJ}{BC} \rightarrow \frac{150}{120} = \frac{JK}{200} \rightarrow JK = 250$

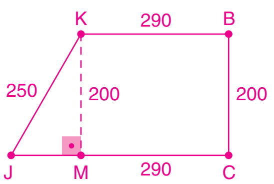
$\frac{JK}{BC} = \frac{JI}{CD} \rightarrow \frac{250}{200} = \frac{100}{CD} \rightarrow CD = 80$

$\frac{JI}{CD} = \frac{IH}{DE} \rightarrow \frac{100}{80} = \frac{IH}{100} \rightarrow IH = 125$

$\frac{IH}{DE} = \frac{HG}{EF} \rightarrow \frac{125}{100} = \frac{112,5}{EF} \rightarrow EF = 90$

- A distância percorrida é:
  $AB + BC + CD + DE + EF = 120 + 200 + 80 + 100 + 90 = 590 \rightarrow 590$ m

-



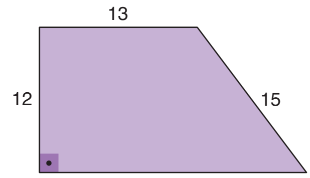
$(JK)^2 = (KM)^2 + (JM)^2$

$250^2 = 200^2 + (JM)^2$

$JM = 150$ m

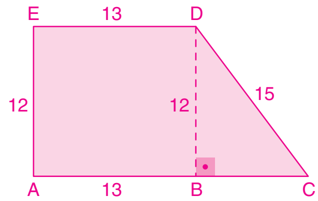
A área é: $S = \frac{(440 + 290) \cdot 200}{2} = 73\,000 \rightarrow 73\,000$ m²

74 (UFV-MG) A figura ao lado ilustra um terreno em forma de trapézio, com as medidas em quilômetros (km), de três de seus lados.



A área do terreno, em km², é igual a:

a) 220 b) 200 c) 215 x d) 210 e) 205



$(BC)^2 = 15^2 - 12^2 \rightarrow (BC)^2 = 225 - 144$

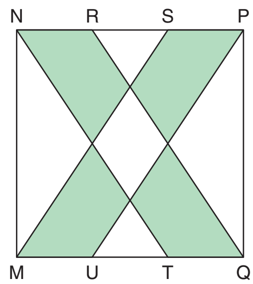
$BC = \sqrt{81}$

$BC = 9$ km

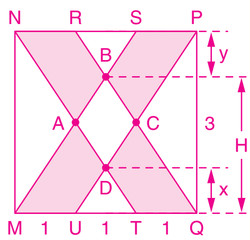
Portanto, a área do trapézio é:

$S = \frac{(22 + 13) \cdot 12}{2} \rightarrow S = 210$ km²

75 (UFF-RJ) Os lados MQ e NP do quadrado MQPN estão divididos em três partes iguais, medindo 1 cm cada um dos segmentos (MU, UT, TQ, NR, RS e SP). Unindo-se os pontos *N* e *T*, *R* e *Q*, *S* e *M*, *P* e *U* por segmentos de reta, obtém-se a figura ao lado.



Calcule a área da região sombreada na figura.



Os triângulos UDT e MBQ são semelhantes.

Logo, $\frac{\overline{UT}}{\overline{MQ}} = \frac{x}{H} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{H}{3}$

Pela simetria da figura, $y = \frac{H}{3}$, então:

$y + x + H - x = 3 \rightarrow 3$ cm

$\frac{H}{3} + H = 3$, logo, $H = \frac{9}{4}$ e $x = \frac{3}{4}$

Assim, área de UDT $= \frac{\overline{UT} \cdot x}{2} = \frac{1 \cdot \frac{3}{4}}{2} = \frac{3}{8} \rightarrow \frac{3}{8}$ cm²

Área de MBQ $= \frac{\overline{MQ} \cdot H}{2} = \frac{3 \cdot \frac{9}{4}}{2} = \frac{27}{8} \rightarrow \frac{27}{8}$ cm²

Portanto, a área da região sombreada pode ser calculada por:

A = 2 · (área de MBQ − 3 · área de UDT) =

$= 2 \cdot \left(\frac{27}{8} - 3 \cdot \frac{3}{8}\right) = 4,5 \rightarrow 4,5$ cm²