

## 5.1 Masse de l'étoile

Pour savoir la masse de l'étoile autour de laquelle est étudiée la présence d'une planète, il faut se fier à son type spectral. En effet, puisqu'il n'existe aucune autre manière de calculer la masse d'une étoile directement (grâce à des prises de données et des lois physiques), il faut utiliser le spectre de l'étoile dont la masse est recherchée et le comparer avec celui d'une étoile d'un système binaire dont la masse peut être calculée.

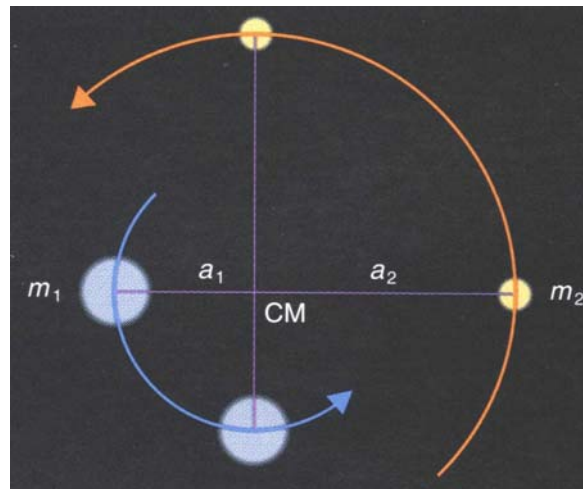
Selon la troisième loi de Kepler généralisée :

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{a^3}{M_T} \quad (5.1)$$

Où : P = période des l'objets célestes  
 G = constante de gravitation universelle  
 a = distance entre les deux objets célestes  
 M<sub>T</sub> = masse de l'objet céleste le plus massif

Puisque que les deux étoiles du système sont très massives, la troisième loi de Kepler généralisée ne peut pas s'appliquer.

Soit deux étoiles se déplaçant sur des orbites circulaires concentriques de période égale (voir *Figure 3*).



**FIGURE 3**  
**Orbites des étoiles du système binaire étudié**

Source : SÉGUIN, Marc et VILLENEUVE, Benoît (2002), *Astronomie et Astrophysique 2<sup>e</sup> édition*, Saint-Laurent (PQ), Éditions du Renouveau Pédagogique Inc., p.253.

D'après le principe d'action-réaction de Newton, la force à laquelle est soumise l'étoile 1 égale celle à laquelle est soumise l'étoile 2 :

$$F = \frac{Gm_1m_2}{a_r^2} \quad (5.2)$$

Où : F = force de l'étoile 1 sur l'étoile 2 et vice versa  
 G = constante de gravitation universelle  
 m<sub>1</sub> = masse de l'étoile 1  
 m<sub>2</sub> = masse de l'étoile 2  
 a<sub>r</sub> = distance entre les deux étoiles (somme des demi-grands axes de chaque étoile)

Pour chacune des étoiles, la force centripète doit être égale à la force gravitationnelle.

Donc :

$$\frac{m_1 v_1^2}{a_1} = \frac{G m_1 m_2}{a_T^2} \quad (5.3)$$

Où :  $m_1$  = masse de l'étoile 1  
 $v_1$  = vitesse radiale de l'étoile 1  
 $a_1$  = demi-grand axe de l'étoile 1  
 $G$  = constante de gravitation universelle  
 $m_2$  = masse de l'étoile 2  
 $a_T$  = distance entre les deux étoiles (somme des demi-grands axes de chaque étoile)

De plus, comme :

$$v_1 = \frac{2\delta a_1}{P} \quad (5.4)$$

Où :  $v_1$  = vitesse radiale de l'étoile 1  
 $a_1$  = demi-grand axe de l'étoile 1  
 $P$  = période des deux étoiles

Alors, en remplaçant  $v_1$  par l'équation 5.4 dans l'équation 5.3, nous obtenons :

$$\frac{m_1 \left( \frac{2\delta a_1}{P} \right)^2}{a_1} = \frac{G m_1 m_2}{a_T^2} \quad (5.5)$$

$$\frac{4\delta^2 a_1}{P^2} = \frac{G m_2}{a_T^2} \quad (5.6)$$

Où :  $m_1$  = masse de l'étoile 1  
 $a_1$  = demi-grand axe de l'étoile 1  
 $P$  = période des deux étoiles  
 $G$  = constante de gravitation universelle  
 $m_2$  = masse de l'étoile 2  
 $a_T$  = distance entre les deux étoiles (somme des demi-grands axes de chaque étoile)

De même, comme la force centripète de l'étoile 2 doit aussi être égale à la force gravitationnelle, alors :

$$v_2 = \frac{2\delta a_2}{P} \quad (5.7)$$

Où :  $v_2$  = vitesse radiale de l'étoile 2  
 $a_2$  = demi-grand axe de l'étoile 2  
 $P$  = période des deux étoiles

$$\frac{m_2 \left( \frac{2\delta a_2}{P} \right)^2}{a_2} = \frac{Gm_1 m_2}{a_T^2} \quad (5.8)$$

$$\frac{4\delta^2 a_2}{P^2} = \frac{Gm_1}{a_T^2} \quad (5.9)$$

Où :  $m_2$  = masse de l'étoile 2  
 $a_2$  = demi-grand axe de l'étoile 2  
 $P$  = période des deux étoiles  
 $G$  = constante de gravitation universelle  
 $m_1$  = masse de l'étoile 1  
 $a_T$  = distance entre les deux étoiles (somme des demi-grands axes de chaque étoile)

En isolant  $G/a_T^2$  dans les équations 5.6 et 5.9, nous obtenons :

$$\frac{4\delta^2 a_1}{P^2 m_2} = \frac{G}{a_T^2} \quad (5.10)$$

$$\frac{4\delta^2 a_2}{P^2 m_1} = \frac{G}{a_T^2} \quad (5.11)$$

Où :  $a_1$  = demi-grand axe de l'étoile 1  
 $a_2$  = demi-grand axe de l'étoile 2  
 $P$  = période des deux étoiles  
 $G$  = constante de gravitation universelle  
 $m_1$  = masse de l'étoile 1  
 $m_2$  = masse de l'étoile 2  
 $a_T$  = distance entre les deux étoiles (somme des demi-grands axes de chaque étoile)

En égalant les équations 5.10 et 5.11 :

$$\frac{4\delta^2 a_1}{P^2 m_2} = \frac{4\delta^2 a_2}{P^2 m_1} \quad (5.12)$$

Où  $a_1$  = demi-grand axe de l'étoile 1  
 $m_1$  = masse de l'étoile 2  
 $P$  = période des deux étoiles  
 $a_2$  = demi-grand axe de l'étoile 2  
 $m_2$  = masse de l'étoile 2

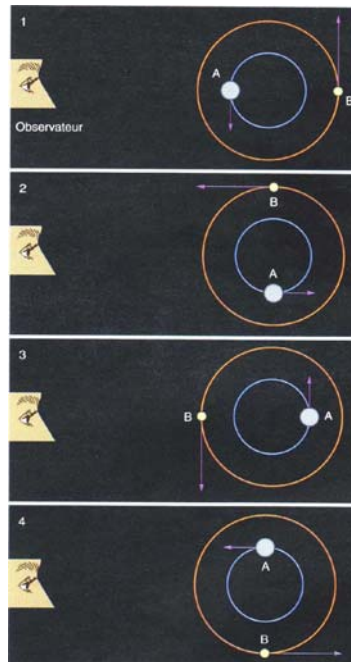
D'où :

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad (5.13)$$

Où  $a_1$  = demi-grand axe de l'étoile 1  
 $a_2$  = demi-grand axe de l'étoile 2  
 $m_1$  = masse de l'étoile 2  
 $m_2$  = masse de l'étoile 2

Pour recueillir des données utiles au calcul de la masse des étoiles du système binaire, il est possible d'utiliser l'effet Doppler. En effet, la révolution des étoiles sur leur orbite respective permet d'obtenir l'information nécessaire pour trouver leur masse.

Soit deux étoiles se déplaçant sur des orbites circulaires concentriques de période égale à différents moments (voir Figure 4).



**FIGURE 4**  
**Positions des étoiles sur leur orbite respective à différents moments**

Source : SÉGUIN, Marc et VILLENEUVE, Benoît (2002), *Astronomie et Astrophysique 2<sup>e</sup> édition*, Saint-Laurent (PQ), Éditions du Renouveau Pédagogique Inc., p.255.

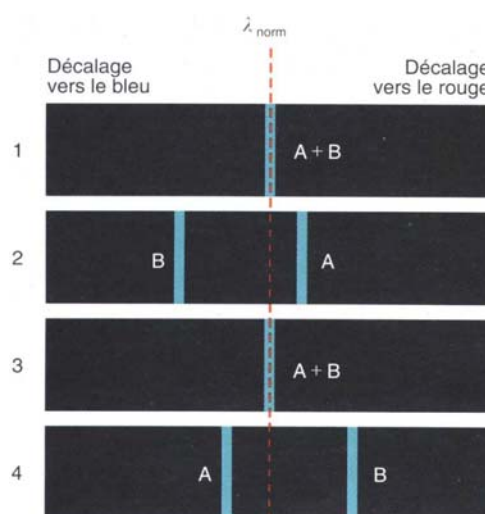
À l'instant 1 (voir Figure 4, moment 1), les deux étoiles se déplacent latéralement au champ de vision de l'observateur et aucun effet Doppler n'est observable (voir Figure 5, raie 1).

À l'instant 2 (voir Figure 4, moment 2), l'étoile B se déplace vers l'observateur, alors que l'étoile A se déplace en direction opposée à l'observateur. Ainsi, la longueur

d'onde de l'étoile B est décalée vers le bleu et la longueur d'onde de l'étoile A est décalée vers le rouge (voir Figure 5, raie 2).

À l'instant 3 (voir Figure 4, moment 3), les deux étoiles se déplacent de nouveau latéralement au champ de vision de l'observateur et aucun effet Doppler n'est observable (voir Figure 5, raie 3)

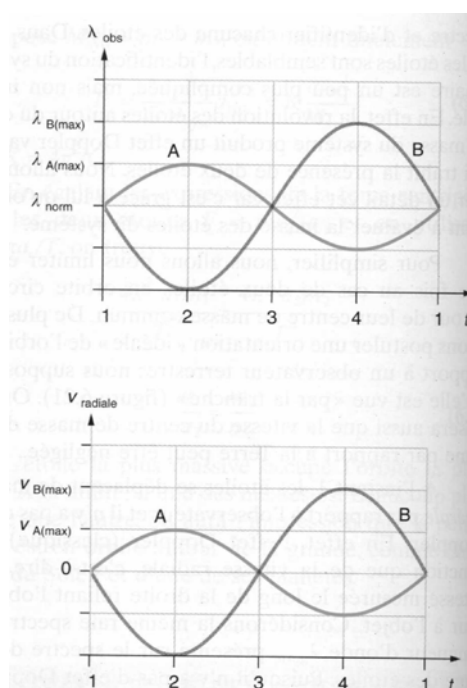
Finalement, à l'instant 4 (voir Figure 4, moment 4), l'étoile A se déplace vers l'observateur, alors que l'étoile B se déplace en direction opposée à l'observateur. Ainsi, la longueur d'onde de l'étoile A est décalée vers le bleu et la longueur d'onde de l'étoile B est décalée vers le rouge (voir Figure 5, raie 4).



**FIGURE 5**  
**Longueur d'onde perçue aux différents moments selon les positions de chaque étoile**

Source : SÉGUIN, Marc et VILLENEUVE, Benoît (2002), *Astronomie et Astrophysique 2<sup>e</sup> édition*, Saint-Laurent (PQ), Éditions du Renouveau Pédagogique Inc., p.256.

Par ces changements de longueur d'onde perçus par effet Doppler, il est possible de reconnaître des étoiles binaires spectroscopiques et, après observation d'une période complète, de tracer le graphique de la longueur d'onde de chacune des étoiles du système en fonction du temps (voir Figure 6, graphique du haut). Par la suite, il est possible de transformer ces longueurs d'onde pour trouver la vitesse radiale de chaque étoile et d'en tracer un graphique en fonction du temps (voir Figure 6, graphique du bas).



**FIGURE 6**  
**Vitesses radiales des étoiles**

Source : SÉGUIN, Marc et VILLENEUVE, Benoît (2002), *Astronomie et Astrophysique 2<sup>e</sup> édition*, Saint-Laurent (PQ), Éditions du Renouveau Pédagogique Inc., p.256.

Finalement, en connaissant la vitesse radiale de chacune des étoiles et leur période, il est possible de trouver leur demi-grand axe avec les équations 5.4 et 5.7 lesquelles permettent de trouver le rapport de leur masse dans l'équation 5.13 :

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad (5.13)$$

Où  $a_1$  = demi-grand axe de l'étoile 1  
 $a_2$  = demi-grand axe de l'étoile 2  
 $m_1$  = masse de l'étoile 1  
 $m_2$  = masse de l'étoile 2

En remplaçant le  $a_T$  par  $a_1+a_2$  dans l'équation de Kepler généralisée, nous trouvons la masse totale du système.

$$P^2 = \frac{4\delta^2 a_T^3}{G M_T} \quad (5.1)$$

$$P^2 = \frac{4\delta^2 (a_1 + a_2)^3}{G M_T} \quad (5.14)$$

$$M_T = \frac{4\delta^2 (a_1 + a_2)^3}{G P^2} \quad (5.15)$$

Où :  $P$  = période des deux étoiles  
 $a_T$  = distance entre les deux étoiles (somme des demi-grands axes de chaque étoile)  
 $G$  = constante de gravitation universelle  
 $M_T$  = masse des deux étoiles  
 $a_1$  = demi-grand axe de l'étoile 1  
 $a_2$  = demi-grand axe de l'étoile 2

Il ne reste qu'à déduire la masse de chacune des étoiles grâce au rapport de leur demi-grand axe.