Annexe VI
Preuve de la plus petite masse

Pour ce qui est des calculs suivants permettant de calculer la masse de la planète en fonction de sa vitesse de libération de l'oxygène et de l'hélium, nous utiliserons la forme non simplifiée car nous utilisons la masse des deux corps.

Par nos observations, l'oxygène est un gaz primordial dans le développement de la vie intelligente. C'est pourquoi nous soumettrons une hypothèse pour la masse minimale d'une planète nécessaire au développement de la vie en fonction de la présence des molécules d'oxygène dans son atmosphère.

D'après la communauté scientifique, pour que ces molécules restent à la surface d'une planète leur vitesse moyenne quadratique doit être inférieure à un dixième de la vitesse de libération d'une planète.[1]

1. Trouver la vitesse quadratique moyenne (v) des molécules d'oxygène

Selon l'équation de l'énergie cinétique de ces molécules :

$$E = \frac{3}{2}Kt \tag{A6.1}$$

[1] *Chroniques de Simon sur SETI-Québec*, (page consultée le 15 mars 2003), [En ligne]. Adresse URL : **http://www.seti-quebec.org/seti.html**

$$E = \frac{3}{2}\left(1{,}381 \times 10^{-23}\right)(300)$$

(A6.2)

$$E = 6{,}2145 \times 10^{-21} J$$

(A6.3)

Où :
E = Énergie cinétique de la planète
T = Température absolue moyenne sur la planète = 300K (comme notre modèle : la Terre)
K = Constante de Boltzemann = 1,381 x 10^{-23} J/K

Selon l'équation de l'énergie cinétique :

$$E = \frac{1}{2} m V_P{}^2$$

(A6.4)

$$V_P = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

(A6.5)

$$V_P = \sqrt{\frac{2\left(6{,}2145 \times 10^{-21}\right)}{\left(2{,}66266 \times 10^{-26}\right)}}$$

(A6.6)

$$V_P = 683{,}947\ m/s$$

(A6.7)

Où :
E = Énergie cinétique = 6,2145 x 10^{-21} J
m = Masse d'une particule d'oxygène = 16,0 x 1 unité de masse astronomique = (16,0)(1,66042 x 10^{-27}) = 2,66266 x 10^{-26} kg
V_P = Vitesse quadratique moyenne de la particule

Ainsi, pour que l'atmosphère reste à la surface du sol :

$$V_L \succ 10 V_P$$

(A6.8)

Où :
V_L = Vitesse de libération de la planète

V_P = Vitesse moyenne quadratique de la particule

2. Trouver la vitesse de libération de la planète

Puisque nous recherchons la libération de la particule de l'attraction de la planète, la force gravitationnelle exercée par celle-ci sur la particule doit être nulle. Selon l'équation de la force gravitationnelle de Newton :

$$F_g = \frac{-GmM_P}{R_P^{\,2}} \tag{A6.9}$$

Où :
F_g = Force gravitationnelle de la planète
G = Constante de gravitation universelle = 6,67 x 10^{-11} Nm²/kg²
M_p = Masse de la planète
M = Masse d'une particule = 2,66266 x 10^{-26} kg
R_p = Rayon de la planète

Ainsi, puisque la distance entre la planète et la particule est inversement proportionnelle à la force de gravitation, si R_P tant vers l'infini, F_g sera nulle.

Nous savons que lorsque R_P est à l'infini, l'énergie potentielle est nulle. Puisque nous recherchons la vitesse minimale de libération pour la particule, nous savons que, à l'infini, V_L tant vers 0,00m/s, ce qui influence l'énergie cinétique qui sera de 0,00J. Selon le principe de conservation de l'énergie :

$$E = K + U = 0{,}00J \tag{A6.10}$$

$$\frac{1}{2}mV_L^{\,2} + \left(\frac{-GM_P m}{R_P}\right) = 0{,}00J \tag{A6.11}$$

$$\frac{1}{2}mV_L^{\ 2} = \frac{GM_P m}{R_P}$$

(A6.12)

$$V_L = \sqrt{\frac{2GM_P}{R_P}}$$

(A6.13)

Où :
E = Énergie totale = 0,00J
K = Énergie cinétique de la particule = 0,00J
U = Énergie potentielle de la particule = 0,00J
G = Constante de gravitation universelle = 6,67 x 10^{-11} Nm²/kg²
M_p = Masse de la planète
m = Masse d'une particule = 2,66266 x 10^{-26} kg
R_p = Rayon de la planète
V_L = Vitesse de libération de la planète

Puisque $V_L > 10\ V_P$:

$$V_L \succ 10V_P$$

(A6.14)

$$\sqrt{\frac{2GM_P}{R_P}} \succ 10(683,947)$$

(A6.15)

$$\frac{2GM_P}{R_P} \succ (6839,47)^2$$

(A6.16)

$$\frac{M_P}{R_P} \succ \frac{4,67783 \times 10^7}{2G}$$

(A6.17)

$$\frac{M_P}{R_P} \succ \frac{4,67783 \times 10^7}{2(6,67 \times 10^{-11})}$$

(A6.18)

$$\frac{M_P}{R_P} \succ 3,59662 \times 10^{17}\, kg/m$$

(A6.19)

Où :
V_L = Vitesse de libération de la planète

V_P = Vitesse moyenne quadratique de la particule = 683,947 m/s
G = Constante de gravitation universelle = $6{,}67 \times 10^{-11}$ Nm²/kg²
M_p = Masse de la planète
R_p = Rayon de la planète

CQFD