

Pequeños Problemas X

Esaú Rodríguez Oscanoa

Febrero 2003

Estos son algunos de los problema de álgebra pre-universitaria que propuse en la época que enseñaba en *la academia*. Algunos nunca fueron publicados pues fueron considerados *demasiado salvajes* para su nivel pre-universitario. Supongo que es así, y por cierto, no creo que tengan ningún otro mérito adicional. Ánimo y no te desanimes si no te salen al principio.¹

Recién ahora me he animado a convertirlos a formato electrónico usando L^AT_EX, a ver si así de paso me ejercito un poco usando el MiKTeX 2 ¿no? ;-).

1 PROB - 1

Hallar x si se cumple :

$$\left(A^{-4^{-1}}\right)^{-(-2^{-1})} = \frac{B}{3}$$

Donde :

$$A = \left[(x^2)^{-2}(x^{-2})^2(x^{-2})^{-2^2}(x^2)^{(-2)^2}\right]^{-16^{4^{-1}}}, \quad x > 0$$

$$B = \sqrt[3]{\sqrt{y}\sqrt[3]{\sqrt{y}\sqrt[3]{\sqrt{y}\sqrt[3]{\sqrt{y}\sqrt[3]{\sqrt{y}\cdots\infty}}}}}}$$

Finalmente :

$$y = \left(1296^{8^{-27^{-9^{-4^{-0,5}}}}}\right)^2$$

¹No era un chico de academia cuando los hice.

2 PROB - 2

Si $x \in \mathbf{R}^+$, hallar el valor de B si se cumple :

$$A = \frac{\sqrt[x]{\left(\sqrt[133]{x^{72}}\right)^{3x-133\sqrt{x}}} \cdot \sqrt[2x]{\left(\sqrt[133]{x^{72}}\right)^{x+4\left(\sqrt[133]{x}\right)}}}{\sqrt[3x]{\left(\sqrt[133]{x^{72}}\right)^{x+3\left(\sqrt[133]{x}\right)}}}$$

Donde :

$$B = \begin{array}{c} A^5 \\ | \\ A^{13} \\ | \\ A^{35} \\ | \\ A^{97} \\ | \\ \vdots \\ \infty \end{array}$$

3 PROB - 3

Al simplificar E se obtiene una expresión de la forma: 3^k , ¿Cuál es el valor de k , si se sabe que $k \in \mathbf{Q}^+$?

$$E = \underbrace{\sqrt[n]{x \sqrt[m]{x \sqrt[p]{x \sqrt[n]{x \sqrt[m]{x \sqrt[p]{x \cdots \sqrt[p]{x}}}}}}}_{24 \text{ radicales}}$$

Donde :

$$n = \frac{(\sqrt[6]{972 + 486\sqrt{3}} + 3\sqrt[6]{3} + 3\sqrt[3]{9}) \cdot (\sqrt[3]{1 + \sqrt{-23}})}{(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{36 + 3\sqrt{108}})}$$

$$m = \sqrt{\frac{\left(\frac{91}{234}\right)^{-1} 2^3 \sqrt{\left(3^{\frac{25}{7}} + \sqrt[7]{\frac{3^7 + \sqrt[6]{3^{18}}}}{3^7 + \sqrt[6]{3^{18}}}}\right) \cdot \left(3^{-\frac{25}{7}} + \sqrt[7]{\frac{3^7 + 27}{3^{-7} + 27^{-1}}}\right)^{-1}}{\sqrt[6]{3^7}}}$$

$$p = 3 \left(\frac{\sqrt{9-2\sqrt{18}}}{\sqrt[3]{\sqrt[3]{108}} \sqrt[2]{-6} \sqrt[4]{(64)} \sqrt[4]{(54)}} \right)$$

Finalmente :

$$r \equiv 3 \left(\frac{2187}{3280 \cdot [1 + {}^{-18}\sqrt{3}({}^{18}\sqrt{3}^7 + 1)]} \right)$$

4 PROB - 4

Se define la sucesión $S_n = A_n + B_n + C_n + D_n$, $n \geq 1$, $n \in \mathbf{Z}^+$

Donde :

$$A_n = \sum_{p=0}^{n-1} \cdot \left[\frac{(p+2) \cdot i^{(p+2)^2}}{2} \left(\sum_{s=2}^{p+2} \left(\frac{1}{i} \right)^{(s-1)^2} \cdot \binom{p+1}{p-s+2} \cdot \frac{i^{(s^2-2ps-4s)}}{p-s+3} \right) \right]$$

$$B_n = \sum_{p=2}^{n+1} \cdot \left[\frac{i^{(3-2p-p^2)}}{2(p+1)} \left(\sum_{s=3}^{p+1} \binom{p+1}{s-1} \cdot \frac{(-1)^{(ps-s)}}{(s-1)^{-1}} \right) \right]$$

$$C_n = \sum_{p=1}^n \cdot \left[\frac{p}{2} \cdot \left(\sum_{s=1}^p \binom{p-1}{p-s} \cdot \frac{i^{p^2} + i^{-p^2}}{(-1)^{ps} \cdot (s-p-1)} \right) \right]$$

$$D_n = \sum_{p=1}^n \left(\frac{i^{p^2} + i^{-p^2}}{2} \right)$$

Calcular :

$$\sqrt[n]{3S_m + 4}$$

Si $m = 2k$, $k \in \mathbf{Z}^+$ y $i^2 = -1$

5 PROB - 5

Encontrar el valor de x en la siguiente ecuación exponencial:

$$(\sqrt[k]{E})^C = 2^{2^{(\sqrt{A}-B)}} \quad (x > 0, \quad x \in \mathbf{Q}^+)$$

Si :

$$F = \prod_{k=1}^{\infty} \left(\sqrt{\sqrt[A^k]{\sqrt[k!]{\sqrt{x^{(A \cdot k - 2)}}}}} \right)$$

$$E = \prod_{k=1}^{\infty} \left(\left(\frac{(k \cdot \sqrt{n-B^2} + A-B)!}{k^{2 \cdot [(k-1)!]}} \sqrt[k]{x^{\sqrt[n+3]{(k+1)}}} \right) \right)$$

$$C = \prod_{k=1}^{\infty} \left(\sqrt[B^k]{x^k} \right)$$

