

## EXERCISES FOR SECTION 4.6

(1)	1.	$B$	PA-CP
	2.	$\sim B$	PA-RAA
	3.	$B \ \& \ \sim B$	CI 1,2
	4.	$B$	RAA 2-3
	5.	$B \rightarrow B$	CP 1-4
(2)	1.	$A \rightarrow A$	PA-CP
	2.	$\sim B$	PA-CP
	3.	$B$	PA-RAA
	4.	$B \ \& \ \sim B$	CI 2,3
	5.	$\sim B$	RAA 3-4
	6.	$\sim B \rightarrow \sim B$	CP 2-5
	7.	$\sim \sim B \vee \sim B$	Impl 6
	8.	$B \vee \sim B$	DN 7
	9.	$(A \rightarrow A) \rightarrow (B \vee \sim B)$	CP 1-8
(4)	1.	$\sim[(A \vee B) \vee \sim C]$	PA-CP
	2.	$\sim(A \vee B) \ \& \ \sim \sim C$	DeM 1
	3.	$\sim(A \vee B)$	CE 2
	4.	$\sim A \ \& \ \sim B$	DeM 3
	5.	$\sim A$	CE 4
	6.	$\sim B$	CE 4
	7.	$\sim \sim C$	CE 2
	8.	$\sim C$	PA-CP
	9.	$C$	DN 7
	10.	$\sim C \rightarrow C$	CP 8-9
	11.	$\sim[(A \vee B) \vee \sim C] \rightarrow (\sim C \rightarrow C)$	CP 1-10
	12.	$\sim \sim[(A \vee B) \vee \sim C] \vee (\sim C \rightarrow C)$	Impl 11
	13.	$[(A \vee B) \vee \sim C] \vee (\sim C \rightarrow C)$	DN 12

(5)	1.	$G$	PA-CP
	2.	$\sim G$	PA-RAA
	3.	$G \ \& \ \sim G$	CI 1,2
	4.	$\sim\sim G$	RAA 2-3
5.		$G \rightarrow \sim\sim G$	CP 1-4
	6.	$\sim\sim G$	PA-CP
	7.	$\sim G$	PA-RAA
	8.	$\sim G \ \& \ \sim\sim G$	CI 6,7
	9.	$\sim\sim G$	RAA 7-8
	10.	$G$	DN 9
11.		$\sim\sim G \rightarrow G$	CP 6-10
12.		$(G \rightarrow \sim\sim G) \ \& \ (\sim\sim G \rightarrow G)$	CI 5,11
13.		$G \leftrightarrow \sim\sim G$	Equiv 12

(6)	1.	$(P \ \& \ Q) \rightarrow R$	PA-CP
	2.	$P$	PA-CP
	3.	$Q$	PA-CP
	4.	$P \ \& \ Q$	CI 2,3
	5.	$R$	MP 1,4
	6.	$Q \rightarrow R$	CP 3-5
	7.	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	CP 2-6
8.		$[(P \ \& \ Q) \rightarrow R] \rightarrow [P \rightarrow (Q \rightarrow R)]$	

(7)	1.	$H \rightarrow \sim H$	PA-CP
	2.	$H$	PA-RAA
	3.	$\sim H$	MP 1,2
	4.	$H \ \& \ \sim H$	CI 2,3
	5.	$\sim H$	RAA 2-4
6.		$(H \rightarrow \sim H) \rightarrow \sim H$	

(8)	1.	$F \rightarrow (G \rightarrow H)$	PA-CP
	2.	$F \rightarrow G$	PA-CP
	3.	F	PA-CP
	4.	G	MP 2,3
	5.	$G \rightarrow H$	MP 1,3
	6.	H	MP 4,5
	7.	$F \rightarrow H$	CP 3-6
	8.	$(F \rightarrow G) \rightarrow (F \rightarrow H)$	CP 2-7
	9.	$[F \rightarrow (G \rightarrow H)] \rightarrow [(F \rightarrow G) \rightarrow (F \rightarrow H)]$	CP 1-8
(9)	1.	$\sim H \rightarrow H$	PA-CP
	2.	$\sim H$	PA-RAA
	3.	H	MP 1,2
	4.	$H \& \sim H$	CI 2,3
	5.	$\sim\sim H$	RAA 2-4
	6.	H	DN 5
	7.	$(\sim H \rightarrow H) \rightarrow H$	CP 1-6
(10)	1.	$A \rightarrow B$	PA-CP
	2.	A	PA-CP
	3.	B	MP 1,2
	4.	$A \& B$	CI 2,3
	5.	$A \rightarrow (A \& B)$	CP 2-4
	6.	$(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow (A \& B))$	CP 1-5
(12)	1.	J	PA-CP
	2.	J & K	PA-CP
	3.	K	CE 2
	4.	$(J \& K) \rightarrow K$	CP 2-3
	5.	$J \rightarrow ((J \& K) \rightarrow K)$	CP 1-4

(13)	1.	$\sim(A \rightarrow B)$	PA-CP
	2.	B	PA-CP
	3.	$\sim(\sim A \vee B)$	Impl 1
	4.	$\sim\sim A \ \& \ \sim B$	DeM 3
	5.	$\sim\sim A$	CE 4
	6.	A	DN 5
	7.	$B \rightarrow A$	CP 2-6
	8.	$\sim(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$	CP 1-7
	9.	$(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$	Impl 8
(14)	1.	$\sim J$	PA-CP
	2.	$J \vee K$	PA-CP
	3.	$\sim J \rightarrow K$	Impl 2
	4.	K	MP 1,3
	5.	$(J \vee K) \rightarrow K$	CP 2-4
	6.	$\sim J \rightarrow [(J \vee K) \rightarrow K]$	CP 1-5
(15)	1.	F & G	PA-CP
	2.	$\sim F$	PA-CP
	3.	$\sim K$	PA-RAA
	4.	F	CE 1
	5.	F & $\sim F$	CI 2,4
	6.	K	RAA 3-5
	7.	$\sim F \rightarrow K$	CP 2-6
	8.	$(F \ \& \ G) \rightarrow (\sim F \rightarrow K)$	CP 1-7
	9.	$\sim(F \ \& \ G) \vee (\sim F \rightarrow K)$	Impl 8
(16)	1.	$J \leftrightarrow K$	PA-CP
	2.	J & L	PA-CP
	3.	J	CE 2
	4.	$(J \rightarrow K) \ \& \ (K \rightarrow J)$	Equiv 1
	5.	$J \rightarrow K$	CE 4

	6.	K	MP 3,5
	7.	L	CE 2
	8.	K & L	CI 6,7
	9.	$(J \& L) \rightarrow (K \& L)$	CP 2-8
10.		$(J \leftrightarrow K) \rightarrow [(J \& L) \rightarrow (K \& L)]$	CP 1-9
(17)	1.	$J \rightarrow K$	PA-CP
	2.	$\sim K$	PA-CP
	3.	$\sim J$	MT 1,2
	4.	$\sim K \rightarrow \sim J$	CP 2,3
5.		$(J \rightarrow K) \rightarrow (\sim K \rightarrow \sim J)$	CP 1-4
(18)	1.	$J \leftrightarrow K$	PA-CP
	2.	$K \rightarrow J$	PA-CP
	3.	J	PA-CP
	4.	$(J \rightarrow K) \& (K \rightarrow J)$	Equiv 1
	5.	$J \rightarrow K$	CE 4
	6.	K	MP 3,5
	7.	$J \rightarrow K$	CP 3-6
	8.	$(K \rightarrow J) \rightarrow (J \rightarrow K)$	CP 2-7
9.		$(J \leftrightarrow K) \rightarrow [(K \rightarrow J) \rightarrow (J \rightarrow K)]$	CP 1-8
(20)	1.	$J \leftrightarrow K$	PA-CP
	2.	$J \rightarrow L$	PA-CP
	3.	K	PA-CP
	4.	$(J \rightarrow K) \& (K \rightarrow J)$	Equiv 1
	5.	$K \rightarrow J$	CE 4
	6.	J	MP 3,5
	7.	L	MP 2,6
	8.	$K \rightarrow L$	CP 3-7

	9.	$(J \rightarrow L) \rightarrow (K \rightarrow L)$	CP 2-8
	10.	$(J \leftrightarrow K) \rightarrow [(J \rightarrow L) \rightarrow (K \rightarrow L)]$	CP 1-9
(21)	1.	P	PA-CP
	2.	$\sim(Q \vee P)$	PA-RAA
	3.	$\sim Q \ \& \ \sim P$	DeM 2
	4.	$\sim P$	CE 3
	5.	$P \ \& \ \sim P$	CI 1,4
	6.	$Q \vee P$	RAA 2-5
	7.	$P \rightarrow (Q \vee P)$	CP 1-6
(22)	1.	$P \leftrightarrow Q$	PA-CP
	2.	$(P \rightarrow Q) \ \& \ (Q \rightarrow P)$	Equiv 1
	3.	$(\sim P \vee Q) \ \& \ (Q \rightarrow P)$	Impl 2
	4.	$(\sim P \vee Q) \ \& \ (\sim Q \vee P)$	Impl 3
	5.	$(P \leftrightarrow Q) \rightarrow [(\sim P \vee Q) \ \& \ (\sim Q \vee P)]$	CP 1-4
	6.	$(\sim P \vee Q) \ \& \ (\sim Q \vee P)$	PA-CP
	7.	$(\sim P \vee Q) \ \& \ (Q \rightarrow P)$	Impl 6
	8.	$(P \rightarrow Q) \ \& \ (Q \rightarrow P)$	Impl 7
	9.	$P \leftrightarrow Q$	Equiv 8
	10.	$[(\sim P \vee Q) \ \& \ (\sim Q \vee P)] \rightarrow (P \leftrightarrow Q)$	CP 6-9
	11.	$[(P \leftrightarrow Q) \rightarrow [(\sim P \vee Q) \ \& \ (\sim Q \vee P)]] \ \& \ [[(\sim P \vee Q) \ \& \ (\sim Q \vee P)] \rightarrow (P \leftrightarrow Q)]$	CI 5,10
	12.	$(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow [(\sim P \vee Q) \ \& \ (\sim Q \vee P)]$	Equiv 11
(23)	1.	$M \vee N$	PA-CP
	2.	$\sim M \vee N$	PA-CP
	3.	$\sim N$	PA-RAA
	4.	$\sim M \rightarrow N$	Impl 1
	5.	$\sim\sim M$	MT 3,4
	6.	$\sim\sim M \rightarrow N$	Impl 2
	7.	$\sim\sim\sim M$	MT 3,6
	8.	$\sim\sim M \ \& \ \sim\sim\sim M$	CI 5,7
	9.	N	RAA 3-8

	10.	$(\sim M \vee N) \rightarrow N$	CP 2-9
	11.	$(M \vee N) \rightarrow [(\sim M \vee N) \rightarrow N]$	CP 1-10
(24)	1.	$(R \rightarrow S) \& (R \rightarrow T)$	PA-CP
	2.	R	PA-CP
	3.	$R \rightarrow S$	CE 1
	4.	$R \rightarrow T$	CE 1
	5.	S	MP 2,3
	6.	T	MP 2,4
	7.	$S \& T$	CI 5,6
	8.	$R \rightarrow (S \& T)$	CP 2-7
	9.	$[(R \rightarrow S) \& (R \rightarrow T)] \rightarrow [R \rightarrow (S \& T)]$	CP 1-8
(26)	1.	$(S \rightarrow R) \vee (T \rightarrow R)$	PA-CP
	2.	$S \& T$	PA-CP
	3.	$\sim R$	PA-RAA
	4.	$\sim(S \rightarrow R) \rightarrow (T \rightarrow R)$	Impl 1
	5.	$\sim(\sim S \vee R) \rightarrow (T \rightarrow R)$	Impl 4
	6.	$(\sim\sim S \& \sim R) \rightarrow (T \rightarrow R)$	DeM 5
	7.	$(S \& \sim R) \rightarrow (T \rightarrow R)$	DN 6
	8.	S	CE 2
	9.	$S \& \sim R$	CI 3,8
	10.	$T \rightarrow R$	MP 7,9
	11.	T	CE 2
	12.	R	MP 10,11
	13.	$R \& \sim R$	CI 3,12
	14.	R	RAA 3-13
	15.	$(S \& T) \rightarrow R$	CP 2-14
	16.	$[(S \rightarrow R) \vee (T \rightarrow R)] \rightarrow [(S \& T) \rightarrow R]$	CP 1-15
(27)	1.	$K \& (L \& \sim L)$	PA-RAA
	2.	$L \& \sim L$	CE 1
	3.	$\sim[K \& (L \& \sim L)]$	RAA 1-2
	4.	H	PA-CP

	5.	$H \rightarrow H$	PA-CP
	6.	$H$	MP 4,5
	7.	$(H \rightarrow H) \rightarrow H$	CP 5-6
8.		$H \rightarrow ((H \rightarrow H) \rightarrow H)$	CP 4-7
	9.	$(H \rightarrow H) \rightarrow H$	PA-CP
	10.	$\sim H$	PA-RAA
	11.	$\sim(H \rightarrow H)$	MT 9,10
	12.	$\sim(\sim H \vee H)$	Impl 11
	13.	$\sim\sim H \ \& \ \sim H$	DeM 12
	14.	$H$	RAA 10-13
15.		$((H \rightarrow H) \rightarrow H) \rightarrow H$	CP 9-14
16.		$[H \rightarrow ((H \rightarrow H) \rightarrow H)] \ \& \ [((H \rightarrow H) \rightarrow H) \rightarrow H]$	CI 8,15
17.		$H \leftrightarrow ((H \rightarrow H) \rightarrow H)$	Equiv 16
18.		$\sim[K \ \& \ (L \ \& \ \sim L)] \ \& \ [H \leftrightarrow ((H \rightarrow H) \rightarrow H)]$	CI 3,17
(28)	1.	$\sim[(S \rightarrow S) \rightarrow A]$	PA-CP
	2.	$A$	PA-CP
	3.	$S \rightarrow S$	PA-RAA
	4.	$S \rightarrow S$	PA-CP
	5.	$(S \rightarrow S) \ \& \ A$	CI 2,3
	6.	$A$	CE 5
	7.	$(S \rightarrow S) \rightarrow A$	CP 4-6
	8.	$[(S \rightarrow S) \rightarrow A] \ \& \ \sim[(S \rightarrow S) \rightarrow A]$	CI 1,7
	9.	$\sim(S \rightarrow S)$	RAA 3-8
	10.	$A \rightarrow \sim(S \rightarrow S)$	CP 2-9
11.		$\sim[(S \rightarrow S) \rightarrow A] \rightarrow [A \rightarrow \sim(S \rightarrow S)]$	CP 1-10
12.		$\sim\sim[(S \rightarrow S) \rightarrow A] \vee [A \rightarrow \sim(S \rightarrow S)]$	Impl 11
13.		$[(S \rightarrow S) \rightarrow A] \vee [A \rightarrow \sim(S \rightarrow S)]$	DN 12