

EXERCISES FOR SECTION 4.5

- | | | | | |
|-----|-----|--|----------|--|
| (1) | 1. | $P \rightarrow \sim P$ | PR | $\therefore \sim M$ |
| | 2. | $M \rightarrow P$ | PR | |
| | 3. | M | PA-RAA | |
| | 4. | P | MP 2,3 | |
| | 5. | $\sim P$ | MP 1,4 | |
| | 6. | $P \& \sim P$ | CI 4,5 | |
| | 7. | $\sim M$ | RAA 3-6 | |
| (2) | 1. | $\sim M \vee L$ | PR | $\therefore L$ |
| | 2. | $\sim M \rightarrow L$ | PR | |
| | 3. | $\sim L$ | PA-RAA | |
| | 4. | $\sim \sim M$ | MT 2,3 | |
| | 5. | $\sim \sim M \rightarrow L$ | Impl 1 | |
| | 6. | $M \rightarrow L$ | DN 5 | |
| | 7. | $\sim M$ | MT 3,6 | |
| | 8. | $\sim M \& \sim \sim M$ | CI 4,7 | |
| | 9. | L | RAA 3-8 | |
| (4) | 1. | $\sim(H \& K)$ | PR | $\therefore \sim(P \& L)$ |
| | 2. | $P \rightarrow H$ | PR | |
| | 3. | $\sim K \rightarrow \sim L$ | PR | |
| | 4. | $P \& L$ | PA-RAA | |
| | 5. | P | CE 4 | |
| | 6. | H | MP 2,5 | |
| | 7. | L | CE 4 | |
| | 8. | $\sim \sim L$ | DN 7 | |
| | 9. | $\sim \sim K$ | MT 3,8 | |
| | 10. | K | DN 9 | |
| | 11. | $H \& K$ | CI 6,10 | |
| | 12. | $(H \& K) \& \sim(H \& K)$ | CI 1,11 | |
| | 13. | $(P \& L)$ | RAA 4-12 | |
| (5) | 1. | $A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$ | PR | $\therefore (A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C$ |
| | 2. | $[A \rightarrow (B \leftrightarrow C)] \& [(B \leftrightarrow C) \rightarrow A]$ | Equiv 1 | |
| | 3. | $A \leftrightarrow B$ | PA-CP | |

4.	$(A \rightarrow B) \& (B \rightarrow A)$	Equiv 3
5.	$A \rightarrow B$	CE 4
6.	$B \rightarrow A$	CE 4
7.	$\sim C$	PA-RAA
8.	$\sim A$	PA-RAA
9.	$\sim(B \rightarrow C)$	PA-RAA
10.	$\sim(\sim B \vee C)$	Impl 9
11.	$\sim\sim B \& \sim C$	DeM 10
12.	$B \& \sim C$	DN 11
13.	B	CE 12
14.	A	MP 6,13
15.	$A \& \sim A$	CI 8,14
16.	$B \rightarrow C$	RAA 9-15
17.	$\sim(C \rightarrow B)$	PA-RAA
18.	$\sim(\sim C \vee B)$	Impl 17
19.	$\sim\sim C \& \sim B$	DeM 18
20.	$C \& \sim B$	DN 19
21.	C	CE 20
22.	$C \& \sim C$	CI 7,21
23.	$C \rightarrow B$	RAA 17-22
24.	$(B \rightarrow C) \& (C \rightarrow B)$	CI 16,23
25.	$B \leftrightarrow C$	Equiv 24
26.	$(B \leftrightarrow C) \rightarrow A$	CE 2
27.	$\sim(B \leftrightarrow C)$	MT 8,26
28.	$(B \leftrightarrow C) \& \sim(B \leftrightarrow C)$	CI 25,27
29.	A	RAA 8-28
30.	$A \rightarrow (B \leftrightarrow C)$	CE 2
31.	$B \leftrightarrow C$	MP 29,30
32.	$(B \rightarrow C) \& (C \rightarrow B)$	Equiv 31
33.	$B \rightarrow C$	CE 32
34.	$\sim B$	MT 7,33
35.	B	MP 5,29
36.	$B \& \sim B$	CI 34,35
37.	C	RAA 7-36
38.	$(A \leftrightarrow B) \rightarrow C$	CP 3-37
39.	C	PA-CP

	40.	A	PA-CP	
	41.	$A \rightarrow (B \leftrightarrow C)$	CE 2	
	42.	$B \leftrightarrow C$	MP 40,41	
	43.	$(B \rightarrow C) \& (C \rightarrow B)$	Equiv 42	
	44.	$C \rightarrow B$	CE 43	
	45.	B	MP 39,44	
46.		$A \rightarrow B$	CP 40-45	
	47.	B	PA-CP	
	48.	B	PA-CP	
	49.	$B \& C$	CI 39,47	
	50.	C	CE 49	
	51.	$B \rightarrow C$	CP 48-50	
	52.	C	PA-CP	
	53.	$B \& C$	CI 47,52	
	54.	B	CE 53	
	55.	$C \rightarrow B$	CP 52-54	
	56.	$(B \rightarrow C) \& (C \rightarrow B)$	CI 51,55	
	57.	$B \leftrightarrow C$	Equiv 56	
	58.	$(B \leftrightarrow C) \rightarrow A$	CE 2	
	59.	A	MP 57,58	
	60.	$B \rightarrow A$	CP 47-59	
	61.	$(A \rightarrow B) \& (B \rightarrow A)$	CI 46,60	
	62.	$A \leftrightarrow B$	Equiv 61	
63.		$C \rightarrow (A \leftrightarrow B)$	CP 39-62	
64.		$[(A \leftrightarrow B) \rightarrow C] \& [C \rightarrow (A \leftrightarrow B)]$	CI 38,63	
65.		$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C$	Equiv 64	
(6)	1.	$(H \& K) \vee (H \& L)$	PR	
	2.	$(\sim K \rightarrow L) \rightarrow (H \leftrightarrow \sim(R \& S))$	PR	$\therefore R \rightarrow \sim S$
	3.	R	PA-CP	
	4.	S	PA-RAA	
	5.	$R \& S$	CI 3,4	
	6.	$\sim(\sim K \rightarrow L)$	PA-RAA	
	7.	$\sim(\sim \sim K \vee L)$	Impl 6	
	8.	$\sim \sim \sim K \& \sim L$	DeM 7	

	9.	$\sim K \ \& \ \sim L$	DN 8
	10.	$\sim(H \ \& \ K) \rightarrow (H \ \& \ L)$	Impl 1
	11.	$H \ \& \ K$	PA-RAA
	12.	K	CE 11
	13.	$\sim K$	CE 9
	14.	$K \ \& \ \sim K$	CI 12,13
	15.	$\sim(H \ \& \ K)$	RAA 11-14
	16.	$H \ \& \ L$	MP 10,15
	17.	L	CE 16
	18.	$\sim L$	CE 9
	19.	$L \ \& \ \sim L$	CI 17,18
	20.	$\sim K \rightarrow L$	RAA 6-19
	21.	$H \leftrightarrow \sim(R \ \& \ S)$	MP 1,20
	22.	$[H \rightarrow \sim(R \ \& \ S)] \ \& \ [\sim(R \ \& \ S) \rightarrow H]$	Equiv 21
	23.	$H \rightarrow \sim(R \ \& \ S)$	CE 22
	24.	$\sim\sim(R \ \& \ S)$	DN 5
	25.	$\sim H$	MT 23,24
	26.	$\sim(H \ \& \ K) \rightarrow (H \ \& \ L)$	Impl 1
	27.	$H \ \& \ K$	PA-RAA
	28.	H	CE 27
	29.	$H \ \& \ \sim H$	CI 25,28
	30.	$\sim(H \ \& \ K)$	RAA 27-29
	31.	$H \ \& \ L$	MP 26,30
	32.	H	CE 31
	33.	$H \ \& \ \sim H$	CI 25,32
	34.	$\sim S$	RAA 4-33
	35.	$R \rightarrow \sim S$	CP 3-34
(8)	1.	$J \vee K$	PR
	2.	$K \rightarrow L$	PR
	3.	$J \leftrightarrow (M \vee N)$	PR
	4.	$\sim M \ \& \ S$	PR
	5.	$\sim(S \leftrightarrow N)$	PR
			$\therefore \sim L \rightarrow H$
	6.	$\sim L$	PA-CP
	7.	$\sim H$	PA-RAA
	8.	$\sim K$	MT 2,6
	9.	$\sim J \rightarrow K$	Impl 1
	10.	$\sim\sim J$	MT 8,9

11.	J	DN 10
12.	$[J \rightarrow (M \vee N)] \& [(M \vee N) \rightarrow J]$	Equiv 3
13.	$J \rightarrow (M \vee N)$	CE 12
14.	$M \vee N$	MP 11,13
	15. S	PA-CP
	16. $\sim M \rightarrow N$	Impl 14
	17. $\sim M$	CE 4
	18. N	MP 16,17
19.	$S \rightarrow N$	CP 15-18
	20. N	PA-CP
	21. S	CE 4
22.	$N \rightarrow S$	CP 20-21
23.	$(S \rightarrow N) \& (N \rightarrow S)$	CI 19,22
24.	$S \leftrightarrow N$	Equiv 23
25.	$(S \leftrightarrow N) \& \sim(S \leftrightarrow N)$	CI 5,24
26.	H	RAA 7-25
27.	$\sim L \rightarrow H$	CP 6-26