

## EXERCISES FOR SECTION 4.4

(2)	1.	$(A \vee B) \rightarrow C$	PR	$\therefore (A \rightarrow C) \& (B \rightarrow C)$
	2.	A	PA-CP	
	3.	$\sim C$	PA-RAA	
	4.	$\sim(A \vee B)$	MT 1,3	
	5.	$\sim A \& \sim B$	DeM 4	
	6.	$\sim A$	CE 5	
	7.	$A \& \sim A$	CI 2,6	
	8.	C	RAA 3-7	
	9.	$A \rightarrow C$	CP 2-8	
	10.	B	PA-CP	
	11.	$\sim C$	PA-RAA	
	12.	$\sim(A \vee B)$	MT 1,11	
	13.	$\sim A \& \sim B$	DeM 12	
	14.	$\sim B$	CE 13	
	15.	$B \& \sim B$	CI 10,14	
	16.	C	RAA 11-15	
	17.	$B \rightarrow C$	CP 10-16	
	18.	$(A \rightarrow C) \& (B \rightarrow C)$	CI 9,17	
(3)	1.	$\sim A \rightarrow B$	PR	
	2.	$A \rightarrow B$	PR	$\therefore B$
	3.	$\sim B$	PA-RAA	
	4.	$\sim A$	MT 2,3	
	5.	$\sim\sim A$	MT 1,3	
	6.	A	DN 5	
	7.	$A \& \sim A$	CI 4,6	
	8.	B	RAA 3-7	
(4)	1.	$A \rightarrow (B \vee C)$	PR	$\therefore (A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$
	2.	$\sim[(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)]$	PA-RAA	
	3.	$\sim(A \rightarrow B) \& \sim(A \rightarrow C)$	DeM 2	
	4.	$\sim(A \rightarrow B)$	CE 3	
	5.	$\sim(A \rightarrow C)$	CE 3	

6.	$\sim(\sim A \vee B)$	Impl 4
7.	$\sim(\sim A \vee C)$	Impl 5
8.	$\sim\sim A \ \& \ \sim B$	DeM 6
9.	$\sim\sim A \ \& \ \sim C$	DeM 7
10.	$\sim\sim A$	CE 8
11.	A	DN 10
12.	$\sim B$	CE 8
13.	$\sim C$	CE 9
14.	$\sim B \ \& \ \sim C$	CI 12,13
15.	$\sim(B \vee C)$	DeM 14
16.	$(B \vee C)$	MP 1,11
17.	$(B \vee C) \ \& \ \sim(B \vee C)$	CI 15,16

18.  $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$  RAA 2-17

(5)	1.	$A \rightarrow B$	PR	
	2.	$A \rightarrow \sim B$	PR	$\therefore \sim A$
	3.	A	PA-RAA	
	4.	B	MP 1,3	
	5.	$\sim B$	MP 2,3	
	6.	$B \ \& \ \sim B$	CI 4,5	
	7.	$\sim A$	RAA 3-6	

(6)	1.	$(A \ \& \ B) \rightarrow C$	PR	$\therefore (A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C)$
	2.	$\sim[(A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C)]$	PA-RAA	
	3.	$\sim(A \rightarrow C) \ \& \ \sim(B \rightarrow C)$	DeM 2	
	4.	$\sim(A \rightarrow C)$	CE 3	
	5.	$\sim(B \rightarrow C)$	CE 3	
	6.	$\sim(\sim A \vee C)$	Impl 4	
	7.	$\sim(\sim B \vee C)$	Impl 5	
	8.	$\sim\sim A \ \& \ \sim C$	DeM 6	
	9.	$\sim\sim B \ \& \ \sim C$	DeM 7	
	10.	$\sim\sim A$	CE 8	
	11.	$\sim\sim B$	CE 9	
	12.	A	DN 10	
	13.	B	DN 11	
	14.	$A \ \& \ B$	CI 12,13	
	15.	C	MP 1,14	
	16.	$\sim C$	CE 8	
	17.	$C \ \& \ \sim C$	CI 15,16	
	18.	$(A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C)$	RAA 2-17	

(8)	1.	$A \rightarrow (B \& C)$	PR	$\therefore (A \rightarrow B) \& (A \rightarrow C)$
	2.	A	PA-CP	
	3.	$B \& C$	MP 1,2	
	4.	B	CE 3	
	5.	$A \rightarrow B$	CP 2-4	
	6.	A	PA-CP	
	7.	$B \& C$	MP 1,6	
	8.	C	CE 7	
	9.	$A \rightarrow C$	CP 6-8	
	10.	$(A \rightarrow B) \& (A \rightarrow C)$	CI 5,9	
(9)	1.	$A \& B$	PR	$\therefore A \rightarrow B$
	2.	A	PA-CP	
	3.	B	CE 1	
	4.	$A \rightarrow B$	CP 2-3	
(10)	1.	$\sim T \vee (S \& U)$	PR	$\therefore (\sim T \vee S) \& (\sim T \vee U)$
	2.	$T \rightarrow (S \& U)$	Impl 1	
	3.	T	PA-CP	
	4.	$S \& U$	MP 2,3	
	5.	S	CE 4	
	6.	$T \rightarrow S$	CP 3-5	
	7.	$\sim T \vee S$	Impl 6	
	8.	T	PA-CP	
	9.	$S \& U$	MP 2,8	
	10.	U	CE 9	
	11.	$T \rightarrow U$	CP 8-10	
	12.	$\sim T \vee U$	Impl 11	
	13.	$(\sim T \vee S) \& (\sim T \vee U)$	CI 7,12	
(11)	1.	$K \rightarrow K$	PR	$\therefore (A \rightarrow A)$
	2.	$\sim(A \rightarrow A)$	PA-RAA	
	3.	$\sim(\sim A \vee A)$	Impl 2	
	4.	$\sim\sim A \& \sim A$	DeM 3	
	5.	$A \& \sim A$	DN 4	
	6.	$(A \rightarrow A)$	RAA 2-5	

(12)	1.	$A \rightarrow B$	PR	
	2.	$C \rightarrow D$	PR	
	3.	$A \vee C$	PR	$\therefore B \vee D$
	4.	$\sim(B \vee D)$	PA-RAA	
	5.	$\sim B \ \& \ \sim D$	DeM 4	
	6.	$\sim B$	CE 5	
	7.	$\sim A$	MT 1,6	
	8.	$\sim D$	CE 5	
	9.	$\sim C$	MT 2,8	
	10.	$\sim A \ \& \ \sim C$	CI 7,9	
	11.	$\sim(A \vee C)$	DeM 10	
	12.	$(A \vee C) \ \& \ \sim(A \vee C)$	CI 3,11	
	13.	$B \vee D$	RAA 4-12	
(13)	1.	$P \ \& \ \sim P$	PR	$\therefore H$
	2.	$\sim H$	PA-RAA	
	3.	$P$	CE 1	
	4.	$\sim P$	CE 1	
	5.	$P \ \& \ \sim P$	CI 3,4	
	6.	$H$	RAA 2-5	
(14)	1.	$A \rightarrow (B \rightarrow C)$	PR	
	2.	$(A \rightarrow B) \ \& \ \sim C$	PR	$\therefore \sim A$
	3.	$A$	PA-RAA	
	4.	$B \rightarrow C$	MP 1,3	
	5.	$\sim C$	CE 2	
	6.	$\sim B$	MT 4,5	
	7.	$A \rightarrow B$	CE 2	
	8.	$B$	MP 3,7	
	9.	$B \ \& \ \sim B$	CI 6,8	
	10.	$\sim A$	RAA 3-9	
(15)	1.	$(A \rightarrow B) \rightarrow C$	PR	$\therefore B \rightarrow C$
	2.	$B$	PA-CP	
	3.	$\sim C$	PA-RAA	
	4.	$\sim(A \rightarrow B)$	MT 1,3	
	5.	$\sim(\sim A \vee B)$	Impl 4	
	6.	$\sim\sim A \ \& \ \sim B$	DeM 5	

	7.	$\sim B$	CE 6	
	8.	$B \ \& \ \sim B$	CI 2,7	
	9.	$C$	RAA 3-8	
10.		$B \rightarrow C$	CP 2-9	
(16)	1.	$O \leftrightarrow P$	PR	
	2.	$O \vee \sim P$	PR	$\therefore P \vee \sim O$
	3.	$\sim(P \vee \sim O)$	PA-RAA	
	4.	$\sim P \ \& \ \sim \sim O$	DeM 3	
	5.	$\sim P \ \& \ O$	DN 4	
	6.	$(O \rightarrow P) \ \& \ (P \rightarrow O)$	Equiv 1	
	7.	$O \rightarrow P$	CE 6	
	8.	$P \rightarrow O$	CE 6	
	9.	$\sim P$	CE 5	
	10.	$O$	CE 5	
	11.	$\sim O$	MT 7,9	
	12.	$O \ \& \ \sim O$	CI 10,11	
13.		$P \vee \sim O$	RAA 3-12	

NOTE: I'm pretty sure that there are other, better ways of providing this proof. But this works, too.

(18)	1.	$(L \vee M) \rightarrow P$	PR	
	2.	$M$	PR	$\therefore P$
	3.	$\sim P$	PA-RAA	
	4.	$\sim(L \vee M)$	MT 1,3	
	5.	$\sim L \ \& \ \sim M$	DeM 4	
	6.	$\sim M$	CE 5	
	7.	$M \ \& \ \sim M$	CI 2,6	
8.		$P$	RAA 3-7	
(19)	1.	$H \leftrightarrow K$	PR	
	2.	$\sim(H \ \& \ K)$	PR	$\therefore \sim K$
	3.	$(H \rightarrow K) \ \& \ (K \rightarrow H)$	Equiv 1	
	4.	$K \rightarrow H$	CE 3	
	5.	$K$	PA-RAA	
	6.	$H$	MP 4,5	
	7.	$H \ \& \ K$	CI 5,6	
	8.	$(H \ \& \ K) \ \& \ \sim(H \ \& \ K)$	CI 2,7	
9.		$\sim K$	RAA 5-8	

(20)	1.	$\sim(J \ \& \ \sim J) \rightarrow (P \rightarrow Q)$	PR	$\therefore P \rightarrow Q$
	2.	$\sim(P \rightarrow Q)$	PA-RAA	
	3.	$\sim\sim(J \ \& \ \sim J)$	MT 1,2	
	4.	$J \ \& \ \sim J$	DN 3	
	5.	$P \rightarrow Q$	RAA 2-4	
(21)	1.	$K \rightarrow L$	PR	$\therefore K \rightarrow (L \vee M)$
	2.	$K$	PA-CP	
	3.	$\sim(L \vee M)$	PA-RAA	
	4.	$\sim L \ \& \ \sim M$	DeM 3	
	5.	$\sim L$	CE 4	
	6.	$L$	MP 1,2	
	7.	$L \ \& \ \sim L$	CI 5,6	
	8.	$L \vee M$	RAA 3-7	
	9.	$K \rightarrow (L \vee M)$	CP 2-8	
(22)	1.	$P \rightarrow Q$	PR	
	2.	$P \vee R$	PR	
	3.	$\sim Q$	PR	$\therefore R \ \& \ \sim P$
	4.	$\sim P$	MT 1,3	
	5.	$\sim R$	PA-RAA	
	6.	$\sim P \ \& \ \sim R$	CI 4,5	
	7.	$\sim(P \vee R)$	DeM 6	
	8.	$(P \vee R) \ \& \ \sim(P \vee R)$	CI 2,7	
	9.	$R$	RAA 5-8	
	10.	$R \ \& \ \sim P$	CI 4,9	
(23)	1.	$A \rightarrow \sim B$	PR	
	2.	$C \rightarrow B$	PR	$\therefore A \rightarrow \sim C$
	3.	$A$	PA-CP	
	4.	$\sim B$	MP 1,3	
	5.	$\sim C$	MT 2,4	
	6.	$A \rightarrow \sim C$	CP 3-5	
(24)	1.	$\sim(A \rightarrow B)$	PR	
	2.	$C \leftrightarrow B$	PR	$\therefore C \rightarrow D$

	3.	$(C \rightarrow B) \& (B \rightarrow C)$	Equiv 2	
	4.	C	PA-CP	
	5.	$\sim D$	PA-RAA	
	6.	$C \rightarrow B$	CE 3	
	7.	B	MP 4,6	
	8.	$\sim(\sim A \vee B)$	Impl 1	
	9.	$\sim\sim A \& \sim B$	DeM 8	
	10.	$\sim B$	CE 9	
	11.	$B \& \sim B$	CI 7,10	
	12.	D	RAA 5-11	
	13.	$C \rightarrow D$	CP 4-12	
(26)	1.	$H \rightarrow K$	PR	
	2.	$(H \& K) \rightarrow L$	PR	$\therefore H \rightarrow L$
	3.	H	PA-CP	
	4.	K	MP 1,3	
	5.	$H \& K$	CI 3,4	
	6.	L	MP 2,5	
	7.	$H \rightarrow L$	CP 3-6	
(27)	1.	$H \rightarrow O$	PR	
	2.	$\sim K \rightarrow \sim O$	PR	$\therefore (O \& K) \vee \sim H$
	3.	$\sim(O \& K)$	PA-CP	
	4.	H	PA-RAA	
	5.	O	MP 1,4	
	6.	$\sim\sim O$	DN 5	
	7.	$\sim\sim K$	MT 2,6	
	8.	K	DN 7	
	9.	$O \& K$	CI 5,8	
	10.	$(O \& K) \& \sim(O \& K)$	CI 3,9	
	11.	$\sim H$	RAA 4-10	
	12.	$\sim(O \& K) \rightarrow \sim H$	CP 3-11	
	13.	$(O \& K) \vee \sim H$	Impl 12	
(28)	1.	$(A \vee B) \rightarrow (C \& D)$	PR	
	2.	$(C \vee D) \rightarrow E$	PR	
	3.	A	PR	$\therefore E$

4.	$\sim E$	PA-RAA	
5.	$\sim(C \vee D)$	MT 2,4	
6.	$\sim C \ \& \ \sim D$	DeM 5	
7.	$\sim C$	CE 6	
	8.	$\sim(A \vee B)$	PA-RAA
	9.	$\sim A \ \& \ \sim B$	DeM 8
	10.	$\sim A$	CE 9
	11.	$A \ \& \ \sim A$	3,10
12.	$A \vee B$	RAA 8-11	
13.	$C \ \& \ D$	MP 1,12	
14.	$C$	CE 13	
15.	$C \ \& \ \sim C$	CI 7,14	
16.	$E$	RAA 4-15	