

Universidad Nacional Abierta

ALGEBRA I(752-757)

Vicerrectorado Académico

Fecha: 4-10-08

Área de Matemática

EDUCACIÓN MATEMATICA (508)

MATEMATICA(126)

PREGUNTAS y RESPUESTAS

Obj 1 Pta 1

Demuestre que el conjunto de partes de X tiene 2^n elementos si X tiene n elementos.

Sugerencias:

- Por favor, no se limite a dar un ejemplo, la demostración debe ser valida para cualquier n .
- Use inducción matemática.

Solución:

La proposición es cierta $n=0$ ya que el conjunto vacío ϕ que no contiene elemento alguno pero tiene un subconjunto, en este caso el propio ϕ y se verifica que $2^0 = 1$.

Supongamos que el resultado se verifica para un conjunto de k elementos. ¿Qué ocurre si agregamos un nuevo elemento? Tenemos un conjunto de $k+1$ elementos que tiene como subconjuntos todos los que podíamos formar con el conjunto de k elementos, es decir 2^k elementos. Con estos mismos subconjuntos agregándole el nuevo elemento formamos otros 2^k subconjuntos y esto son todos los subconjuntos que se pueden formar. Es decir $2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1}$ subconjuntos.

Obj 2 Pta 2

Considere el conjunto F de las funciones de los números reales $\mathbb{R}$ (con dominio en todo $\mathbb{R}$) en los números reales $\mathbb{R}$. Dos funciones f, g en F están relacionadas si y solo si $f(0)=g(0)$, $f(1)=g(1)$. Estudie las propiedades de esta relación, ¿es simétrica?, ¿reflexiva?, etc.

Solución:

La relación definida es una relación de equivalencia. Veamos por qué. En primer lugar cada función f está relacionada consigo misma ya que $f(0)=f(0)$, $f(1)=f(1)$. La relación es también simétrica ya que $f(0)=g(0)$, $f(1)=g(1) \Rightarrow g(0)=f(0)$, $g(1)=f(1)$. Dejamos al estudiante UNA la prueba de la transitividad. Así nuestra relación es reflexiva.

Obj 3 Pta 3

Considere el conjunto F de las funciones de los números reales $\mathbb{R}$ en los números reales $\mathbb{R}$. Las funciones del tipo lineal están dadas por $f(x) = ax + b$, el conjunto de las funciones lineales lo denotaremos por K , es decir

$$K = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) = ax + b\}$$

En el conjunto K definimos la operación $f * g = f \circ g$, donde $f \circ g$ es la composición usual de funciones. ¿Es $*$ conmutativa? ¿tiene $*$ elemento neutro?. Debe responder las interrogantes planteadas para obtener el objetivo.

Solución:

En primer lugar veamos que la operación $f * g = f \circ g$ está bien definida en K , $f * g(x) = f \circ g(x) = a(cx + d) + b = acx + ad + b \in K$. Nuestro trabajo se puede usar para observar que la relación no es conmutativa. Sin embargo, la función $e(x)=x$ es el elemento neutro para esta operación ya que $f * e(x) = f \circ g(x) = a(x) + b = ax + b, e * f(x) = f(x)$

FIN DEL MODELO