Tema 4

CONTRASTE DE HIPOTESIS:

Guión

1.- Introducción.

  1.1.- Planteamiento general del problema.

  1.2.-Tipos de hipótesis. Hipótesis nula e hipótesis alternativa.

  1.3.- Región crítica y región de aceptación.

  1.4.- Tipos de errores.

2.- Contraste de medias en poblaciones normales.

3.- Contraste de proporciones.

4.- Contraste de varianzas.

5.- Contraste de comparación de medias en poblaciones normales.

Ejercicios.

1.- Una empresa se dedica a la fabricación de bombillas eléctricas. La duración de las mismas tiene una distribución N(μ, 100). Elegida una muestra de 64 bombillas se comprobó que tenían una duración media de 1470 horas. Se pide contrastar y decidir sobre las hipótesis siguientes con un nivel sé significación del 5% y del 1%.

a)	H_0: μ=1500	b)	H_0: μ=1500	c)	H_0: μ=1500
	H_1: μ>1500		H_1: $\mu\neq$1500		H_1: μ<1500

2.- En una población normal contrastar la hipótesis de que μ=10 mediante un contraste bilateral al nivel de significación del 5% usando una muestra de tamaño 10 cuya media es 12.5 y cuya desviación es 2.

3.- Las puntuaciones obtenidas en un examen de oposición siguen una distribución normal de media desconocida y desviación típica 8. Un tribunal examina a 200 opositores resultando una puntuación media de 75.9. A los niveles de significación del 1% y del 5% contrastar.

a)	H_0: μ=74.5	b)	H_0: μ=74.5	c)	H_0: μ=74.5
	H_1: μ>74.5		H_1: $\mu\neq$74.5		H_1: μ<74.5

4.- Un fabricante de baterías recibe la oferta de la patente de un nuevo proceso de fabricación que le permitirá mejorar notablemente la vida media de las mismas y, por tanto, su calidad. El fabricante sabe que la vida media de las baterías que produce su empresa sigue una distribución normal de media 4950 horas y de desviación típica 350 horas.

Para decidir si el nuevo proceso de fabricación supone una mejora en la calidad ha analizado una muestra de 100 nuevas baterías. Estas han tenido una vida media de 5025 horas. El fabricante desea saber si ese valor es una garantía suficiente para invertir en la nueva patente.

5.- Supongamos que en la situación que plantea el ejercicio anterior el fabricante desconoce la desviación típica poblacional, pero dispone de una muestra de 20 baterías elaboradas con el nuevo proceso de fabricación, que han sido probadas, dando los siguientes resultados de duración en horas. Resolver el problema en la nueva situación.

4917	4948	5082	5105	4865	5068	4935	5090	5045	5080
5136	5084	4909	4935	5120	4936	5014	5125	4933	5088

6.-Un profesor pretende ver si mejoran las calificaciones de sus alumnos después de realizar una serie de prácticas con medios audiovisuales. Conoce que la calificación media de los alumnos es 55 y piensa que las prácticas no pueden rebajarla. Decir al profesor que debe hacer para contrastar la hipótesis nula H_0: μ=55 con la hipótesis alternativa H_1: μ>55

7.- Se desea estimar la proporción de familias que disponen de un teléfono móvil. Para ello se considera una muestra de 400 familias y se observa que 188 lo poseen. Se pide contrastar al 5% de nivel de significación:

a)	H_0: p=0.5	b)	H_0: p=0.5	c)	H_0: p=0.5
	H_1: p>0.5		H_1: p$\neq$0.5		H_1: p<0.5

8.- Se miden las tallas de 20 personas obteniéndose una media de 1.70 cm y una varianza de 0.05. Se pide contrastar al nivel de significación del 5%.

a) H_0: $\sigma^2=0.04$ b) H_0: $\sigma^2=0.04$
H_1: $\sigma^2\neq 0.04$ H_1: $\sigma^2>0.04$

9.- Para hacer un contraste de hipótesis sobre la varianza de una población normal en la que esta se desconoce, se toma una muestra de tamaño 15 cuya desviación típica es 5.
a) H_0: $\sigma^2=49$ b) H_0: $\sigma^2=49$
H_1: $\sigma^2\neq 49$ H_1: $\sigma^2<49$
Realizar todos los contrastes con un nivel de significación del 5%.

10.- Unos laboratorios dedicados a la fabricación de analgésicos indican en un folleto de propaganda que el efecto de retención del dolor de cabeza de un analgésico dura por término medio 3 horas en el 90% de los pacientes. Para contrastar si es o no cierto lo que dice el folleto en un hospital proporcionan el analgésico a 200 pacientes obteniéndose resultados positivos en 160. ¿Cuál es el resultado de la prueba?

11.- Se aplica el mismo test a dos grupos de alumnos de COU uno formado por 60 chicas y el otro por 50 chicos. En el manual de instrucciones del test se indica que la desviación típica en los chicos es 8 y en las chicas es 6. las puntuaciones medias obtenidas son de 70 en el grupo de chicas y de 73 en el de chicos. Se desea saber si existe diferencia entre estos dos grupos. Contrastar al 5% y al 1%.

12.- En un hospital 10 enfermos son tratados con un somnífero de tipo A y 8 con uno de tipo B, obteniéndose las siguientes horas de sueño respectivamente.

TIPO A	6	5	4	6	8	4	9	8	7	6
TIPO B	6	8	9	8	3	6	5	7		

La duración del sueño en los dos casos se distribuye según la ley normal con la misma desviación típica. Decidir si existen diferencias significativas entre los dos somníferos.

13.- Se ha aplicado el mismo test de memoria a dos grupos de estudiantes distintos. En el primero de 20 estudiantes se obtuvo una media de 125 puntos y una desviación típica de 30 puntos, y en el segundo se tomó una muestra de 32 con un promedio de 136 puntos y una desviación típica de 23. ¿ Puede considerarse el segundo grupo superior al primero?

14.- Se ha aplicado un test de memoria a un gran número de estudiantes de universidad encontrándose desviaciones típicas de 33.5 para las alumnas y 38.2 para los alumnos. Se aplicó el test a 17 alumnos y dio un promedio de 183.7 y en un grupo de 25 alumnas el promedio fue de 167. ¿Se puede afirmar que la diferencia de memoria es significativa en ambos grupos?

15.- En una manufactura se opera con una media de 190 unidades por lote y una desviación típica de 1.2,estos valores pueden ser considerados como parámetros de la población por referirse a un número muy grande de observaciones. Se cambió la técnica y se tomo una muestra de 36 observaciones con una media de 190.8. Si suponemos a la población normal, se puede considerar la mejora al nuevo procedimiento.

16- Un medicamento estandarizado ha curado el 80% de los casos de una enfermedad. Un nuevo preparado ha resultado eficaz en 85 de los 100 primeros casos de la misma enfermedad que se han tratado. Se puede decir que el nuevo preparado es más eficaz que el anterior.

Ejercicios de Examen:

1.-Dos personas A y B juegan a cara o cruz con una moneda. Al cabo de 100 partidas, A, que eligió cara, ha ganado 62 veces. Tras este resultado B afirma que la moneda está trucada, y la probabilidad de obtener cara no es ½ sino que es mayor. A mantiene que la moneda es correcta. Decidir cual de ellos tiene razón trabajando a un nivel de significación del 5%.

¿Cuál es la probabilidad de decidir que A tiene razón si la moneda está realmente trucada y la probabilidad de obtener cara es 2/3?

2.- En la composición de un preparado farmacéutico se declara una cantidad media de etanol de 4 gramos en cada 100 ml, con una desviación típica de 0.1 gramos. Tomadas doce unidades y medidas las cantidades de etanol se obtuvieron:

4.2	3.92	3.95	4.16	4.23	3.79
3.78	4.06	3.84	3.88	4.19	4.27

a) Contrastar el valor de la desviación típica asegurada a un nivel de significación del 5%.
b) ¿Es cierto el contenido medio de etanol señalado?.(Trabajar con el 5% de nivel de significación)

3.- Para estudiar el rendimiento de dos máquinas en un sistema de producción, se toma una muestra de cada una de ellas y se obtienen los siguientes resultados:

Máquina A: 137.5, 140.7, 106.9, 175.1, 177.3, 120.4, 77.9, 104.2

Máquina B: 103.3, 121.7, 98.4, 161.5, 167.8, 67.3

a) Contrastar si la máquina A tiene un rendimiento mayor que la máquina B con un nivel de significación del 5%.
b) Calcular el error de tipo II cuando la diferencia de medias es 6.

4.- Una compañía fabrica cuerdas cuya resistencia a la rotura tiene un valor medio de 300 kg, con una desviación típica de 24 kg. Se cree que mediante un nuevo proceso de fabricación se puede incrementar la resistencia media.

a) Diseñar una regla de decisión para rechazar el proceso primitivo a un nivel de significación del 1% si se dispone de una muestra de tamaño 28.
b) Bajo la regla de decisión adoptada en a) y suponiendo que la desviación típica no ha variado, ¿cuál es la probabilidad de aceptar el proceso primitivo cuando en efecto el nuevo proceso incrementa la resistencia media a 310 kg?

1.- Introducción.

En matemáticas, tras establecer una hipótesis, un procedimiento de demostración conduce a decidir con absoluta certeza si la hipótesis establecida es verdadera o falsa. Pero esto no ocurre en otras ciencias tales como la estadística en la que no se podrá demostrar si son ciertas algunas hipótesis formuladas acerca de una población (sus parámetros, su distribución de probabilidad, etc) salvo que fuese posible observar uno a uno todos los individuos que la forman. Como este extremo no resulta viable en general, es necesario plantear un procedimiento que permita contrastar hipótesis y poder asegurar, con un margen de error prefijado, si las hipótesis planteadas pueden ser admitidas como ciertas o no. El procedimiento que se plantea es el denominado contraste de hipótesis y consiste básicamente en comparar las predicciones que se derivan de las hipótesis con los datos que se observan en las muestras.

Por ejemplo, vamos a considerar un proceso de fabricación que, en condiciones normales, produce elementos cuya vida media se distribuye normalmente con media 5000 horas y desviación típica 100 horas. Se introducen algunos cambios en el proceso con la idea de mejorarlo en el sentido de que aumente la vida media aunque se sabe que estos cambios no afectan a la desviación. Para saber si efectivamente se ha producido la mejora esperada se toma una muestra de 4 elementos cuyas vidas resultan ser: 5010 h, 4750 h, 4826 h, 4953 h y nos preguntamos si en esta muestra hay alguna evidencia de que efectivamente se ha producido un cambio en la vida media.

Si la media no hubiese cambiado la variable media muestral tendría un distribución normal de media 5000 y de desviación 50. Teniendo en cuenta que

$$P(|Z| \le 1.96) = 0.95 \quad \Rightarrow \quad P\left(\left| \frac{\overline{X} - 5000}{50} \right| \le 1.96 \right) = 0.95 \quad \Rightarrow \quad P(\overline{X} \in [4902{,}5098]) = 0.95$$

Como la media muestral observada en esta muestra es 4884.75 tenemos que pensar que si no hubiese habido cambios en la media de la población, la muestra que hemos observado correspondería al 5% de las muestras que no cumplirían la condición anterior, es decir habríamos obtenido lo que era poco probable de obtenerse.

Si hubiésemos trabajado al 99% habríamos obtenido que

$$P(\overline{X} \in [4871{,}5129]) = 0.99$$

Ante este hecho caben dos planteamientos:

a) Rechazar la hipótesis de que la media es 5000 y concluir que se ha producido un cambio.
b) Atribuir las discrepancias al azar y seguir pensando que la media es 5000.

1.1.- Planteamiento general del problema.

<u>Hipótesis estadísticas.</u>

Se llama hipótesis estadística a cualquier suposición que se hace acerca de una población y que determina total o parcialmente su distribución de probabilidad.

<u>Tipos de Hipótesis.</u>

Existen diferentes tipos de hipótesis:

a) Aquellas que especifican un valor del parámetro o un intervalo al que pertenece. Si son de la forma $\theta = \theta_0$ se llaman hipótesis simples. Si son de la forma $\theta>\theta_0$ o $\theta_1<\theta<\theta_2$ se llaman hipótesis compuestas.
b) Aquellas que establecen la igualdad de las distribuciones de dos o mas variables.
c) Aquellas que determinan la forma de la distribución de una variable.

En este curso nos vamos a dedicar a las hipótesis de tipo a), fundamentalmente a las simples. El contraste de este tipo de hipótesis está muy relacionado con la construcción de intervalos de confianza.

<u>Hipótesis Nula.</u>

Se llama hipótesis nula y se representa H_0, a la hipótesis que se desea contrastar. Mediante un criterio basado en la información muestral hay que decidir si esta hipótesis se acepta o se rechaza.

La H_0 tiene las siguientes características:

- Se mantendrá como cierta a no ser que los datos presenten fuertes evidencias en su contra.
- Nunca se considera probada.
- Se elige de acuerdo con el principio de simplicidad científica que podría resumirse diciendo que solamente debemos abandonar un modelo simple a favor de otro mas complejo cuando la evidencia a favor de este último sea muy fuerte.

<u>Hipótesis Alternativa.</u>

Se llama hipótesis alternativa y se representa H_1 a la hipótesis que se acepta cuando se rechaza H_0.

<u>Estadístico de contraste.</u>

Se llama así a la variable muestral en la que nos apoyamos para establecer un criterio que nos permita tomar una decisión sobre la aceptación o el rechazo de H_0.

<u>Contraste o test de hipótesis.</u>

Se llama así al procedimiento que analiza si los datos observados en un experimento permiten mantener el planteamiento formulado en la hipótesis nula, o por el contrario, conducen a rechazarla. Esto último ocurrirá cuando bajo el supuesto de que H_0 sea verdadera, la probabilidad de los resultados obtenidos sea "suficientemente pequeña".

Los contrastes se llaman paramétricos cuando las hipótesis son del tipo a, es decir, hacen referencia a los parámetros. Cuando hacen referencia al modelo de distribución de probabilidad de la población se denominan contrastes no paramétricos . Estos últimos no van a estudiarse en este curso.

Ante unos resultados muestrales concretos hay que decidir si se acepta o se rechaza H_0.

DECISIONES	***H_0 verdadera***	***H_0 falsa***
Aceptar H_0	Decisión Correcta	Error
Rechazar H_0	Error	Decisión correcta

<u>Tipos de error.</u>

Error de Tipo I .

Es el error que se comete cuando se rechaza la hipótesis nula. Representaremos por α la probabilidad de rechazar H_0 cuando es verdadera. A esta probabilidad se le llama también nivel de significación del test. Los valores mas frecuentes para α son el 0.05 y el 0.01 aunque cualquier otro valor podría ser utilizado.

Error de Tipo II.

Es el error que se comete cuando se acepta la hipótesis nula siendo falsa. Representaremos por β a la probabilidad de cometer un error de tipo II

Potencia del contraste.

Se llama así a la probabilidad de rechazar la hipótesis nula en función de los distintos valores del parámetro que se contrasta.

$$P_c(\theta)=\begin{cases} a \quad \text{si } ? = ?_0 \\ 1-ß \quad \text{si } ? \neq ?_0 \end{cases}$$

Región Crítica y Región de Aceptación.

Llamaremos región de aceptación de un contraste de hipótesis al conjunto de los valores del estadístico de contraste que conducen a aceptar la hipótesis nula. El resto de los valores reales conducirán a rechazarla y constituyen lo que se denomina región de rechazo o región crítica del test.

Pasos a seguir en la realización de un contraste.

En líneas generales hacer un contraste o test de hipótesis consiste:

1.- Enunciar H_0 y H_1.

2.- Elegir un estadístico de contraste y, sin perder de vista que la distribución muestral del estadístico de contraste está siempre determinada por la hipótesis nula, determinar la región de aceptación y complementariamente la región crítica del test.

3.- Tomar una muestra y determinar el valor del estadístico de contraste para esa muestra. Si este valor pertenece a la región de aceptación se acepta H_0, en otro caso se rechaza.

2.- Contraste de medias..

Realizamos el contraste con un nivel de significación α y con un tamaño muestral n.

2.1.- Población normal con varianza conocida.

Planteamiento	Estadístico de contraste	Contraste
$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$	$\overline{X} \overset{D}{=} N(\mu_0, \frac{s}{\sqrt{n}}) \Rightarrow Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} \overset{D}{=} N(0,1)$	Si $\lvert Z\rvert \leq z_{a/2} \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $\lvert Z\rvert > z_{a/2} \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$	$\overline{X} \overset{D}{=} N(\mu_0, \frac{s}{\sqrt{n}}) \Rightarrow Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} \overset{D}{=} N(0,1)$	Si $Z \leq z_a \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $Z > z_a \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$	$\overline{X} \overset{D}{=} N(\mu_0, \frac{s}{\sqrt{n}}) \Rightarrow Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} \overset{D}{=} N(0,1)$	Si $Z \geq -z_a \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $Z < -z_a \Rightarrow$ Rechazar H_0

2.2.- Población normal con varianza s desconocida y con muestras pequeñas.

Planteamiento	Estadístico de contraste	Contraste

$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$	$T = \dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\hat{S}/\sqrt{n}} \overset{D}{=} t_{n-1}$	Si $\lvert T\rvert \leq t_{a/2} \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $\lvert T\rvert > t_{a/2} \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$	$T = \dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\hat{S}/\sqrt{n}} \overset{D}{=} t_{n-1}$	Si $T \leq t_a \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $T > t_a \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$	$T = \dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\hat{S}/\sqrt{n}} \overset{D}{=} t_{n-1}$	Si $T \geq -t_a \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $T < -t_a \Rightarrow$ Rechazar H_0

2.3.- Una población de cualquier tipo, con varianza desconocida , de la que se dispone de muestras grandes.

Planteamiento	Estadístico de contraste	Contraste
$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$	$\overline{X} \overset{D}{=} N(\mu_0, \frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}) \Rightarrow Z = \dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\hat{S}/\sqrt{n}} \overset{D}{=} N(0,1)$	Si $\lvert Z\rvert \leq z_{a/2} \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $\lvert Z\rvert > z_{a/2} \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$	$\overline{X} \overset{D}{=} N(\mu_0, \frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}) \Rightarrow Z = \dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\hat{S}/\sqrt{n}} \overset{D}{=} N(0,1)$	Si $Z \leq z_a \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $Z > z_a \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$	$\overline{X} \overset{D}{=} N(\mu_0, \frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}) \Rightarrow Z = \dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\hat{S}/\sqrt{n}} \overset{D}{=} N(0,1)$	Si $Z \geq -z_a \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $Z < -z_a \Rightarrow$ Rechazar H_0

3.- Contraste de proporciones.

Realizamos el contraste con un nivel de significación α y con un tamaño muestral n.

Planteamiento	Estadístico de contraste	Contraste
$H_0: p = p_0$ $H_1: p \neq p_0$	$\hat{p} \overset{D}{=} N(p_0, \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}) \Rightarrow$ $Z = \dfrac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} \overset{D}{=} N(0,1)$	Si $\lvert Z\rvert \leq z_{a/2} \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $\lvert Z\rvert > z_{a/2} \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: p = p_0$ $H_1: p > p_0$	$\hat{p} \overset{D}{=} N(p_0, \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}) \Rightarrow$ $Z = \dfrac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} \overset{D}{=} N(0,1)$	Si $Z \leq z_a \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $Z > z_a \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: p = p_0$ $H_1: p < p_0$	$\hat{p} \overset{D}{=} N(p_0, \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}) \Rightarrow$ $Z = \dfrac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} \overset{D}{=} N(0,1)$	Si $Z \geq -z_a \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $Z < -z_a \Rightarrow$ Rechazar H_0

4.- Contraste de varianzas en poblaciones normales.

Realizamos el contraste con un nivel de significación α y con un tamaño muestral n.

Planteamiento	Estadístico de contraste	Contraste
$H_0: \sigma^2 = s_0^2$ $H_1: \sigma^2 \neq s_0^2$	$J = \dfrac{nS^2}{s_0^2} \overset{D}{=} ?_{n-1}^2$	Si $J \in [?^2_{n-1,1-\frac{a}{2}}, \; ?^2_{n-1,\frac{a}{2}}] \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $J \notin [?^2_{n-1,1-\frac{a}{2}}, \; ?^2_{n-1,\frac{a}{2}}] \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: \sigma^2 = s_0^2$ $H_1: \sigma^2 > s_0^2$	$J = \dfrac{nS^2}{s_0^2} \overset{D}{=} ?_{n-1}^2$	Si $J \leq ?^2_{n\text{-}1,a} \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $J > ?^2_{n\text{-}1,a} \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: \sigma^2 = s_0^2$ $H_1: \sigma^2 < s_0^2$	$J = \dfrac{nS^2}{s_0^2} \overset{D}{=} ?_{n-1}^2$	Si $J \geq ?^2_{n\text{-}1,1\text{-}a} \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $J < ?^2_{n\text{-}1,1\text{-}a} \Rightarrow$ Rechazar H_0

5.- Contraste de comparación de medias en poblaciones normales.

5.1.- Suponiendo que las desviaciones típicas de las dos poblaciones s_1 y s_2 son conocidas y que se dispone de muestras de tamaños n y m respectivamente.

Planteamiento	Estadístico de contraste	Contraste
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$	$Z = \dfrac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m}}} \overset{D}{=} N(0,1)$	Si $\lvert Z\rvert \leq z_{a/2} \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $\lvert Z\rvert > z_{a/2} \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 > \mu_2$	$Z = \dfrac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m}}} \overset{D}{=} N(0,1)$	Si $Z \leq z_a \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $Z > z_a \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 < \mu_2$	$Z = \dfrac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m}}} \overset{D}{=} N(0,1)$	Si $Z \geq -z_a \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $Z < -z_a \Rightarrow$ Rechazar H_0

5.2.- Suponiendo que las desviaciones son desconocidas pero iguales y que las muestras de las que se dispone son pequeñas.

Planteamiento	Estadístico de contraste	Contraste

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$	$T = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2 \Big/ \sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}{\sqrt{\frac{nS_1^2 + mS_2^2}{n+m-2}}} \overset{D}{=} t_{n+m-2}$	Si $\lvert T\rvert \leq t_{a/2} \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $\lvert T\rvert > t_{a/2} \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 > \mu_2$	$T = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2 \Big/ \sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}{\sqrt{\frac{nS_1^2 + mS_2^2}{n+m-2}}} \overset{D}{=} t_{n+m-2}$	Si $T \leq t_a \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $T > t_a \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 < \mu_2$	$T = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2 \Big/ \sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}{\sqrt{\frac{nS_1^2 + mS_2^2}{n+m-2}}} \overset{D}{=} t_{n+m-2}$	Si $T \geq t_a \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $T < t_a \Rightarrow$ Rechazar H_0

5.3.- En poblaciones cualesquiera pero disponiendo de muestras en las que n y m son grandes.

Planteamiento	Estadístico de contraste	Contraste
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$	$Z = \dfrac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}}} \overset{D}{=} N(0,1)$	Si $\lvert Z\rvert \leq z_{a/2} \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $\lvert Z\rvert > z_{a/2} \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 > \mu_2$	$Z = \dfrac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}}} \overset{D}{=} N(0,1)$	Si $Z \leq z_a \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $Z > z_a \Rightarrow$ Rechazar H_0
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 < \mu_2$	$Z = \dfrac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}}} \overset{D}{=} N(0,1)$	Si $Z \geq -z_a \Rightarrow$ Aceptar H_0 Si $Z < -z_a \Rightarrow$ Rechazar H_0