

14. Übungen zur Vorlesung

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

Birkenhake / Neumaier

Wintersemester 2003/04

Abgabe: Di, 10.02.04, in der Vorlesung

AUFGABE 60:

Zeige: Sei $M \in M(n \times n, \mathbb{R})$ eine Matrix, die sich in folgender Form darstellen läßt:

$$M = \begin{pmatrix} A & \star \\ 0 & B \end{pmatrix},$$

wobei $A \in M(a \times a, \mathbb{R})$ und $B \in M(b \times b, \mathbb{R})$. Dann gilt: Das charakteristische Polynom von M ist das Produkt der charakteristischen Polynome von A und B .

AUFGABE 61:

Bestimme die Minimalpolynome von:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -3 \\ 2 & 7 & -4 \\ 3 & 9 & -5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -4 & -4 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & -7 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -4 & -4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

AUFGABE 62:

Zeige, dass jede reelle 2×2 -Matrix M der Form

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$$

diagonalisierbar ist.

AUFGABE 63:

Sei f eine lineare Abbildung des Vektorraums $\mathbb{C}^2$ in sich. Zeige: Ist $f^2 = 0$, so ist $f = 0$ oder f hat eine Darstellungsmatrix:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$