

13. Übungen zur Vorlesung

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

Birkenhake / Neumaier
Wintersemester 2003/04
Abgabe: Di, 3.02.04, in der Vorlesung

AUFGABE 56:

- (i) Bestimme in $\mathbb{C}^2$ die Eigenvektoren von

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (ii) Bestimme die Matrix $A \in M(n \times n, \mathbb{C})$, für welche

$$A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot A$$

diagonal ist.

AUFGABE 57:

- (i) Bestimme Eigenwerte und Eigenvektoren von:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -3 \\ 2 & 7 & -4 \\ 3 & 9 & -5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -4 & -4 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & -7 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -4 & -4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (ii) Bestimme das charakteristische Polynom von:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ 1 & 0 & b \\ 0 & 1 & c \end{pmatrix}.$$

AUFGABE 58:

Sei f ein Endomorphismus eines $\mathbb{K}$ -Vektorraums und $f^2 = f$. Begründe, dass f nur die Eigenwerte 1 und 0 haben kann.

AUFGABE 59:

Für $w \in \mathbb{R}^n - \{0\}$ sei der Endomorphismus ϕ_w von $\mathbb{R}^n$ mit:

$$\phi_w(v) := v - 2 \frac{\langle v, w \rangle}{\langle w, w \rangle} w$$

gegeben.

- (i) Bestimme die Darstellungsmatrix und die Eigenwerte von ϕ_{e_1} bezüglich der Standardbasis. Beschreibe ϕ_{e_1} geometrisch.
- (ii) Sei nun $w = {}^t(w_1, \dots, w_n) \in \mathbb{R}^n - \{0\}$ beliebig. Untersuche, wie ϕ_w auf den Untervektorräumen $\mathbb{R}w$ und $w^\perp$ operiert. Bestimme die Eigenwerte von ϕ_w . Ist ϕ_w diagonalisierbar? Gib in diesem Fall eine Basis aus Eigenvektoren an.