

11. Übungen zur Vorlesung

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

Birkenhake / Neumaier

Wintersemester 2003/04

Abgabe: Di, 20.01.04, in der Vorlesung

AUFGABE 48:

Sei $f : V \rightarrow W$ eine lineare Abbildung von $\mathbb{K}$ -Vektorräumen vom Rang r . Dann gibt es Basen von V und W bezüglich welcher die Darstellungsmatrix von f

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1}_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in M(\dim W \times \dim V, \mathbb{K})$$

ist.

AUFGABE 49:

Zeige für die zyklische Permutation $\sigma = (i_1, i_2, \dots, i_k)$:

$$\text{sign}(\sigma) = (-1)^{k+1}.$$

AUFGABE 50:

Es sei V der Vektorraum der reellen, symmetrischen zweireihigen Matrizen und:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V.$$

Die lineare Abbildung $\phi : V \rightarrow V$ sei definiert durch $\phi(S) := {}^t A S A$. Berechne die Matrix von ϕ bezüglich der Basis:

$$S_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

von V .

AUFGABE 51:

Für $A \in M(2 \times 2, \mathbb{R})$ definiert

$$\phi(A) := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot A$$

eine lineare Abbildung von $M(2 \times 2, \mathbb{R})$ in sich selbst. Bestimme die Matrix von ϕ bezüglich der Standardbasis

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$