

9. Übungen zur Vorlesung

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

Birkenhake / Neumaier
Wintersemester 2003/04
Abgabe: Di, 23.12.03, in der Vorlesung

AUFGABE 37:

(i) Berechne die multiplikativen Inversen der folgenden komplexen Zahlen:

$$5 + 2i, \quad 7 - i, \quad 1 + 2i.$$

(ii) Berechne die Produkte

$$i \cdot (3 + 2i), \quad i^2 \cdot (3 + 2i), \quad i^3 \cdot (3 + 2i), \quad i^4 \cdot (3 + 2i)$$

und skizziere diese Zahlen auf der komplexen Zahlenebene.

(iii) Sei $\rho := \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}$; berechne

$$\rho^2, \quad \rho^3, \quad 1 + \rho + \rho^2$$

und skizziere diese Zahlen auf der komplexen Ebene.

AUFGABE 38:

Sei V ein n -dimensionaler reeller Vektorraum und $f, g \in V^*$ zwei Linearformen auf V mit $f \neq 0$. Zeige:

$$\exists c \in \mathbb{R} - \{0\} : g = c \cdot f \iff \ker(f) = \ker(g).$$

AUFGABE 35:

Gebe zu den Vektoren

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

die Linearformen f_i mit $f_i(x_j) = \delta_{ij}$ an. Hierbei ist

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ 0 & \text{für } i \neq j \end{cases}.$$

das Kroneckersymbol.

AUFGABE 39:

- (i) Bestimme, falls existent, die Inversen der folgenden Matrizen:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & 6 \\ 1 & 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 6 & 3 & -4 \\ -4 & 1 & -6 \\ 1 & 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

- (ii) Zeige, dass für $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

genau dann invertierbar ist, wenn $ad - bc \neq 0$. Bestimme für invertierbares A die Inverse A^{-1} .