

2. Übungen zur Vorlesung

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

Birkenhake / Neumaier
Wintersemester 2003/04

AUFGABE 5:

(i) Läßt sich jeder Vektor des $\mathbb{R}^3$ in der Form

$$a \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 27 \end{pmatrix}$$

schreiben?

(ii) Bestimme $x, y, z \in \mathbb{R}$ so, dass:

(a)

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

(b)

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

AUFGABE 6:

Bestimme Vektoren v und w , sodass die Gerade $L = w + \mathbb{R} \cdot v$ durch die Punkte

(i)

$$x = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} \quad y = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{in } \mathbb{R}^2,$$

(ii)

$$x = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad y = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \text{in } \mathbb{R}^3,$$

(iii)

$$x = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad y = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{in } \mathbb{R}^4.$$

AUFGABE 7:

Gib die Lösungsmengen der folgenden Gleichungssysteme an:

(i)

$$\begin{array}{ccccccccccc} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & 8x_4 & + & 11x_5 & + & 7x_6 & = & 9 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & + & 20x_4 & + & 24x_5 & + & 14x_6 & = & 42 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & 18x_4 & + & 23x_5 & + & 14x_6 & = & 21 \\ 2x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 11x_4 & + & 15x_5 & + & 11x_6 & = & 21 \end{array}$$

(ii)

$$\begin{array}{ccccccc} 3x & + & y & + & z & = & 0 \\ 2x & + & 4y & - & z & = & 0 \\ 3x & + & 2y & + & 2z & = & 0 \end{array}$$

AUFGABE 8:

Zeige: Die drei Geraden im $\mathbb{R}^2$

$$L_1 := \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad L_2 := \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad L_3 := \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

schneiden sich in einem Punkt.

AUFGABE 9*: Beweise: Bei einem Tetraeder schneiden sich die Verbindungsgeraden der Mitten gegenüberliegender Kanten in einem Punkt.