

Übungen zur Vorlesung  
Analysis I

**Aufgabe 11.1:**

- (a) Schreibe das Polynom  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 5$  als Summe von Potenzen von  $x - 2$ .
- (b) Die Potenzreihe  $f(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu}(x - x_0)^{\nu}$  sei konvergent im Intervall  $I$ . Sei  $x_1 \in I$ . Berechne die Taylorreihe von  $f$  zum Entwicklungspunkt  $x_1$ .

**Aufgabe 11.2:**

- (a) Formuliere und beweise die Kettenregel für analytische Funktionen.
- (b) Berechne die Taylorreihe  $T(f, 0)$  von  $f(x) = a^x$  ( $a > 0$ ) und zeige  $f(x) = T(f, 0)(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabe 11.3:**

Zeige: Ist  $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  analytisch und  $f(x) \neq 0$  für alle  $x \in (a, b)$ , so ist  $\frac{1}{f}$  analytisch auf  $(a, b)$ .

**Aufgabe 11.4:**

- (a) Bestimme die Taylorreihe von  $f(x) = \arctan x$  mit Entwicklungspunkt 0.
- (b) Für  $f$  bestimme das größte offene Intervall, in dem  $f = T(f, 0)$  gilt.

*Bitte auf den Abgaben Namen und Übungsgruppe angeben. Zweierabgaben erwünscht.  
Keine Dreierabgabe! Keine Abgabe von Kopien!*