MATHEMATISCHES INSTITUT
UNIVERSITÄT ERLANGEN-NÜRNBERG

A. Deinlein
deinlein@mi.uni-erlangen.de

Übungen zur Vorlesung
Analysis I

Aufgabe 9.1:

Zeige: Die Funktion

(a) $\sinh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ (b) $\cosh : [0, \infty) \to [1, \infty)$

ist streng monoton und bijektiv. Die Umkehrfunktion $Ar\sinh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ (beziehungsweise $Ar\cosh : [1, \infty) \to [0, \infty)$) heißt Area sinus hyperbolici (bzw. Area cosinus hyperbolici).
Zeige: $Ar\sinh$ und $Ar\cosh$ sind differenzierbar und berechne ihre Ableitungen.

Aufgabe 9.2:

Für $n \in \mathbb{N}$ sei $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $f_n(x) = \begin{cases} x^n \sin \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0, \\ 0 & \phantom{\text{für }} x = 0. \end{cases}$

Zeige:

(a) f_{2n} ist genau n-mal differenzierbar in 0 und $f_{2n}^{(n)}$ ist in 0 nicht stetig.

(b) f_{2n+1} ist genau n-mal differenzierbar in 0 und $f_{2n+1}^{(n)}$ ist stetig in 0, aber nicht differenzierbar.

Aufgabe 9.3:

Sei $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $h(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0, \\ e^{-\frac{1}{x}} & \phantom{\text{für }} x > 0. \end{cases}$

Zeige: h ist auf ganz $\mathbb{R}$ beliebig oft differenzierbar.

Aufgabe 9.4:

Sei $n \in \mathbb{N}$. Berechne die n-te Ableitung der folgenden Funktionen in ihrem Definitionsbereich

(a) $f(x) = x^2 e^{-2x}$, (b) $g(x) = \frac{1+x}{\sqrt{x}}$.

Bitte auf den Abgaben Namen und Übungsgruppe angeben. Zweierabgaben erwünscht. Keine Dreierabgabe! Keine Abgabe von Kopien!

Abgabe: 9. Januar 2004