

Übungen zur Vorlesung  
Analysis I

**Aufgabe I.1:**

Zeigen Sie:

- (a)  $n^2 \leq 2^n$  für jedes  $n \in \mathbb{N}, n \neq 3$ .
- (b)  $2^n \leq n!$  für jedes  $n \in \mathbb{N}, n \geq 4$ .

**Aufgabe I.2:**

Eine Gerade teilt eine Ebene in zwei Gebiete. Zwei Geraden teilen eine Ebene in maximal vier Gebiete. In wieviele Gebiete wird eine Ebene durch  $n$  Geraden höchstens geteilt?

- (a) Geben Sie eine geschlossene Formel für die Anzahl der Gebiete an, in die eine Ebene durch  $n$  Geraden höchstens geteilt werden kann.
- (b) Beweisen Sie diese Formel durch vollständige Induktion.

**Aufgabe I.3:**

Seien  $m \leq n$  natürliche Zahlen. Zeigen Sie:

korrigierte  
Fassung

$$\sum_{k=m}^n \binom{k}{m} = \binom{n+1}{m+1}$$

**Aufgabe I.4:**

Die endliche geometrische Reihe ist die Grundlage der Zinsrechnung. Der einfachste Fall: Bei jährlicher Verzinsung um  $p\%$  (Zinsausschüttung nach Ende jeden Jahres) wächst das eingesetzte Kapital  $K_0$  am Ende des ersten Jahres auf

$$K_1 = K_0 + \frac{p}{100}K_0 = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

- (a) Wie groß ist das Endkapital  $K_n$  am Ende des  $n$ -ten Jahres? Geben Sie eine geschlossene Formel für  $K_n$  an.
- (b) Geben Sie eine entsprechende Formel für monatliche Zinsausschüttung (d.h. Zinsausschüttung nach Ende jeden Monats) an.

*Bitte auf den Abgaben Namen und Übungsgruppe angeben. Zweierabgaben erwünscht.*