MATHEMATISCHES INSTITUT
UNIVERSITÄT ERLANGEN-NÜRNBERG

Prof. H. Lange
lange@mi.uni-erlangen.de

Probeklausur zur Vorlesung Analysis I

Aufgabe 1:

Zeige: Für alle natürlichen Zahlen n gilt $\displaystyle\prod_{k=1}^{n-1}\left(1+\frac{1}{k}\right)^k = \frac{n^n}{n!}$.

Aufgabe 2:

Entscheide (mit Beweis!), ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\ln n}{n^2+1}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2^n}$

Aufgabe 3:

Berechne den Konvergenzradius der Reihe $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ mit $c_n = -1$ für gerade n und $c_n = 2^{-n}$ für ungerade n.

Aufgabe 4:

Sei $f(x) = \arctan\dfrac{1}{x-2}$ $\forall x \neq 2$. Läßt sich $f(2)$ so definieren, dass die Funktion f dort stetig ist? (Begründung!)

Aufgabe 5:

Berechne die Ableitung folgender Funktionen in ihrem Definitionsbereich

(a) $f(x) = (\ln(1+x^2))^4$

(b) $g(x) = \sqrt[3]{\arcsin x^2}$

Aufgabe 6:

Bestimme Lage und Art aller Extrema der Funktion

$$f_\alpha : [-2,2] \to \mathbb{R}, x \mapsto x^\alpha \cdot e^{-x} \quad \alpha > 0.$$

Aufgabe 7:

Berechne den Grenzwert $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln x}{\cot x}$.

Aufgabe 8:

Bilde die Taylorreihe der Funktion $f(x) = \cos x$ um den Entwicklungspunkt π.

Aufgabe 9:

Verfiziere mit Hilfe der Definition der Konvergenz, dass die Folge (a_n) mit $a_n = \dfrac{n+1}{n}$ konvergiert.