Trabalho Complementar.

A nota do trabalho 1 será a soma da nota do trabalho feito no dia 08/04 mais a nota deste trabalho complementar. Este trabalho vale até 5 pontos. Mas para tirar nota máxima o aluno deverá acertar uma questão escolhida por mim na hora da aula de sexta-feira 24/04. Caso ele erre ganhará 2,5 pontos se entegrar as questões corretas deste trabalho complementar.

obs: Se a soma das notas passar de 10 a sobra será usada para o próximo trabalho. Por exemplo, o aluno que tirou 10, poderá acumular até 5 pontos para o próximo trabalho.

1. Suponha que $\mu(x) = e^{\displaystyle\int g(x)dx}$ e $g(x) = \frac{(M_y - N_x)}{N}$ é uma função apenas de x. Prove que $\mu(x)$ é um fator integrante de $M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$.

   Dica: multiplique $M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$. por μ,isto é, $\mu(x)M(x,y)\,dx + \mu(x)N(x,y)\,dy = 0$. Mostre que está equação é exata.

2. Suponha que $n \neq 0$ e $n \neq 1$. Mostre que a substituição $v = y^{1-n}$ trasnforma a eq. de Bernoulli $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n$ na eq. linear $\frac{dv}{dx} + (1-n)P(x)v = (1-n)Q(x)$.

   Dica: divida a eq. de Bernoulli por y^n e faça a substituição $v = y^{1-n}$ e sua derivada em relação a x.

3. Para resolver a equação linear

   (I) $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$,

   precisamos usar o fator integrante $\mu(x)$. Mostre que $y = \frac{1}{\mu(x)}\left[\int Q(x)\mu(x)dx + C\right]$ é solução da eq. linear (I).

   Dica: Derive y usando a regra do produto $\left(\frac{1}{\mu(x)}\right)'\left[\int Q(x)\mu(x)dx + C\right] + \frac{1}{\mu(x)}\left(\left[\int Q(x)\mu(x)dx + C\right]\right)'$. Lembre que $\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$ e $\frac{1}{\mu(x)} = e^{-\int P(x)dx}$.

4. Encontre um intervalo onde o P.V.I.

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = xy^{\frac{1}{2}} \\ y(a) = b \end{cases}$$

tem uma única solução. Porque em $y(0) = 0$, o fato de existir $y(x) = 0$ e $y(x) = \frac{x^4}{16}$ como soluções não fura o teorema da existência e unicidade.

Dica: Verifique se as hipóteses do teorema são satisfeitas.