XXII Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Cancún, Quintana Roo

21/Jun/08

Problema 1.

Sea ABC un triángulo, tomamos M perteneciente al lado AC y N perteneciente al lado BC tales que AM = BN. Llamaremos P al punto medio de AN y Q al punto medio de BM. La recta PQ corta a AC en F y a BC en L. Demuestra que el triángulo CLF es isósceles.

Problema 2.

Sea A=(2, 3, 4, …, 2008). Demuestra que si se eligen 15 elementos de A tales que cualesquiera dos de ellos son primos relativos, entonces alguno de ellos tiene que ser un número primo.

Problema 3.

Considera el conjunto A = {1, 2, 3,…,100}. ¿Cuántos subconjuntos de A que constan de 6 elementos se pueden formar de tal forma que no contengan 2 números consecutivos?

Problema 4.

Sea ABC un triangulo acutángulo. Considera los puntos P y Q dentro de los segmentos AB y AC respectivamente, tales que BPQC es cíclico. El circuncirculo de ABQ interseca BC otra vez en S y el circuncirculo de APC interseca BC otra vez en R. PR y QS se intersecan en L. Prueba que el punto de intersección de AL con BC no depende de la selección de P y Q.