



## XXII Olimpiada de Matemáticas, Yucatán 2008

### Tercera Tarea

Entrenadores: *Tony, Cristian y Pasos*

Jueves 31 de julio del 2008



#### Problema 1.

Las cifras 1, 2, ..., 9 se escriben en el orden habitual en un arreglo de  $3 \times 3$  (es decir, en el primer renglón están, de izquierda a derecha, 1, 2 y 3, en el segundo renglón, 4, 5 y 6, etcétera). ¿Cuántos números  $N$  de 7 cifras, todas distintas de cero, tienen la propiedad de que cifras consecutivas en el desarrollo decimal de  $N$  son distintas y comparten renglón o columna en el arreglo? (Por ejemplo,  $N = 7125474$  tiene la propiedad, pero  $N = 3998541$  y  $N = 5634782$  no la tienen.)

#### Problema 2.

Sea  $n$  un número de 5 dígitos, cuyo primer dígito no es 0 y sea  $m$  el número de 4 dígitos que se forma al borrar el dígito de en medio de  $n$ , determina todos los  $n$  tales que  $\frac{n}{m}$  es entero.

#### Problema 3.

Sean  $a$  y  $b$  dos números reales distintos, prueba que existen enteros  $m$  y  $n$  tales que  $am + bn < 0$  y  $bm + an > 0$ .

#### Problema 4.

Sea  $ABC$  un triángulo isósceles con  $AB = AC$ , supón que la bisectriz del  $\angle B$  corta al lado  $AC$  en un punto  $D$  tal que  $BC = BD + AD$ , determine el  $\angle A$ .

*Escribe un contorno antes de empezar, donde "contorno" simplemente significa una sentencia o dos explicando cómo trabaja tu demostración. Por ejemplo, puedes escribir algo como esto: "La prueba será por inducción sobre  $n$ , el número de lados del polígono. Veremos que es cierto para un triángulo ( $n = 3$ ), el menor polígono y entonces induciremos sobre  $n$ . Para  $n$  mayor que 3, la prueba será dividida en dos casos, dependiendo si  $n$  es par o impar". Entonces escribe tu demostración en tres partes, idealmente con un pequeño título arriba de cada una, como "Caso  $n = 3$ ", "Caso  $n > 3$ ,  $n$  par", y finalmente, "Caso  $n > 3$ ,  $n$  impar".*

¡Ánimo Yucatecos!  
¡Si se puede!