



## XXII Olimpiada de Matemáticas, Yucatán 2008

### Cuarta Tarea

Entrenadores: *Tony, Cristian y Pasos*

Jueves 7 de Agosto del 2008



Problema 1.

Demuestra que si  $30|a + b + c$ , entonces  $30|a^5 + b^5 + c^5$ .

Problema 2.

En un congreso de 17 personas, cada persona discute 3 temas diferentes. Además, entre cualesquiera 2 personas, tienen al menos un tema en común; y entre cada pareja discuten solamente uno de dichos temas en común. Prueba que existen 3 personas tales que entre ellas discutieron el mismo tema.

Problema 3.

Sea  $ABC$  un triángulo y sean  $M$  y  $N$  puntos en los lados  $AB$  y  $BC$ , respectivamente tal que  $2 \frac{CN}{BC} = \frac{AM}{AB}$ . Sea  $P$  un punto en el lado  $AC$ , probar que  $MN \perp NP \leftrightarrow PN$  es bisectriz de  $\angle MPC$ .

Problema 4.

Sean  $a, b, c$  números reales tales que:

$$\begin{aligned}2ab - c^2 &= 4 \\ a + b - c &= 2\end{aligned}$$

Probar que  $a = b = c$ .

No gastes tiempo mirando solamente una hoja de papel en blanco. ¡Haz algo! Intenta encontrar un patrón, hacer una figura, trabajar algunos casos simples, intenta encontrar un problema relacionado más fácil y trabaja eso, cambia la notación, recuerda problemas similares, etcétera.

¡Ánimo Yucatecos!  
¡Si se puede!