

PREPARATION AUX OLYMPIADES MATHÉMATIQUES
Organisée par
L'ACADÉMIE DE VERSAILLES
L'UNIVERSITÉ PARIS-SUD
et l'OLYMPIADE FRANÇAISE DE MATHÉMATIQUES

=====

Samedi 17 Mars 2007

Santharoubane

1) (Olympiades Mathématiques Régionales, Canada 1999) Trouver le plus petit entier positif k tel que $14k + 17 = pd$ et $k - 9 = qd$ où $q \neq 1$ $d \neq 1$ avec p et q premiers entre eux.

Lo Jacomo

2) Soit $ABCD$ un carré de côté a . On trace à l'intérieur du carré les demi-cercles de diamètre CD et BD qui se coupent en O . Calculer la surface définie par la réunion des demi-cercles à laquelle on enlève leur intersection.

3) On trace un cercle $\mathcal{C}_1$ de centre A et de rayon R . Soit BC un diamètre. On trace les 2 cercles $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$ de diamètre AB et AC puis un cercle $\mathcal{C}_4$ de centre D tangent à $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3$ et enfin un cercle $\mathcal{C}_5$ de centre E tangent à $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_3, \mathcal{C}_4$. Montrer que $ADEF$ est un rectangle où F est le milieu de AC .

4) Soient D et D' deux droites non parallèles. On trace 5 cercles tangents 2 par 2 et tangents à ces droites. Le 1er cercle a pour rayon 12, le 5ème cercle a pour rayon 27. Calculer le rayon du 3ème cercle.

5) Soit ABC un triangle équilatéral et M un point quelconque à l'extérieur du triangle. Montrer que $AM \leq BM + CM$.

=====