IX Olimpíada Paraense de Matemática

Segunda Fase – Nível 1: 6º e 7º Anos (Sistema de 9 anos) ou 5ª e 6ª Séries (Sistema de 8 anos)

18/10/2008

Instruções:

- Não resolva mais de uma questão por folha de almaço. Escreva seu nome em cada folha que usar.
- É proibido o uso de calculadora ou computador. É permitido o uso de régua, esquadro ou compasso.
- Tudo que você escrever deve ser justificado.
- Todas as questões têm o mesmo valor: 10 pontos.
- Duração da prova: 4 horas.
- Os nomes dos premiados (em ordem alfabética) serão divulgados até o dia 8 de novembro de 2008 no site oficial da olimpíada paraense de matemática: www.geocities.com/olimpmatpara e também na comunidade do orkut: "Olimpíada Paraense de Matemática"
- A cerimônia oficial de premiação será realizada dia 11 de novembro, às 19:00 h, no auditório do Colégio Ideal Batista Campos, em Belém. Somente nesta ocasião os alunos premiados descobrirão as medalhas conquistadas.

---

1) Em um campeonato de futebol cada equipe joga 19 partidas no total. Cada vez que ganha obtém 3 pontos, cada vez que empata obtém 1 ponto e cada vez que perde não ganha nenhum ponto Ao final do campeonato, a equipe Remossandu obteve um total de 28 pontos. Descrever todas as possibilidades das quantidades de partidas ganhas, empatadas e perdidas pela equipe.

2) Os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 são escritos um ao lado do outro, em alguma ordem, de modo a formar um número de 9 dígitos. Considere todos os ternos de três dígitos consecutivos e somemos todos estes 7 números de 3 dígitos. Por exemplo, caso o número escrito fosse 813572694, então a soma de todos os termos de três dígitos consecutivos seria igual a:

$$813 + 135 + 357 + 572 + 726 + 269 + 694 = 3566$$

Descreva uma maneira de escrever os nove números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 um ao lado do outro de modo que a soma dos ternos de três dígitos consecutivos apresente o maior valor possível. Justifique sua resposta.

3) Um quadrado, um triângulo isósceles e um retângulo têm perímetros iguais. Os três perímetros somam 144 m. No retângulo o maior lado é o triplo do menor lado. O lado desigual do triângulo mede o mesmo que o menor lado do retângulo. Quanto mede cada um dos lados de cada figura?

4) Miguel sobe uma escada de um em um degrau. Daniel desce a mesma escada de dois em dois degraus. Daniel desce dois degraus no mesmo tempo em que Miguel sobe um. Quando Miguel já havia subido 11 degraus, Daniel começou a descer a escada. Quando Daniel terminou de descer, faltava Miguel subir 8 degraus. Quantos degraus têm a escada?

5) Luís vai participar da Olimpíada Paraense de Matemática e, como pretende ter uma boa classificação, elaborou o seguinte plano de preparação: nos primeiros dois dias resolver alguns exercícios e em cada um dos restantes dias resolver tantos exercícios quantos os resolvidos no total dos dois dias anteriores. Por exemplo, se Luís tivesse resolvido um exercício na segunda e dois na terça, então na quarta resolveria três exercícios, na quinta teria resolvido cinco exercícios e assim por diante, sempre somando os valores dos dois dias anteriores. Sabendo que o Luís cumpriu este plano de segunda a sábado e resolveu 16 exercícios no sábado, quantos resolveu em cada um dos restantes dias?

Apoio:

FTD DETRAN-PA DIÁRIO DO PARÁ

IX Olimpíada Paraense de Matemática

Segunda Fase – Nível 2: 8º e 9º Anos (Sistema de 9 anos) ou 7ª e 8ª Séries (Sistema de 8 anos)

18/10/2008

Instruções:

- Não resolva mais de uma questão por folha de almaço. Escreva seu nome em cada folha que usar.
- É proibido o uso de calculadora ou computador. É permitido o uso de régua, esquadro ou compasso.
- Tudo que você escrever deve ser justificado.
- Todas as questões têm o mesmo valor: 10 pontos.
- Duração da prova: 4 horas.
- Os nomes dos premiados (em ordem alfabética) serão divulgados até o dia 8 de novembro de 2008 no site oficial da olimpíada paraense de matemática: www.geocities.com/olimpmatpara e também na comunidade do orkut: "Olimpíada Paraense de Matemática"
- A cerimônia oficial de premiação será realizada dia 11 de novembro, às 19:00 h, no auditório do Colégio Ideal Batista Campos, em Belém. Somente nesta ocasião os alunos premiados descobrirão as medalhas conquistadas.

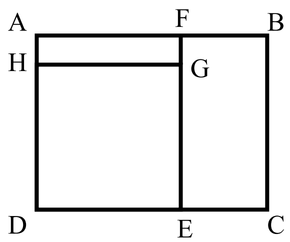
---

1) Os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 são escritos um ao lado do outro, em alguma ordem, de modo a formar um número de 9 dígitos. Considere todos os ternos de três dígitos consecutivos e somemos todos estes 7 números de 3 dígitos. Por exemplo, caso o número escrito fosse 813572694, então a soma de todos os termos de três dígitos consecutivos seria igual a:

$$813 + 135 + 357 + 572 + 726 + 269 + 694 = 3566$$

Descreva uma maneira de escrever os nove números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 um ao lado do outro de modo que a soma dos ternos de três dígitos consecutivos apresente o maior valor possível. Justifique sua resposta.

2) Na figura ao lado, ABCD é um retângulo, AFGH é um retângulo e DEGH é um quadrado. Sabe-se que o perímetro de AFGH vale 8 cm. Sabe-se também que a área de ABCD supera em 11 cm^2 a área do quadrado DEGH e que a área do quadrado DEGH é 1 cm^2 maior que a área do retângulo ECBF. Calcule a área do quadrado DEGH.



3) Miguel sobe uma escada de um em um degrau. Daniel desce a mesma escada de dois em dois degraus. Daniel desce dois degraus no mesmo tempo em que Miguel sobe um. Quando Miguel já havia subido 11 degraus, Daniel começou a descer a escada. Quando Daniel terminou de descer, faltava Miguel subir 8 degraus. Quantos degraus têm a escada?

4) Quantos números inteiros positivos de 4 dígitos são tais que a soma dos dois últimos dígitos e o número formado pelos dois primeiros é igual ao número formado pelos dois últimos? (Por exemplo, um número que cumpre essas condições é 6370, pois 7 + 0 + 63 = 70)

5) Dois irmãos escrevem as suas idades, uma a seguir à outra, e obtêm um número com 4 algarismos que é exatamente o quadrado da idade do seu pai. Nove anos mais tarde voltam a escrever as suas idades, pela mesma ordem, obtendo novamente um número com 4 algarismos que é o quadrado da idade do seu pai. Qual era a idade dos irmãos na primeira situação?

IX Olimpíada Paraense de Matemática

Segunda Fase – Nível 3 (Ensino Médio)

18/10/2008

Instruções:

- Não resolva mais de uma questão por folha de almaço. Escreva seu nome em cada folha que usar.
- É proibido o uso de calculadora ou computador. É permitido o uso de régua, esquadro ou compasso.
- Tudo que você escrever deve ser justificado.
- Todas as questões têm o mesmo valor: 10 pontos.
- Duração da prova: 4 horas.
- Os nomes dos premiados (em ordem alfabética) serão divulgados até o dia 8 de novembro de 2008 no site oficial da olimpíada paraense de matemática: www.geocities.com/olimpmatpara e também na comunidade do orkut: "Olimpíada Paraense de Matemática"
- A cerimônia oficial de premiação será realizada dia 11 de novembro, às 19:00 h, no auditório do Colégio Ideal Batista Campos, em Belém. Somente nesta ocasião os alunos premiados descobrirão as medalhas conquistadas.

---

1) Quantos números inteiros positivos de 4 dígitos são tais que a soma dos dois últimos dígitos e o número formado pelos dois primeiros é igual ao número formado pelos dois últimos? (Por exemplo, um número que cumpre essas condições é 6370, pois 7 + 0 + 63 = 70)

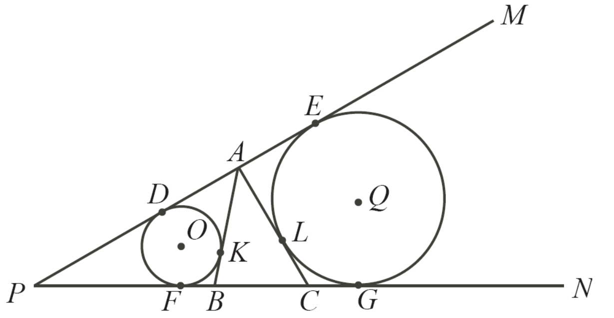
2) Dois irmãos escrevem as suas idades, uma a seguir à outra, e obtêm um número com 4 algarismos que é exatamente o quadrado da idade do seu pai. Nove anos mais tarde voltam a escrever as suas idades, pela mesma ordem, obtendo novamente um número com 4 algarismos que é o quadrado da idade do seu pai. Qual era a idade dos irmãos na primeira situação?

3) Suponha que x, y e z são números tais que $x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$.

Mostre que $\frac{x^6 + y^6 + z^6}{x^3 + y^3 + z^3} = x.y.z$.

4) a) Cada * na expressão 1 * 2 * 3 * ... * 2009 representa um sinal de soma (+) ou subtração (–). Você é convidado a fazer estas 2008 substituições. Determine o menor valor não negativo que é possível alcançar.
b) Cada * na expressão $1^2 * 2^2 * 3^2 * \ldots * 2009^2$ representa um sinal de soma (+) ou subtração (–). Você é convidado a fazer estas 2008 substituições. Determine o menor valor não negativo que é possível alcançar.

5) Um triângulo ABC possui sua base no segmento PN e o vértice A na reta PM. Círculos com centros em O e Q, possuindo raios r_1 e r_2, respectivamente, são tangentes a PM, PN e externamente ao triângulo ABC.



a) Prove que a reta KL divide o triângulo ABC em duas figuras de mesmo perímetro.
b) Seja T o ponto de contato de BC com o círculo inscrito no triângulo ABC. Prove que $TC.r_1 + TB.r_2$ é igual a área de ABC.

Apoio:

FTD

DETRAN-PA

DIÁRIO DO PARÁ