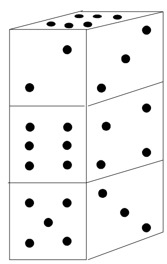
(OBM-1997) Quatro carros, de cores amarelo, verde, azul e preto, estão em fila. Sabe-se que o carro que está imediatamente antes do carro azul é menor do que o que está imediatamente depois do carro azul; que o carro verde é o menor de todos; que o carro verde está depois do carro azul e que o carro amarelo está depois do preto. O primeiro carro da fila: A) é amarelo; B) é azul; C) é preto; D) é verde; E) não pode ser determinado apenas com esses dados.
Obs: O primeiro da fila é o que vem antes de todos os outros.

(OBM-1997) 64 jogadores de habilidades diferentes disputam um torneio de tênis. Na primeira rodada são feitos 32 jogos (os emparelhamentos são por sorteio) e os perdedores são eliminados. Na segunda rodada são feitos 16 jogos, os perdedores são eliminados e assim por diante. Se os emparalhamentos são feitos por sorteio e não há surpresas (se A é melhor que B, A vence B), qual o número máximo de jogos que o décimo melhor jogador consegue jogar? A) 2; B) 3; C) 4; D) 5; E) 6

(OBM-1997) Em uma urna há 28 bolas azuis, 20 bolas verdes, 12 bolas amarelas, 10 bolas pretas e 8 bolas brancas. Qual é o número mínimo de bolas que devemos sacar dessa urna para termos certeza que sacaremos pelo menos 15 bolas da mesma cor? A) 58; B) 59; C) 60; D) 71; E) 72

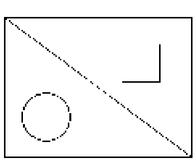


(OBM-1997) A figura ao lado mostra três dados iguais. O número da face que é a base inferior da coluna de dados: A) é 1; B) é 2; C) é 4; D) é 6; E) pode ser 1 ou 4

(OBM-1998) Um menino joga três dados e soma os números que aparecem nas faces voltadas para cima. O número dos diferentes resultados dessa adição é: A)12; B) 18; C) 216; D) 16; E) 15

(OBM-1998) Pedro e Maria formam um estranho casal. Pedro mente às quartas, quintas e sextas -feiras, dizendo a verdade no resto da semana. Maria mente aos domingos, segundas e terças -feiras, dizendo a verdade no resto da semana. Certo dia, ambos dizem: "Amanhã é dia de mentir". O dia em que foi feita essa afirmação era: A) segunda -feira; B) terça-feira; C) sexta-feira; D) sábado; E) domingo

(OBM-1998) No planeta Z todos os habitantes possuem 3 pernas e cada carro possui 5 rodas. Em uma pequena cidade desse planeta, existem ao todo 97 pernas e rodas. Então podemos afirmar: A) É possível que existam 19 carros nessa cidade; B) Existem no máximo 16 carros nessa cidade; C) Essa cidade tem 9 habitantes e 14 carros; D) Essa cidade possui no máximo 17 carros; E) Nessa cidade existem mais carros do que pessoas



(OBM-1998) Você vai pintar a bandeira abaixo utilizando 4 cores: azul, verde, amarelo e vermelho, uma em cada região. Se o vermelho e o amarelo não podem ficar juntos, de quantas maneiras pode ser pintada a bandeira? A) 12; B) 4; C) 18; D) 20; E) 16

(OBM-1998) Passarinhos brincam em volta de uma velha árvore. Se dois passarinhos pousam em cada galho, um passarinho fi ca voando. Se todos os passarinhos pousam, com três em um mesmo galho, um galho fica vazio. Quantos são os passarinhos? A) 6; B) 9; C) 10; D) 12; E) 15

(OBM-1999) Em um hotel há 100 pessoas. 30 comem porco, 60 comem galinha e 80 comem alface. Qual é o maior número possível de pessoas que não comem nenhum desses dois tipos de carne? A) 10; B) 20; C) 30; D) 40; E) 50

(OBM-1999) Uma caixa contém 100 bolas de cores distintas. Destas, 30 são vermelhas, 30 são verdes, 30 são azuis e entre as 10 restantes, algumas são brancas e outras são pretas. O menor número de bolas que devemos tirar da caixa, sem lhes ver a cor, para termos a certeza de haver *pelo menos* 10 bolas da mesma cor é: A) 31; B) 33; C) 35; D) 37; E) 38

(Rio Grande do Norte-2000) Num torneio de tênis com 100 jogadores, toda partida tem um vencedor, eliminando-se o perdedor. Quantas partidas serão jogadas até surgir um campeão?

(Rio de Janeiro-2000) Dentro de uma caixa fechada, há uma bola branca e uma bola preta. Numa segunda caixa fechada, há duas bolas brancas, e numa terceira caixa fechada, há duas bolas pretas. Cada caixa possui uma etiqueta indicando o conteúdo da caixa, mas alguém misturou as três etiquetas de modo que todas as etiquetas estão erradas. Você seria capaz de escolher apenas uma das seis bolas de modo tal que, olhando sua cor, você possa dizer o conteúdo de cada uma das caixas?

(Rio de Janeiro -2000) Antônio e Paulo disputam um jogo, com as seguintes regras. Dois números naturais são escritos no quadro. Antônio calcula a diferença entre o maior e o menor desses dois números, e escreve o resultado no quadro. Em seguida, Paulo escolhe dois números que que já estejam no quadro e escreve no quadro a diferença entre o maior e o menor, desde que o resultado não repita um número que já esteja no quadro. Em seguida, Paulo e Antônio continuam a agir assim, ora um, ora outro. O jogo só pára quando um dos jogadores não tiver mais número para escrever, e então este jogador é o perdedor. Por exemplo, se os números iniciais forem 5 e 3, Antônio escreve 2, em seguida Paulo só pode escrever 1, e Antônio só pode escrever 4. Paulo então perde, pois não tem mais o que escrever. Agora, os números 57 e 75 estão escritos inicialmente no quadro, e Antônio começa o jogo. Pode-se garantir que um dos dois vai perder? Pode-se prever o número de jogadas em que o jogo vai terminar?

(Rio de Janeiro -2000) Duas pessoas jogam o seguinte jogo. Inicialmente, há duas pilhas de balas, uma com 21 e outra com 20 balas. O primeiro jogador escolhe uma das duas pilhas, come todas as balas desta pilha, e divide a outra pilha em duas (não necessariamente com o mesmo número de balas). Em seguida, o outro jogador segue o mesmo procedimento com as duas pilhas de balas que restam, e assim sucessivamente. O jogo acaba quando um jogador não consegue mais realizar este procedimento. A) Existe uma estratégia vencedora para o jogador que começa? ; B) Se em vez de 21 e 20, uma pilha contém inicialmente u balas e a outra, v balas, com $u > v > 1$, existe uma estratégia vencedora para o jogador que começa?

(São Paulo -2000) Numa festa, há 100 garotas e alguns garotos. Cada garota conhece exatamente 4 garotos e 11 garotos conhecem 5 garotas cada, 16 garotos conhecem 4 garotas cada, 25 garotos conhecem 3 garotas cada, e os demais conhecem 2 garotas cada. Quantos garotos há na festa?

(OBM-1997) A professora de Matemática propôs o seguinte problema para seus alunos: "Marquem 6 pontos sobre uma circunferência. Eu quero que vocês pintem o maior número de cordas determinadas por estes pontos, de modo que não existam quatro dos pontos sobre a circunferência determinado um quadrilátero com todos os lados e diagonais coloridos." A) *Edmilson* encontrou uma solução correta colorindo 12 cordas. Exiba uma maneira de como fazer isto; B) *Gustavo* Afirmou ter encontrado uma solução na qual pintara 13 cordas. Mostre que a solução de *Gustavo* não está correta.

(OBM-1997) João comprou um livro e reparou que ele tinha 200 páginas. Seu irmão mais novo arrancou ao acaso 25 folhas e somou os números das 50 páginas.
Explique porque o resultado desta soma não pode ser igual a 1998.
Atenção: cada folha tem duas páginas. A primeira folha tem as páginas 1 e 2, a segunda folha tem as páginas 3 e 4, e assim por diante.

(OBM-1997) Existem casas em volta de uma praça. João e Pedro dão uma volta na praça, caminhando no mesmo sentido e contando as casas. Como não começaram a contar da mesma casa, a 5ª. casa de João é a 12ª. de Pedro e a 5ª. casa de Pedro é a 30ª. de João. Quantas casas existem em volta da praça?

(OBM-1997) Pintam-se de preto todas as faces de um cubo de madeira cujas arestas medem 10 centímetros. Por cortes paralelos às faces, o cubo é dividido em 1000 cubos pequenos, cada um com arestas medindo 1 centímetro. Determine: A) o número de cubos que não possuem nenhuma face pintada de preto; B) o número de cubos que possuem uma única face pintada de preto; C) o número de cubos que possuem exatamente duas faces pintadas de preto; D) o número de cubos que possuem três faces pintadas de preto.

(OBM-1997) Pintam-se de preto todas as faces de um cubo de madeira cujas arestas medem n centímetros onde $n \geq 3$. Por cortes paralelos às faces, o cubo é dividido em n^3 cubos pequenos, cada um com arestas medindo 1 centímetro. Sabendo que o número total de cubos pequenos com exatamente uma face pintada de preto é igual ao número de cubos pequenos apresentando todas as faces sem pintura, determine o valor de n.

(OBM-1997) Seja $n \geq 1$ um inteiro. Temos n lâmpadas alinhadas e numeradas, da esquerda para a direita, de 1 a n. Cada lâmpada pode estar acesa ou apagada. A cada segundo, determina-se a lâmpada apagada de maior número e inverte-se o estado desta (de acesa para apagada ou de apagada para acesa) e das lâmpadas posteriores (as lâmpadas de maior número). A) Mostre que em algum momento todas as lâmpadas estarão acesas (e o processo se encerrará); B) Suponha que inicialmente todas as lâmpadas estejam apagadas. Determine depois de quantos segundos todas as lâmpadas estarão acesas; C) Suponha agora $n = 11$ e que no início somente as lâmpadas de números 6, 7 e 10 estejam acesas. Mostre que após exatamente 1997 segundos todas as lâmpadas estarão acesas.

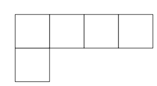
(OBM-1998) Existem 20 balas sobre uma mesa e duas crianças começam a comê-las, uma criança de cada vez. Em cada vez, cada criança deve comer pelo menos uma bala e está proibida de comer mais que a metade das balas que existem sobre a mesa. Nesta brincadeira, ganha a criança que deixar apenas uma bala sobre a mesa. Qual das duas crianças pode sempre ganhar na brincadeira: a primeira ou a segunda a jogar? Como deve fazer para ganhar?

(OBM-1998) Pintam-se de preto todas as faces de um cubo de madeira cujas arestas medem n centímetros onde $n \geq 3$. Por cortes paralelos às faces, o cubo é dividido em n^3 cubos pequenos, cada um com arestas medindo 1 centímetro. Sabendo que o número total de cubos pequenos com exatamente uma face pintada de preto é igual ao número de cubos pequenos apresentando todas as faces sem pintura, determine o valor de n.

(OBM-1998) Cinco cartões numerados com 3, 4, 5, 6 e 7, respectivamente, são colocados em uma caixa. Os cartões são retirados da caixa, um de cada vez e colocados sobre a mesa. Se o número de um cartão retirado é menor do que o número do cartão imediatamente anterior, então este cartão imediatamente anterior é colocado de volta na caixa. O procedimento continua até que todos os cartões estejam sobre a mesa. Qual é o número máximo de vezes que retiramos cartões da caixa?

(OBM-1999) Num quadro-negro são escritos três inteiros. Começa-se, então, uma sequência de movimentos onde, em cada passo, apaga-se um deles e escreve-se em seu lugar a soma dos outros dois diminuída de uma unidade. Após vários movimentos, estão escritos no quadro os números 17, 75 e 91. É possível que no início estejam escritos no quadro: A) 2, 2, 2; B) 3, 3, 3

(OBM-1999) Encontre o menor tabuleiro quadrado que pode ser ladrilhado usando peças com o seguinte formato:



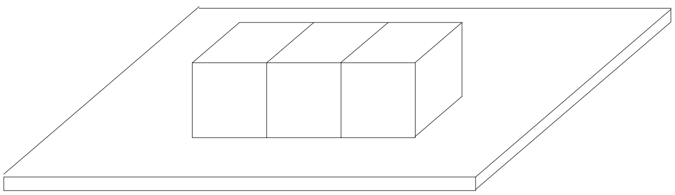
(OBM-1999) Determine todos os inteiros positivos n para os quais é possível montarmos um retângulo 9×10 usando peças $1 \times n$.

(OBM-2000) Pintamos de vermelho ou azul 100 pontos em uma reta. Se dois pontos vizinhos são vermelhos, pintamos o segmento que os une de vermelho. Se dois pontos vizinhos são azuis, pintamos o segmento de azul. Finalmente, se dois pontos vizinhos têm cores distintas, pintamos o segmento de verde. Feito isto, existem exatamente 20 segmentos verdes. O ponto na ponta esquerda é vermelho. É possível determinar com estes dados a cor do ponto na ponta direita? Em caso afirmativo, qual a cor deste ponto?

(OBM-2000) Pintamos de vermelho ou azul 100 pontos em uma reta. Se dois pontos vizinhos são vermelhos, pintamos o segmento que os une de vermelho. Se dois pontos vizinhos são azuis, pintamos o segmento de azul. Finalmente, se dois pontos vizinhos têm cores distintas, pintamos o segmento de verde. Feito isto, existem exatamente 20 segmentos verdes.

O ponto na ponta esquerda é vermelho. É possível determinar com estes dados a cor do ponto na ponta direita? Em caso afirmativo, qual a cor deste ponto?

(OBM-2000) Paulo tem três dados comuns idênticos nos quais a soma dos números em duas faces opostas é sempre igual a 7. Ele cola os dados, de modo que cada par de faces coladas tenha o mesmo número, e depois os coloca sobre uma mesa não transparente, conforme indica a figura . A soma dos números em todas as onze faces visíveis é 36. Qual é a soma dos números das três faces que estão em contato com a mesa?



(OBM-2000) Isabel tem dois baralhos, cada um com 50 cartas. Em cada um dos baralhos estão escritos os números de 1 a 100 (em cada carta estão escritos dois números, um em cada face da carta). Por um defeito de fabricação, a distribuição dos números nas cartas não é a mesma nos dois baralhos (por exemplo, em um dos baralhos o 1 aparece na mesma carta do 2; no outro, o 1 aparece com o 76). Mostre como Isabel deve fazer para que, ao colocar as 100 cartas sobre uma mesa, as faces voltadas para cima mostrem todos os números de 1 a 100.

(OBM-2000) Para efetuar um sorteio entre os n alunos de uma escola ($n > 1$) se adota o seguinte procedimento. Os alunos são colocados em roda e inicia-se uma contagem da forma "um, DOIS, um, DOIS,...". Cada vez que se diz DOIS o aluno correspondente é eliminado e sai da roda. A contagem prossegue até que sobre um único aluno, que é o escolhido. A) Para que valores de n o aluno escolhido é aquele por quem começou o sorteio?; B) Se há 192 alunos na roda inicial, qual é a posição na roda do aluno escolhido?

(Conesul-1991) Duas pessoas A e B jogam o seguinte jogo. A começa escolhendo um número natural e a partir daí, cada jogador em seu turno diz um número de acordo com a regra: I) se o último número dito é ímpar, o jogador soma sete (7) ao resultado; II) se o número é par, o jogador o divide por 2. Ganha o jogador que repetir o número escolhido inicialmente. Encontrar todos os números iniciais para que A seja o vencedor. Justifique.

(Conesul-1992) Tem-se um tabuleiro m x n. Inicialmente, se escrevem números inteiros não negativos em cada casa. É permitido fazer a operação: em qualquer par de casas com um lado comum se pode somar um número (possivelmente negativo), sempre que o resultado de ambos é ainda não negativo. Que condições iniciais devem satisfazer os números de forma que se possa zerar todas as casas do tabuleiro?

(Conesul-1993) Em uma mesa estão algumas pilhas de discos, um movimento consiste em escolher uma dessas pilhas, descartar um dos discos, e dividi-la em duas outras pilhas não vazias, não necessariamente iguais. Inicialmente existe uma pilha de 1000 discos. É possível se obter pilhas somente com 3 discos cada?