

Olimpíada Regional de Matemática – 2002

Região da Grande Porto Alegre

Segunda Fase — Nível 1

Problema 1

A placa do carro da família Volkart é formada por **três** letras e **quatro** algarismos, como mostra a figura abaixo (A , B , C e D são os algarismos):

RS – PORTO ALEGRE

IDQ ABCD

Ingrid e Mateus, filhos do Sr. e da Sra. Volkart, observando os algarismos, constataram as seguintes igualdades:

$$A \times D = B$$

$$D \times D = A$$

$$A + B = C \times D$$

$$A + B + C + D = 20$$

Qual é o número da placa do carro dessa família?

Problema 2

Na Terra dos Duendes, onde todos os habitantes são duendes, existem **onze** casas dispostas em círculo. A distribuição dos duendes nas casas satisfaz as seguintes condições:

- a quantidade de habitantes de cada casa é sempre *maior ou igual* a 3 e *menor ou igual* a 12;
- a quantidade de habitantes de **três** casas consecutivas *quaisquer* é sempre igual a 18.

Froda Scorza Floriani, uma duende famosa por ser muito brincalhona, disse a seus amigos, numa festa em sua terra: “*Em minha casa, moramos eu e mais sete duendes*”.

É possível que Froda tenha dito a verdade?

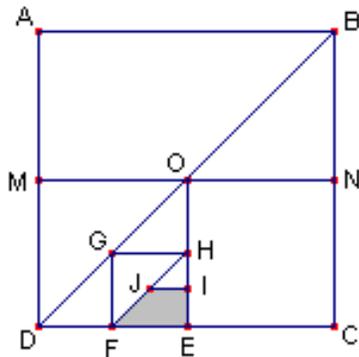
Problema 3

Numa urna há **vinte** cartões numerados de 1 a 20, cada cartão com um número diferente. Desejamos distribuí-los em n caixas (n pode ser 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ou 10) de modo que cada caixa contenha a mesma quantidade de cartões e que a soma dos números dos cartões de cada caixa seja sempre a mesma.

Determine todos os possíveis valores de n , e para cada um deles, mostre uma possível distribuição dos cartões nas caixas.

Problema 4

No quadrado $ABCD$ abaixo, M e N são os pontos médios dos lados AD e BC que pertencem. A diagonal \overline{BD} intersecta o segmento \overline{MN} em O ; $DF = EF$, $EI = IH$ e $FJ = JH$ ($EFGH$ é um quadrado).



Que fração da área de $ABCD$ é ocupada pelo trapézio $FEIJ$?

Problema 5

O campeonato mundial de Fórmula 1 do planeta Vênus é disputado por 16 pilotos, em 8 corridas. A pontuação final de cada corrida é distribuída da seguinte maneira:

| Colocação | Número de pontos atribuídos |
|----------------------|-----------------------------|
| 1° | 10 |
| 2° | 6 |
| 3° | 4 |
| 4° | 3 |
| 5° | 2 |
| 6° | 1 |
| 7°, 8°, 9°, ..., 16° | 0 |

A classificação final de cada piloto é feita com base nos pontos que este acumulou durante o campeonato.

a. Qual a pontuação mínima que um piloto deve obter, na classificação final, para ser o campeão isolado no campeonato?

Hoje, 30/11/2002, terminou a temporada 2002 do campeonato Venu-siano de Fórmula 1. Na classificação final, os **dez** primeiros colocados obtiveram pontuações distintas (não há necessidade de que apenas **um** piloto tenha obtido a **décima** colocação).

b. Qual a pontuação mínima que o campeão da temporada 2002 pode ter obtido?