

Olimpíada Regional de Matemática da Grande Porto Alegre – 1998

Segunda Fase – Nível 3

1) Seja N um número inteiro. Mostre que existem dois inteiros X e Y que satisfazem $X^2 - Y^2 = N$ se e somente se N pode ser representado pelo produto de **dois** inteiros de mesma paridade (i.e., ambos pares ou ambos ímpares).

2) Se R é um número real, indica-se por $\{ R \}$ a parte fracionária de R . Por exemplo $\{ 2,78 \} = 0,78$ e $\{ 0,45 \} = 0,45$. Defina uma função F nos reais positivos por

$$F(x) = \{ x \} + \{ 1/x \}.$$

- (a) Encontrar um x que satisfaz $F(x) = 1$;
- (b) Encontrar infinitas soluções distintas para $F(x) = 1$.

3) Mostre que para todo N inteiro positivo, vale

$$(1 + 1/N)^N < 3.$$

4) Definimos uma função h , nos inteiros positivos, por $h(N) = 1 + 1/2 + \dots + 1/N$. Mostre que se $N \geq 2$ então

$$N + h(1) + h(2) + \dots + h(N-1) = N \cdot h(N).$$

5) De cada uma de **três** varetas de comprimento L quebra-se um pedaço. Calcule a probabilidade de que com esses **três** pedaços, seja possível se construir um triângulo.

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.