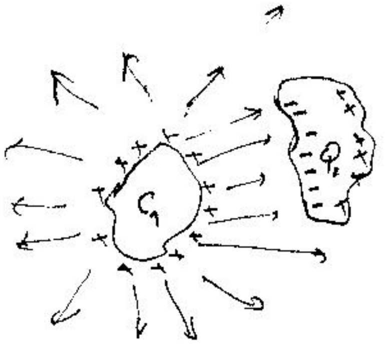
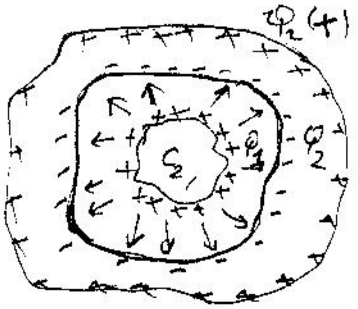
السنة الأولى LMD
مادة: الكهرباء والمغناطيسية phys 2

تصحيح السلسلة رقم 2

تمرين 1:



الشكل ① يمثل الحث الجزئي بحيث يصل جزء فقط من خطوط المجال الناتجة من C_1 إلى C_2 وبالتالي تظهر شحنة Q_2 على C_2 أقل من Q_1 وهي شحنة سالبة مقابلة لـ C_1 ومن أجل أن يبقى C_2 متعادلا كهربائيا تظهر شحنة Q_2 (نفس المقدار) ولكنها موجبة على الجهة الأخرى.

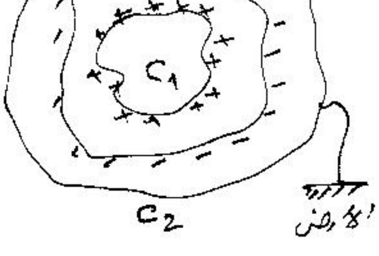


الشكل ② يمثل الحث الكلي بحيث تصل كل خطوط المجال الناتجة من C_1 إلى C_2 وبالتالي تظهر شحنة Q_2 على السطح الداخلي لـ C_2 مساوية لـ Q_1 (وهي شحنة سالبة) ولكي يبقى C_2 متعادلا كهربائيا تظهر نفس الشحنة Q_2 بإشارة موجبة على السطح الخارجي لـ C_2.

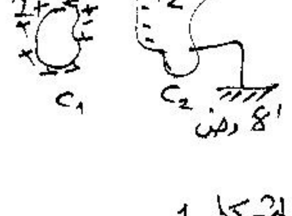
- حساب Q_2: في حالة الشكل ① تكون $Q_2 = CQ_1$ حيث C هو معامل الحث وفي هذه الحالة $C<1$ (حث جزئي).

في حالة الشكل ② $Q_2 = Q_1$ أي أن $C = 1$ (حث كلي)

في حال وصل C_2 بالأرض:



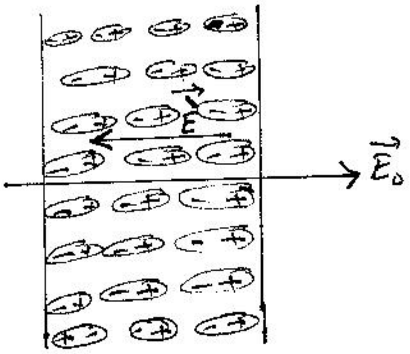
الشكل 2



الشكل 1

في هذه الحالة تختفي الشحنة Q_2 الخارجية ~~وكذلك~~ لأنها شحنة طليقة

أما الشحنة الأخرى السالبة والمقابلة لـ Q_1 فإنها تبقى لأنها شحنة مقيدة.



تمرين 2 : نتيجة وجود المجال الخارجي $\vec{E_0}$

يتم استقطاب الجزيئات المكونة للشريحة العازلة بحيث تكون الشحنة الموجبة إلى اليمين والسالبة إلى اليسار. الشحنات المقيدة الموجودة داخل العازل تلغي بعضها و تبقى فقط الشحنات السطحية (موجبة على السطح الأيمن وسالبة على السطح الأيسر). بحيث ينشأ مجال داخلي $\vec{E'}$ يعاكس المجال الخارجي $\vec{E_0}$.

نرمز بـ σ' لكثافة الشحن المتكثفة على السطح فيكون

$$\boxed{E'=\frac{\sigma'}{\varepsilon_0}}$$

المجال الكلي الناتج داخل الشريحة هو المجموع $\vec{E}=\vec{E_0}+\vec{E'}$

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}-\frac{\sigma'}{\varepsilon_0}=\frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma-\sigma') \quad \text{--- } (1)$$

المجال الكلي يضعف بمقدار (ε) مرة بحيث : $E=\frac{E_0}{\varepsilon}$ -- (2)

ويتضح أن الإزاحة الكهربائية لا تتغير لأن :

$$D=\varepsilon\varepsilon_0 E=\varepsilon\varepsilon_0\frac{E_0}{\varepsilon}=\varepsilon_0 E_0=D_0 \quad \text{-- } (3)$$

حساب σ' بدلالة σ و ε : من المعادلة (1) و (2) وعلى اعتبار أن $E_0=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

نستنتج

$$\boxed{\sigma'=\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\sigma}$$

حساب σ' في حالات خاصة :

- زجاج $\Leftarrow$ $\varepsilon=5$ $\Leftarrow$ $\sigma'=0,8\,\sigma$
- ماء في درجة 25° $\Leftarrow$ $\varepsilon=78$ $\Leftarrow$ $\sigma'=0,987\,\sigma$
- ورق $\Leftarrow$ $\varepsilon=3,5$ $\Leftarrow$ $\sigma'=0,71\,\sigma$
- هواء $\Leftarrow$ $\varepsilon=1,00059$ $\Leftarrow$ $\sigma'=0,00059\,\sigma\approx 0$
- بلاستيك $\Leftarrow$ $\varepsilon=20$ $\Leftarrow$ $\sigma'=0,95\,\sigma$

تمرين 3 : سعة المكثفة $C=\varepsilon\varepsilon_0\frac{S}{d}$ ، حيث S هي المساحة المشتركة بين اللبوسين و d هي المسافة بينهما

$$C=\frac{(3,5)(8,85.10^{-12}\,C^2N^{-1}m^{-2})(1\,m^2)}{5\cdot10^{-5}\,m}=6.19\cdot10^{-7}\,F$$

$$\boxed{C=0,619\,\mu F}$$

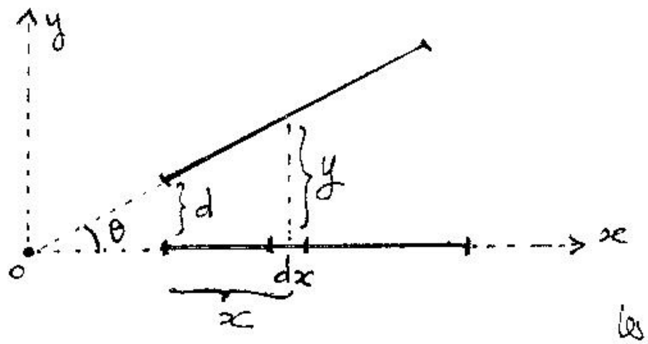
تمرين 4: نستعمل نفس العلاقة السابقة المستعملة في تمرين 3

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{d} = \frac{(8)(8.85\cdot10^{-12}C^2N^{-1}m^{-2})(10^{-4}m^2)}{10^{-8}m} = 7{,}08\cdot10^{-7}F$$

$$\boxed{C = 0{,}708\,\mu F}$$

إذا كان فرق الجهد الكهربائي $V=0{,}1V$ فإن الطاقة الكهربائية هي

$$E_p = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}(7{,}08\cdot10^{-7}F)(0{,}1)^2 = 3{,}54\cdot10^{-9}J$$



تمرين 5: نختار مساحة عنصرية عرضها dx وطولها a بحيث

$$dS = a\cdot dx$$

ينتج عنها سعة عنصرية مقدارها

$(\varepsilon=1)$ $\boxed{dC = \varepsilon_0 \frac{dS}{y}}$ ، y هي المسافة بين اللبوسين

بما أن اللبوسين مائلين فإننا نأخذ مسقط المساحة فقط $dS\cos\theta$

وبالتالي: $dC = \varepsilon_0\frac{dS\cos\theta}{\cancel{y}} \Rightarrow dC = \varepsilon_0 \frac{a\cos\theta\, dx}{y}$

واضح من الشكل أن $\frac{x}{y} = [tg\theta]^{-1} \Rightarrow \frac{1}{\cancel{x}} = \frac{tg\theta}{\cancel{y}}$ ومنه ~~dC = ε₀a~~

$y = x\,tg\theta \Rightarrow dC = \frac{\varepsilon_0 a\cos\theta}{tg\theta}\frac{dx}{x}$ ~~dC = ε₀ a cosθ~~

بالتكامل:

$$C = \frac{\varepsilon_0 a\cos\theta}{tg\theta}\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{x} \quad , \quad x_1 = \frac{d}{tg\theta} \ , \ x_2 = \frac{d}{tg\theta}+a$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 a\cos\theta}{tg\theta}\ln\frac{x_2}{x_1} = \frac{\varepsilon a\cos\theta}{tg\theta}\ln\left(1+\frac{a\,tg\theta}{d}\right)$$

عندما تكون θ صغيرة فإن $\sin\theta=\theta$ و $\cos\theta=1$ وبالتالي:

$$C = \frac{\varepsilon_0 a}{\theta}\ln\left(1+\frac{a\theta}{d}\right)$$

نضع $X = \frac{a\theta}{d}$ وننشر اللوغاريتم

$$\ln(1+X) = X - \frac{X^2}{2} \Rightarrow \boxed{C = \frac{\varepsilon_0 a^2}{d}\left(1-\frac{a\theta}{2d}\right)}$$

إذا كان اللبوسان متوازيين فإن $\theta=0$ وبالتالي $\boxed{C = \varepsilon_0\frac{a^2}{d}}$ أي $\boxed{C = \varepsilon\frac{S}{d}}$