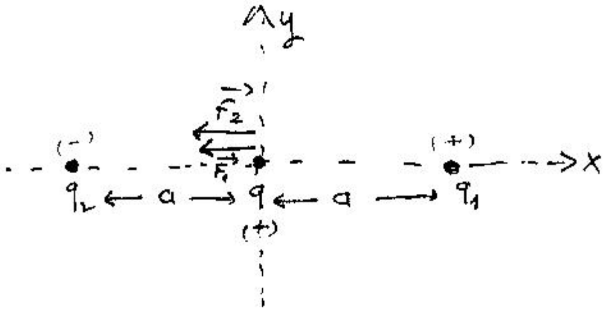
جامعة العربي بن مهيدي
قسم الفيزياء

LMD السنة الأولى (ل م د)
مادة: الكهرباء والكهرومغناطيسية

حل السلسلة رقم 1



تمرين 1 :

تتعرض الشحنة q (الموجبة) إلى قوتين $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$

$\vec{F_1}$ هي قوة تنافر ناتجة عن q_1 (الموجبة)

$\vec{F_2}$ " " تجاذب " " q_2 (السالبة)

$$F_1 = K\frac{q_1 q}{a^2} \quad , \quad F_2 = K\frac{q_2 q}{a^2} \quad \Rightarrow \quad F = F_1 + F_2 = \frac{Kq}{a^2}(q_1+q_2)$$

اتجاه القوة F يكون نحو اليسار أي بالاتجاه $(-\vec{i})$ حسب المعلم المقترح .

$$\boxed{\vec{F} = -\frac{Kq}{a^2}(q_1+q_2)\vec{i}}$$

ت . ع . $q_1 = q_2 = 2\cdot10^{-6}C$, $q = 10^{-6}C$, $a = 1cm$

$$\Rightarrow \quad \vec{F} = -360\,\vec{i} \Rightarrow \|\vec{F}\| = 360\,N$$

حساب قيمة ε_0 : لدينا : $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ ومنه $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi K}$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi\cdot9\cdot10^9} = 8.84\cdot10^{-12}\,\frac{C^2}{N\,m^2}$$

تمرين 2 : نستعمل الشكل السابق نفسه (مع نزع الشحنة q) ونحسب شدة المجال E في المنتصف فيكون هو مجموع مجالين $\vec{E_+}$ و $\vec{E_-}$

$\vec{E_+}$: ناتج عن الشحنة q_1 (الموجبة)

$\vec{E_-}$: " " " q_2 (السالبة)

$$E_+ = \frac{Kq_1}{a^2} \quad , \quad E_- = K\frac{q_2}{a^2} \quad \Rightarrow \quad E = E_+ + E_- = \frac{K}{a^2}(q_1+q_2)$$

اتجاه المجال E يكون نحو اليسار أي بالاتجاه $(-\vec{i})$ حسب المعلم المختار .

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{K}{a^2}(q_1+q_2)\vec{i}}$$

القوة الكهربائية هي $\vec{F} = q\vec{E}$ ⇐ $\vec{F} = -\frac{K}{a^2}(q_1+q_2)q\,\vec{i}$

وهي نفسها المحسوبة في تمرين 1

تمرين 3 : احداثيات منتصف المكعب هي $C\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

- حساب شدة المجال الكهربائي في المنتصف $\vec{E_c}$: هو مجموع المجالات الناتجة عن الشحنات الأربع الموضوعة في $o(0,0,0)$ و $g(1,1,0)$ و $b(0,1,1)$ و $e(1,0,1)$

$$\vec{E_c}=\vec{E_o}+\vec{E_g}+\vec{E_b}+\vec{E_e}$$

مركز المكعب (c) يبعد بمسافات متساوية عن رؤوس المكعب وبالتالي فإن :

$$|\vec{E}|=\frac{Kq}{r^2}=|\vec{E_o}|=|\vec{E_g}|=|\vec{E_b}|=|\vec{E_e}|=4\frac{Kq}{3}$$

لأن : $r=|\vec{oc}|=|\vec{gc}|=|\vec{bc}|=|\vec{ec}|=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\vec{E_o}=\frac{4Kq}{\sqrt{3}\,3}(\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}),\ \vec{E_g}=\frac{4Kq}{\sqrt{3}\,3}(-\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}),\ \vec{E_b}=\frac{4Kq}{\sqrt{3}\,3}(\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}),\ \vec{E_e}=\frac{4Kq}{\sqrt{3}\,3}(-\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})$$

$$\vec{E_c}=\vec{E_o}+\vec{E_g}+\vec{E_b}+\vec{E_e}=0$$

- حساب $\vec{E_c}$ في حالة إضافة ثلاث شحنات في النقاط a و d و h

$$\vec{E_a}=\frac{4Kq}{\sqrt{3}\,3}(\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}),\ \vec{E_d}=\frac{4Kq}{\sqrt{3}\,3}(\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}),\ \vec{E_h}=\frac{4Kq}{\sqrt{3}\,3}(-\vec{i}-\vec{j}-\vec{k})$$

$$\vec{E}=\vec{E_a}+\vec{E_d}+\vec{E_h}=\frac{4Kq}{\sqrt{3}\,3}(\vec{i}-\vec{j}-\vec{k})$$

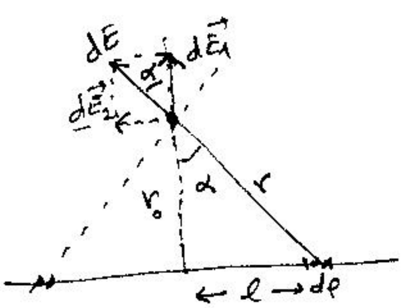
تمرين 4 : نقسم السلك المشحون إلى أجزاء عنصرية dl يحمل كل منها شحنة عنصرية dq بحيث : $dq=\lambda dl$ فيتكون مجالاً كهربائياً عنصرياً $d\vec{E}$ مقداره

$d\vec{E}=K\frac{dq}{r^2}\vec{u_r}$, $\vec{u_r}$ هو شعاع وحدة

يمكن أن نحلل $d\vec{E}$ إلى مركبتين، واحدة موازية للسلك والأخرى عمودية عليه. المركبات الموازية تلغي بعضها البعض نتيجة التناظر، أما المركبات العمودية فتجمع لتشكل المجال الكلي بحيث :

$dE_1=dE\cos\alpha \Rightarrow E=\int dE_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\lambda dl}{r^2}\cos\alpha$ المركبة العمودية

ومن الشكل نكتب :



$r_0=r\cos\alpha$ --- (1)

$l=r\sin\alpha$ --- (2)

$l^2+r_0^2=r^2$ --- (3)

من (3) نكتب :

$2l\,dl+0=2r\,dr \Rightarrow dl=\frac{r\,dr}{l}$

$dl=\frac{r\,dr}{r\sin\alpha}=\frac{dr}{\sin\alpha}$ ---- (4)

من ① نكتب : $dr_0 = dr\cos\alpha - r\sin\alpha\, d\alpha \Rightarrow dr = \frac{r\sin\alpha}{\cos\alpha}\, d\alpha$ ، $dr_0 = 0$

نعوض عن r بـ $\frac{r_0}{\cos^2\alpha}$ فنجد $\Rightarrow dr = \frac{r_0\sin\alpha}{\cos^2\alpha}\, d\alpha \;\ldots ⑤$

وأخيرا نعوض عن dr من ⑤ في عبارة dl الموضحة في المعادلة ④ فنجد

$$\boxed{dl = \frac{r_0}{\cos^2\alpha}\, d\alpha}$$

نعوض عن dl في عبارة E فنجد

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\alpha_{max}}^{+\alpha_{max}} \frac{\lambda}{r_0}\cos\alpha\, d\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\alpha_{max}}^{+\alpha_{max}} \frac{\lambda\cos\alpha}{r_0}\, d\alpha = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r_0}\sin\alpha_{max}$$

علما بأن $\alpha_1 = -\alpha_{max}$ و $\alpha_2 = +\alpha_{max}$

اتجاه E هو الاتجاه العمودي على السلك

* عندما يزداد السلك بشكل لا نهائي فإن ~~[illegible]~~ α_{max} تؤول إلى $\frac{\pi}{2}$ ومنه $\sin\frac{\pi}{2} = 1$ وبالتالي :

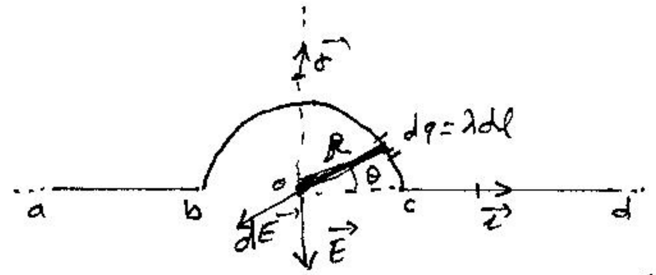
$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r_0}}$$

* عندما يتقلص طول السلك إلى حد يصبح عبارة عن نقطة، عند ذلك نعتبر أن الشحنة نقطية مقدارها Φ حيث : $\Phi = \lambda l_0$

$$\sin\alpha_{max} = \frac{\frac{l_0}{2}}{\sqrt{r_0^2 + \left(\frac{l_0}{2}\right)^2}} \Rightarrow E = \frac{\lambda l_0}{4\pi\varepsilon_0 r_0\sqrt{r_0^2 + \left(\frac{l_0}{2}\right)^2}}$$

عندما يتقلص طول السلك معنى ذلك أن $\alpha_{max} \to 0$ أي $l_0 \to 0$

وبالتالي : $E = \frac{\lambda l_0}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2} = \frac{\Phi}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2}$ وهو نفسه عبارة المجال الكهربائي في حالة الشحنة النقطية.



تمرين 5 : من خلال الشكل يتضح ان المجال الناتج عن السلك ab يلغي المجال الناتج عن السلك cd (التناظر) وبالتالي فان المجال في النقطة o يكون ناتجا عن نصف الدائرة فقط

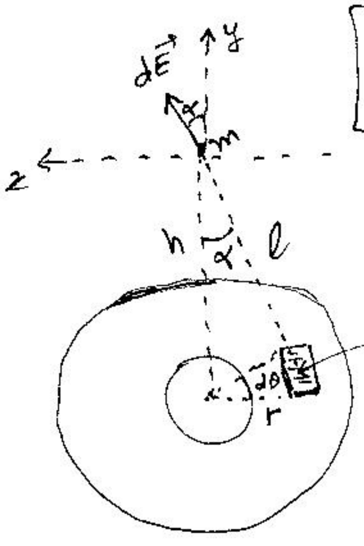
$$dl = R\,d\theta \Rightarrow dq = \lambda R\,d\theta \Rightarrow d\vec{E} = -\frac{K\,dq}{R^2}\vec{u}_\rho = -\frac{K\lambda \cancel{R}\,d\theta}{R^{\cancel{2}}}\vec{u}_\rho = \frac{-K\lambda\,d\theta}{R}\vec{u}_\rho$$

$$\vec{u}_\rho = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j} \Rightarrow d\vec{E} = -\frac{K\lambda}{R}\left(\cos\theta\,d\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,d\theta\,\vec{j}\right)$$

بالتكامل على θ من 0 الى π (نصف دائرة) نجد :

$$\vec{E} = \frac{-K\lambda}{R}\left[+\sin\theta\Big|_0^{\pi}\vec{i} + (-\cos\theta)\Big|_0^{\pi}\vec{j}\right] = \frac{-K\lambda}{R}\left[(0-0)\vec{i} + (+1+1)\vec{j}\right]$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{2K\lambda}{R}\left(-\vec{j}\right)} \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$$



تمرين 6 :

$dq = \sigma\,ds = \sigma\,r\,dr\,d\theta$

نختار سطحا عنصريا ds يحمل شحنة عنصرية dq تنشئ مجالا كهربائيا عنصريا $d\vec{E}$ في النقطة m ، حيث :

$$d\vec{E} = \frac{K\,dq}{l^2}\left[\cos\alpha\,\vec{j} + (\sin\alpha\,\vec{i})\cdot\sin\theta + (\sin\alpha\,\vec{k})\cos\theta\right]$$

$$\Rightarrow \vec{E} = K\sigma\iint\frac{r}{l^2}\left[\cos\alpha\,\vec{j}\,dr\,d\theta + (\sin\alpha\,\vec{i})\,dr\,d\theta\,\sin\theta + (\sin\alpha\,\vec{k})\cos\theta\,dr\,d\theta\right]$$

من الشكل :

$$l^2 = r^2 + h^2 \;;\; \cos\alpha = \frac{h}{l} = \frac{h}{\sqrt{r^2+h^2}} \;;\; \sin\alpha = \frac{r}{l} = \frac{r}{\sqrt{r^2+h^2}}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\iint\frac{r}{l^2}\left[\cos\alpha\,dr\,d\theta\,\vec{j} + (\sin\alpha\sin\theta\,dr\,d\theta)\vec{i} + (\sin\alpha\cos\theta\,dr\,d\theta)\vec{k}\right]$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\left[\int_{R_1}^{R_2}\frac{r}{l^2}\cos\alpha\,dr\int_0^{2\pi}d\theta\right]\vec{j} + \left[\int_{R_1}^{R_2}\sin\alpha\,dr\underbrace{\int_0^{2\pi}\sin\theta\,d\theta}_{0}\right]\vec{i} + \left[\int_{R_1}^{R_2}\sin\alpha\,dr\underbrace{\int_0^{2\pi}\cos\theta\,d\theta}_{0}\right]\vec{k}\right\}$$

نلاحظ أن الحدين الثاني والثالث منعدمان وبالتالي فان $\vec{E}$ سيكون بالاتجاه $\vec{j}$ فقط

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{r}{\ell^2}\cos\alpha\, dr\ \vec{j}$$

نعوض عن $\cos\alpha$ و ℓ^2 بالعبارات المناسبة بدلالة r (من خلال المثلث القائم)

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{r}{r^2+h^2}\cdot\frac{h}{\sqrt{r^2+h^2}}\,dr = \frac{\sigma h}{2\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{r}{(r^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}\,dr\ \vec{j}$$

بإجراء عملية تغيير المتحول بحيث نضع $z = r^2+h^2$ ومنه

$$dz = 2r\,dr \Rightarrow r\,dr = \frac{dz}{2}$$

فيصبح التكامل

$$\vec{E} = \frac{\sigma h}{4\varepsilon_0}\int_{z_1}^{z_2}\frac{dz}{z^{3/2}}\ \vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma h}{4\varepsilon_0}\left[-2\frac{1}{\sqrt{z}}\Big|_{z_1}^{z_2}\right] = \frac{\sigma h}{2\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{\sqrt{z}}\Big|_{z_1}^{z_2}\right)\vec{j}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma h}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{z_1}} - \frac{1}{\sqrt{z_2}}\right)\vec{j}$$

وأخيراً:

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\sigma h}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^2+h^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^2+h^2}}\right)\vec{j}}$$

الحالات الخاصة:

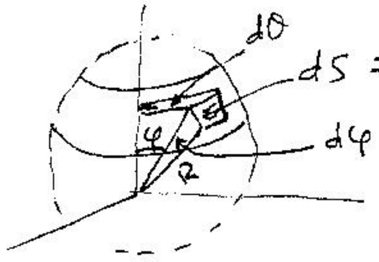
- إذا كان القرص مصمتاً ($R_1=0$) يكون $\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma h}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{\sqrt{R_2^2+h^2}}\right)\vec{j}}$

- إذا كان القرص مصمتاً ولانهائي ($R_1=0$ و $R_2\to\infty$) يكون:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\ \vec{j}}$$

- القرص لانهائي وبه فجوة نصف قطرها R_1 ($R_1\neq 0$, $R_2\to\infty$):

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma h}{2\varepsilon_0\sqrt{R_1^2+h^2}}\ \vec{j}}$$



$$dS = R^2 \sin\varphi \, d\varphi \, d\theta$$

تمرين 7 :

المجال الكهربائي ثابت في أية نقطة من سطح الكرة ولذلك نخرجه خارج التكامل

التدفق : $\Phi = \int \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int E \cdot ds = E\int ds = E\int R^2 \sin\varphi \, d\varphi \, d\theta$

$$\Phi = E \cdot R^2 \left[-\cos\varphi\right]_{\varphi_1}^{\varphi_2} 2\pi = 2\pi R^2 \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \left|\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2\right|$$

وأخيرا التدفق هو :

$$\boxed{\Phi = \frac{Q}{2\varepsilon_0}\left|\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2\right|}$$

حالات خاصة :

- حالة نصف كرة ($\varphi_1 = 0$ ، $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$) $\Leftarrow$ $\boxed{\Phi = \frac{Q}{2\varepsilon_0}}$
- حالة الكرة ($\varphi_1 = 0$ ، $\varphi_2 = \pi$) $\Leftarrow$ $\boxed{\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}}$

* هذه الحالة الأخيرة هي نظرية غوس (Gauss) .

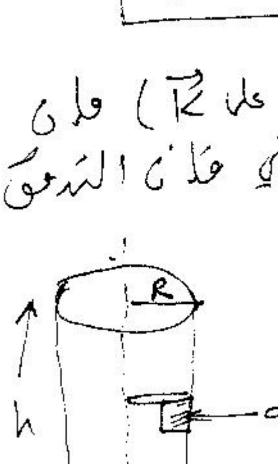
تمرين 8 :

① العلاقة بين الإحداثيات المركزية والأسطوانية (أو القطبية) هي

$x = \rho\cos\theta$, $y = \rho\sin\theta \Rightarrow x^2 + y^2 = \rho^2$ ، $\vec{u_\rho} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j}$

ومنه فإن عبارة المجال $\vec{E} = \frac{K(x\vec{i} + y\vec{j})}{x^2+y^2}$ تصبح $\boxed{\vec{E} = \frac{K}{\rho}\vec{u_\rho}}$

② حساب التدفق : بما أن المجال بالاتجاه $\vec{u_\rho}$ (ليس له مركبة على $\vec{K}$) فإن التدفق عبر قاعدتي الأسطوانة معدوم وبالتالي فإن التدفق يكون عبر السطح الجانبي فقط .



$ds = R\,d\theta \cdot dz$

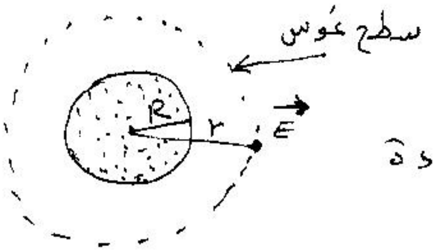
$$\left.\begin{array}{l} R = \rho \\ ds = R\,d\theta \cdot dz \end{array}\right\} \Rightarrow \Phi = \int E\,ds = \int \frac{K}{\cancel{R}}\cancel{R}\,d\theta\,dz$$

$$\Phi = K\,2\pi \cdot h$$

عبارة المجال أعلاه تمثل المجال الناتج عن سلك لانهائي مشحون وينطبق على محور الأسطوانة $K = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}$ وبالتالي $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$

ومنه التدفق هو $\Phi = \frac{h\lambda}{\varepsilon_0}$ و $h\lambda$ تمثل الشحنة الكلية وبالتالي $\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ وهي نظرية غوس

تمرين 9 : نختار سطح غوس عبارة عن كرة



نصف قطرها r وبالتالي فإن الشحنة الموجودة

داخل سطح غوس هي $Q = \rho_0 \underbrace{\frac{4}{3}\pi R^3}_{V}$

V هو حجم الكرة المشحونة.

بتطبيق نظرية غوس بحيث، $\Phi = \int E.ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ نجد أن

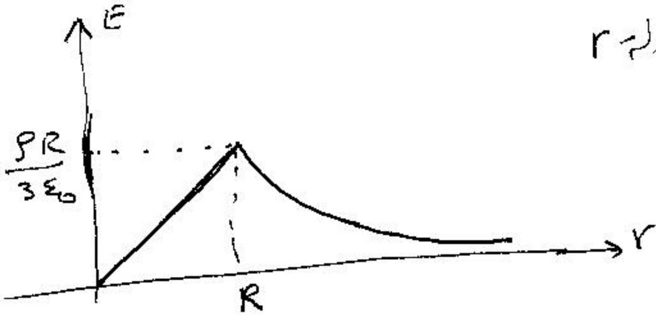
$\Phi = E \cdot S = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ حيث $S = 4\pi r^2$ (مساحة سطح الكرة لغوس)

$$\Rightarrow \quad E = \frac{Q}{S \cdot \varepsilon_0} = \frac{\rho_0 \frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi r^2 \varepsilon_0} = \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r^2} \quad \dots (1)$$

الحالة الثانية : إذا كانت $r < R$ فإن $Q = \rho_0 \frac{4}{3}\pi r^3$ و $S = 4\pi r^2$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{Q}{S \cdot \varepsilon_0} = \frac{\rho_0 \frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2 \varepsilon_0} = \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0} r \quad \dots (2)$$

من خلال (1) و(2) يمكن أن نرسم E بدلالة r

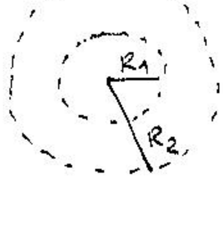


المجال الكهربائي ~~يتغير~~ يزداد خطيا داخل الكرة

وينقص حسب $\frac{1}{r^2}$ خارجها.

تمرين 10 : نختار سطح غوس على شكل كرة نصف قطرها r

الحالة 1 : $0 \leq r < R_1$:



$\int E_I . ds = \frac{q_I}{\varepsilon_0}$ (نظرية غوس)

$E_I \cdot S = \frac{q_I}{\varepsilon_0} = \frac{q}{S \cdot \varepsilon_0}$ و $S = 4\pi r^2$ و $q_I = \rho_0 V$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\boxed{E_I = \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0} r}$$

الحالة الثانية : $R_1 < r < R_2$:

$\int E_{II} ds = \frac{q_{II}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_{II} \cdot S = \frac{q_{II}}{\varepsilon_0}$, $S = 4\pi r^2$, $q_{II} = \int_0^{R_1} \rho_0 dV + \int_{R_1}^{r} \frac{\alpha}{r} dV$

$$q_{II} = \frac{4}{3}\pi R_1^3 \cdot \rho_0 + \alpha \int_{R_1}^{r} \frac{r^2 \sin\varphi \, d\varphi \, d\theta \, dr}{r}$$

$$q_{II} = \frac{4}{3}\pi\rho_0 R_1^3 + \frac{4\pi\alpha}{2}\left(r^2 - R_1^2\right)$$

بالتعويض في عبارة E_{II} نجد

$$E_{II} = \frac{1}{4\pi r^2}\left(\frac{4\pi}{3}\rho_0 R_1^3 + 2\pi\alpha\left(r^2 - R_1^2\right)\right)\frac{1}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E_{II} = \frac{\rho_0 R_1^3}{3\varepsilon_0 r^2} + \frac{\alpha}{2\varepsilon_0} - \frac{\alpha R_1^2}{2\varepsilon_0 r^2}}$$

الحالة الثالثة $r > R_2$:

$$\oint E_{III} \cdot ds = \frac{q_{III}}{\varepsilon_0},$$

$$q_{III} = \int_0^{R_1} \rho_0 \, dv + \int_{R_1}^{R_2} \frac{\alpha}{r} dv = \frac{4}{3}\pi R_1^3 \rho_0 + 4\pi\alpha \int_{R_1}^{R_2} r\,dr = \frac{4\pi\rho_0 R_1^3}{3} + 2\pi\alpha\left(R_2^2 - R_1^2\right)$$

$$E_{III}\, 4\pi r^2 = \frac{q_{III}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q_{III}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_{III} = \frac{\rho_0 R_1^3}{3\varepsilon_0 r^2} + \frac{\alpha R_2^2}{2\varepsilon_0 r^2} - \frac{\alpha R_1^2}{2\varepsilon_0 r^2}}$$

حساب الجهد :

بما أن $\vec{E} = -\vec{grad}\, V$ فإن

$$\boxed{-\int E \cdot dr = V}$$

الحالة 1 $0 \le r < R_1$:

$$V_I = -\int E_I(r)\, dr$$

C_I ثابت يُحسب من شرط استمرارية الجهد

$$\boxed{V_I = -\frac{\rho_0}{6\varepsilon_0} r^2 + C_I}$$

الحالة 2 $R_1 < r < R_2$:

$$\boxed{V_{II} = -\int E_{II}(r)\, dr = \frac{\rho_0 R_1^3}{3\varepsilon_0 r} - \frac{\alpha}{2\varepsilon_0} r - \frac{\alpha R_1^2}{2\varepsilon_0 r} + C_{II}}$$

C_{II} ثابت يُحسب من شرط استمرارية الجهد

الحالة 3 $r > R_2$:

$$\boxed{V_{III} = -\int E_{III}(r)\, dr = \frac{\rho_0 R_1^3}{3\varepsilon_0 r} + \frac{\alpha R_2^2}{2\varepsilon_0 r} - \frac{\alpha R_1^2}{2\varepsilon_0 r} + C_{III}}$$

C_{III} ثابت يحسب من شرط استمرارية الجهد.

حساب الثوابت C_I و C_{II} و C_{III} :

$$V_{III} \underset{r\to\infty}{\longrightarrow} 0 \Rightarrow \boxed{C_{III} = 0}$$

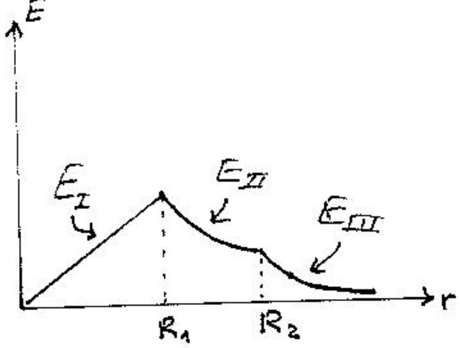
$$V_I = V_{II}\,(r = R_1) \quad , \quad V_{II} = V_{III}\,(r = R_2)$$

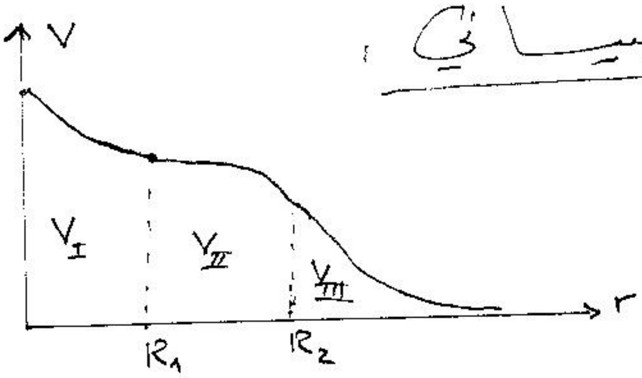
ومنه نجد قيمتي C_{II} و C_I :

$$\boxed{C_I = \frac{\rho_0 R_1^2}{2\varepsilon_0} + \frac{\alpha}{\varepsilon_0}(R_2 - R_1)}$$

$$\boxed{C_{II} = \frac{\alpha R_2}{\varepsilon_0}}$$

الرسم البياني :



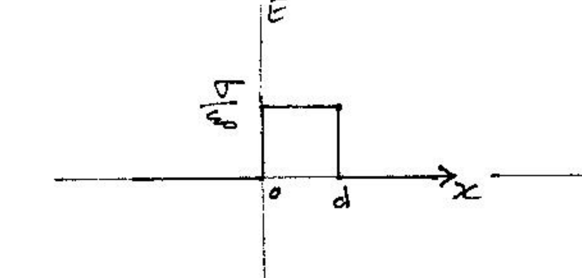


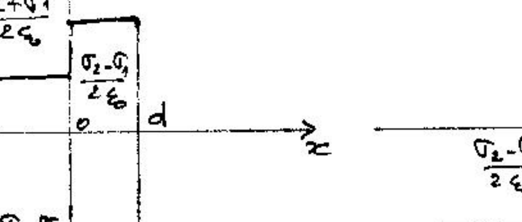
تمرين 11 :

من خلال نتيجة التمرين 6 (عندما يكون القرص مصمتا ولانهائيا) فإن المستوي أو الصفيحة اللانهائية تولد حقلا كهربائيا مقداره :

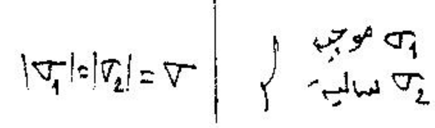
$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

الحالة 1 : الصفيحتان لهما نفس σ ونفس الإشارة (+)

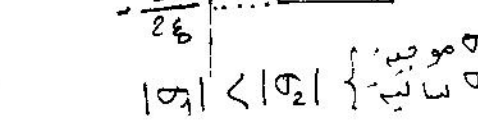




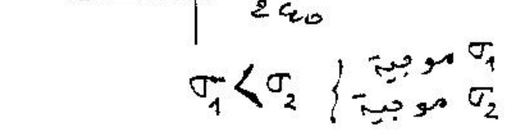
وبنفس الطريقة نجد الحالات الأخرى:



$|\sigma_1| = |\sigma_2| = \sigma$ } σ_1 موجب ، σ_2 سالبة



$|\sigma_1| < |\sigma_2|$ } σ_1 موجب ، σ_2 سالبة



$\sigma_1 < \sigma_2$ } σ_1 موجبة ، σ_2 موجبة