

Chapitre 2

Le mouvement rectiligne

Objectif particulier 1.2

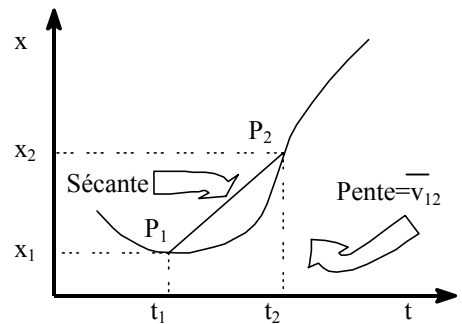
Employer les équations du mouvement rectiligne uniformément accéléré (m.r.u.a.) à un corps libre ou en chute libre.

Vitesse moyenne

La vitesse moyenne \bar{v}_{12} (entre t_1 et t_2) est définie graphiquement comme la pente de la sécante de $x(t)$ passant par les points P_1 et P_2 .

Pour l'intervalle de temps entre t_i et t_f , la vitesse moyenne se calcule avec

$$\bar{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$



où \bar{v} est la vitesse moyenne (entre t_i et t_f) en mètres par seconde,
 x_i, x_f sont les positions initiale et finale en mètres
et t_i, t_f sont les instants initial et final en secondes.

On emploie fréquemment la position initiale $x_i = x_0$, correspondant à l'instant $t_i = 0$ s, pour calculer la vitesse moyenne. Avec la position $x_f = x(t)$ à l'instant $t_f = t$, la vitesse moyenne est donnée par

$$\bar{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{x(t) - x_0}{t}$$

où \bar{v} est la vitesse moyenne (entre 0 s et t) en mètres par seconde,
 x_i, x_f sont les positions initiale et finale en mètres,
 t_i, t_f sont les instants initial et final en secondes,
 $x(t)$ est la position finale (à l'instant t) en mètres,
 x_0 est la position initiale (à l'instant $t = 0$ s) en mètres
et t est le temps en secondes.

Ainsi, la position $x(t)$ se calcule avec

$$x(t) = x_0 + \bar{v} t$$

où $x(t)$ est la position finale (à l'instant t) en mètres,
 x_0 est la position initiale (à l'instant $t=0$ s) en mètres,
 \bar{v} est la vitesse moyenne en mètres par seconde
 et t est le temps en secondes.

Par ailleurs, le déplacement se calcule avec

$$d = x(t) - x_0 = \bar{v} t$$

où d est le déplacement (entre 0 s et t) en mètres,
 $x(t)$ est la position finale (à l'instant t) en mètres,
 x_0 est la position initiale (à l'instant $t=0$ s) en mètres
 \bar{v} est la vitesse moyenne en mètres par seconde
 et t est le temps en secondes.

1. Un corps se trouve à la position initiale $x_i=-2,0$ m à l'instant $t_i=3$ s, puis se trouve à la position $x_f=8$ m à l'instant $t_f=13$ s.

a) Quel est le déplacement du corps en mouvement entre les instants t_i et t_f ?

b) Quelle est la vitesse moyenne du corps entre les instants t_i et t_f ?

2. Une voiture parcourt 100 kilomètres en 1 heure, s'arrête 30 minutes, puis refait 50 kilomètres, dans la même direction, en 30 minutes.

a) Quelle est la vitesse moyenne (en mètres par seconde) de la voiture durant la première heure ?

b) Quelle est la vitesse moyenne (en mètres par seconde) de la voiture durant la deuxième heure ?

c) Quelle est la vitesse moyenne (en mètres par seconde) de la voiture durant les deux heures ?

Mouvement rectiligne uniforme (m.r.u.)

Un corps, ayant un mouvement rectiligne uniforme, possède une vitesse et une direction constantes. Pour un tel mouvement, la position $x(t)$ se calcule avec

$$x(t) = x_0 + vt$$

où $x(t)$ est la position finale (à l'instant t) en mètres,
 x_0 est la position initiale (à l'instant $t=0$ s) en mètres,
 v est la vitesse en mètres par seconde
 et t est le temps en secondes.

À RETENIR :

(m.r.u.)

$$d = x(t) - x_0$$

$$d = vt$$

Note : Si la vitesse n'est pas constante, on a $d = \bar{v} t$

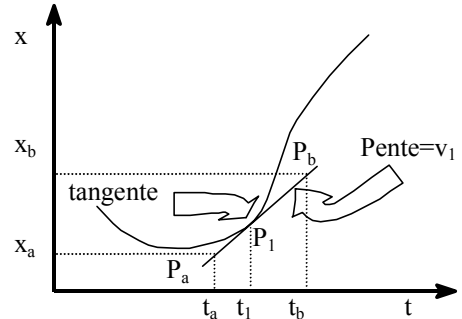
3. Une voiture de course fait un tour de piste (à vitesse constante) en 20 minutes. Une deuxième voiture de course fait un tour de piste (à vitesse constante) en 15 minutes. Si la deuxième voiture part 2 minutes après la première, après combien de temps la deuxième voiture rejoint-elle la première?

Vitesse instantanée

La vitesse instantanée v_1 (à l'instant t_1) est définie graphiquement comme la pente de la tangente de $x(t)$ passant par le point P_1 .

À un instant t , la vitesse instantanée est calculée avec

$$v = \frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



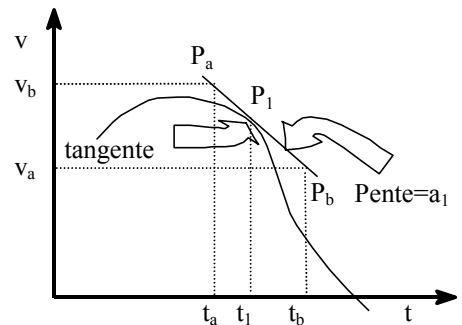
où v est la vitesse instantanée en mètres par seconde,
 dx est un déplacement infinitésimal en mètres
 et dt est un intervalle de temps infinitésimal en secondes.

Accélération

L'accélération a_1 (à l'instant t_1) est définie graphiquement comme la pente de la tangente de $v(t)$ passant par le point P_1 .

À un instant t , l'accélération se calcule avec

$$a = \frac{dv}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



où a est l'accélération en mètres par seconde carrée,
 dv est la variation infinitésimale de vitesse en mètres par seconde
 et dt est un intervalle de temps infinitésimal en secondes.

Mouvement rectiligne uniformément accéléré (m.r.u.a.)

Un corps, ayant un mouvement rectiligne uniformément accéléré, possède une vitesse instantanée $v(t)$ qui varie linéairement et ainsi une accélération constante. Par ailleurs, la direction d'un mouvement rectiligne est toujours parallèle à une droite. Pour un tel mouvement, la vitesse $v(t)$ se calcule avec

$$v(t) = v_0 + a t$$

où $v(t)$ est la vitesse instantanée finale (à l'instant t) en mètres par seconde,
 v_o est la vitesse instantanée initiale (à l'instant $t=0$) en mètres par seconde,
 a est l'accélération en mètres par seconde carrée
 et t est le temps en secondes.

L'accélération est la pente du graphique de $v(t)$.

L'équation précédente sert à définir l'accélération. Elle se calcule avec

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{v(t) - v_o}{t}$$

où a est l'accélération en mètres par seconde carrée
 v_i, v_f sont les vitesses initiale et finale en mètres par seconde,
 t_i, t_f sont les instants initial et final en secondes,
 $v(t)$ est la vitesse instantanée finale (à l'instant t) en mètres par seconde,
 v_o est la vitesse instantanée initiale (à l'instant $t=0$) en mètres par seconde
 et t est le temps en secondes.

Pour le m.r.u.a., on peut montrer que la vitesse moyenne (entre t_i et t_f) est la moyenne de la vitesse initiale et de la vitesse finale, c'est-à-dire

$$\bar{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{v_i + v_f}{2}$$

où \bar{v} est la vitesse moyenne (entre t_i et t_f) en mètres par seconde,
 x_i, x_f sont les positions initiale et finale en mètres,
 t_i, t_f sont les instants initial et final en secondes
 et v_i, v_f sont les vitesses initiale et finale en mètres par seconde.

Pour $x_i = x_0$ à l'instant $t_i = 0$ s et $x_f = x(t)$ à l'instant $t_f = t$, la vitesse moyenne se calcule avec

$$\bar{v} = \frac{x(t) - x_0}{t} = \frac{v_0 + v(t)}{2}$$

où \bar{v} est la vitesse moyenne (entre 0 s et t) en mètres par seconde,
 $x(t)$ est la position finale (à l'instant t) en mètres,
 x_0 est la position initiale (à l'instant $t=0$ s) en mètres,
 t est le temps en secondes,
 v_o est la vitesse instantanée initiale (à l'instant $t=0$) en mètres par seconde
 et $v(t)$ est la vitesse instantanée finale (à l'instant t) en mètres par seconde.

On va établir quatres équations pour le m.r.u.a.

La 1^{re} équation vient de la définition du m.r.u.a., soit

$$v = v_0 + a t$$

La 2^e équation vient des équations pour la vitesse moyenne, soit

$$\begin{cases} d = \bar{v} t \\ \bar{v} = \frac{v_0 + v}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t$$

Les deux prochaines équations viennent la définition de l'accélération.

La 3^e équation vient de

$$\begin{cases} d = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t \\ v = v_0 + a t \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow d &= \left[\frac{v_0 + (v_0 + a t)}{2} \right] t \\ &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \end{aligned}$$

La 4^e équation vient de

$$\begin{cases} d = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t \\ t = \frac{v - v_0}{a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) \left(\frac{v - v_0}{a} \right) = \frac{v^2 - v_0^2}{2 a} \\ v^2 = v_0^2 + 2 a d \end{cases}$$

À RETENIR :

(m.r.u.a.)

$$v = v_0 + a t$$

$$d = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t$$

$$d = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 a d$$

4. Une voiture part du repos et atteint la vitesse de 100 km/h en 10 s avec une accélération constante.
- a) Quelle est l'accélération de la voiture (en mètres par seconde carrée) ?
- b) À quelle distance du point de départ se trouve la voiture après les 10 s ?
5. Une voiture roulant à 50 km/h freine subitement sur une distance de 20 m avec une décélération constante (accélération négative).
- a) Quelle est l'accélération de la voiture ?
- b) En combien de temps, la voiture s'immobilise-t-elle ?
6. Un voiture roulant à 30 km/h, accélère durant 1 min avec une accélération constante de 0,28 m/s².
- a) Quelle est la vitesse de la voiture (en kilomètres par heure) après 1 min ?
- b) Quelle est la distance parcourue par la voiture durant cette minute ?
7. Soit les résultats ci-dessous pour un m.r.u.a. :

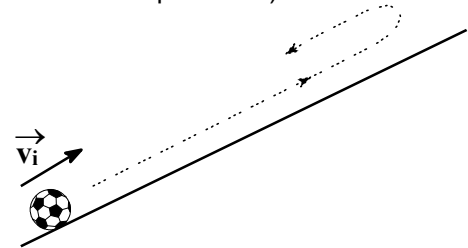
Mouvement rectiligne uniformément accéléré

t	v
s	m/s
0,00	5,0
0,10	0,0
0,20	-5,0
0,30	-10,0
0,40	-15,0
0,50	-20,0
0,60	-25,0

- a) Quelle est l'expression de la vitesse en fonction du temps ?

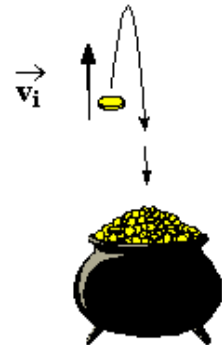
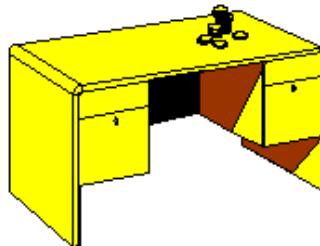
- b) Si la position initiale est à $+5$ m de l'origine, quelle est la position à $t=0,4$ s ?
- c) Si la position initiale est à $+5$ m de l'origine, quelle est l'expression de la position en fonction du temps ?
8. Une voiture roule à 90 km/h sur l'autoroute. Une auto-patrouille stationnée sur le côté démarre au moment où la voiture la dépasse. L'accélération de l'auto-patrouille est constante et la vitesse de la voiture est constante. L'auto-patrouille rejoint la voiture en 3 min.
- a) À quelle distance du point de départ de l'auto-patrouille intercepte la voiture ?
- b) Quelle est l'accélération de l'auto-patrouille ?
- c) Quelle est la vitesse de l'auto-patrouille lors de l'interception (en kilomètres par heure) ?

9. Une boule roule en montant le long d'un plan incliné avec une vitesse initiale de 35 cm/s. L'accélération de la boule est de -50 cm/s² (décélération de 50 cm/s²).



- a) Quelle est la distance parcourue par la boule avant redescendre ?
- b) Combien de temps la boule roule-t-elle avant de redescendre ?
- c) Quelle est la distance parcourue par la boule après un intervalle de temps de $1,5$ s ?

10. Une pièce de monnaie est lancée verticalement et demeure en l'air durant $1,25$ s. La hauteur initiale de la pièce de monnaie est 2 m et sa vitesse finale est de -7 m/s.



- a) Quelle est la vitesse initiale ?
- b) Quelle est la hauteur finale après ces $1,25$ s ?
- c) Quelle est la vitesse scalaire moyenne durant ces $1,25$ s ?

Mouvement vertical

Tous les projectiles en chute libre possèdent une accélération constante de $9,8$ m/s² dirigée vers le bas. Cette accélération constante est appelée accélération de la gravité.

Nous définissons un vecteur \vec{g} dirigé vers le bas pour l'accélération de la gravité. Si l'axe des y est dirigé vers le haut, la composante verticale de l'accélération est négative et vaut $a = -g = -9,8 \text{ m/s}^2$.

Pour un mouvement vertical, on a

$$\left. \begin{array}{l} a = -g \\ d = y - y_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} v = v_0 - g t \\ y - y_0 = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t \\ y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v^2 = v_0^2 - 2 g (y - y_0) \end{cases}$$

où v_0, v sont les vitesses initiale et finale en mètres par seconde,
 y_0, y sont les positions initiale et finale en mètres,
 g est l'accélération de la gravité ($9,8 \text{ m/s}^2$)
 et t est le temps en secondes.

Il est pratique de prendre l'origine à la position initiale. Le déplacement vertical représente alors la hauteur. La hauteur est négative si la position finale est en-dessous de l'origine qui est souvent au sol. Dans tout les cas, la hauteur (par rapport à la position initiale) est

$$h = y - y_0$$

où h est le déplacement vertical en mètres
 et y_0, y sont les positions verticales initiale et finale en mètres.

À RETENIR :

(mouvement vertical)

$$\begin{array}{l} v = v_0 - g t \\ h = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t \\ h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v^2 = v_0^2 - 2 g h \end{array}$$

11. Un projectile est lancé verticalement à 10 m/s vers le haut à partir du sol.

- À quelle hauteur le projectile monte-t-il ?
- Quelle est la vitesse du projectile 1,5 s après son lancé ?
- Combien de temps y a-t-il entre l'instant où le projectile a été lancé et l'instant où le projectile frappe le sol ?

12. Un projectile est lancé verticalement vers le haut à partir du sol. Le projectile atteint une hauteur maximale de 30 m et il retombe au sol.

- a) Combien de temps y a-t-il entre l'instant où le projectile a été lancé et l'instant où le projectile frappe le sol ?
- b) À quelle vitesse le projectile a-t-il été lancé ?
- c) Quelle est la vitesse du projectile 1 s après son lancé ?
- 13. Un projectile est lancé verticalement vers le haut à partir du sol. Le projectile retombe au sol après 3,5 s.**
- a) À quelle vitesse a été lancé le projectile ?
- b) À quelle hauteur monte le projectile ?
- c) Quelle est la vitesse d'impact du projectile au sol ?

Solutions

1. a) 10 m b) 1 m/s
2. a) 27,8 m/s b) 13,9 m/s c) 20,8 m/s
3. 6 min
4. a) $2,8 \text{ m/s}^2$ b) 139 m
5. a) $-4,8 \text{ m/s}^2$ b) 2,9 s
6. a) 90 km/h b) 1 km
7. a) $v(t) = (5 - 50t) \frac{m}{s}$ où t s'exprime en secondes b) 3 m
- c) $x(t) = (5 - 5t - 25t^2) m$ où t s'exprime en secondes
8. a) 4,5 km b) $0,28 \text{ m/s}^2$ c) 180 km/h
9. a) 12,25 cm b) 0,7 s c) 28,75 cm
10. a) +5,25 m/s b) 0,9063 m c) 3,125 m/s
11. a) 5,1 m b) -4,7 m/s c) 2,04 s
12. a) 4,95 s b) 24,25 m/s c) 14,45 m/s
13. a) 17,15 m/s b) 15 m c) -17,15 m/s