

Chapitre 4

La dynamique de la particule

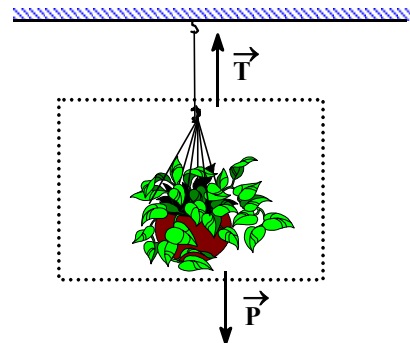
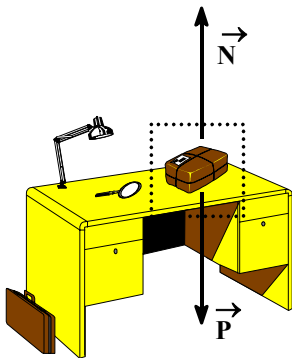
Objectif particulier 2.1

Employer les lois de Newton pour prédire le mouvement à une ou deux dimensions d'un corps soumis à une ou plusieurs forces incluant passablement le frottement statique ou cinétique.

La 1^{re} loi de Newton

Selon la 1^{re} loi de Newton, en l'absence de force, un corps au repos demeure au repos. De même, en l'absence de force, un corps en mouvement demeure en mouvement uniforme (à vitesse constante). C'est le principe de l'inertie.

Dans le cas d'un colis posé sur un bureau, le poids du colis est représenté par une force exercée vers le bas par l'attraction gravitationnelle sur le colis. Puisque le colis est soutenu par le bureau, il existe une seconde force de la même grandeur exercée vers le haut par surface sur le colis, appelée force normale. Les effets de ces deux forces exercées simultanément sur le colis s'annulent. Cet exemple illustre qu'un corps au repos demeure également au repos (comme en l'absence de force) si la résultante des forces exercées sur celui-ci s'annulent.



Dans le cas d'un pot à fleurs suspendu, l'attraction gravitationnelle exerce une force vers le bas sur le pot à fleurs. De plus, le pot étant attaché au plafond, la corde exerce une force sur le pot à fleurs, appelée force de tension, dont la grandeur est la même et qui est dirigée vers le haut.

Le poids est une force d'origine gravitationnelle qui se calcule avec

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

où \vec{P} est le vecteur poids en newtons,
 m est la masse en kilogrammes
et \vec{g} est le vecteur accélération de la gravité ($9,8 \text{ m/s}^2$).

Pour un corps au repos posé sur une surface horizontale, la force normale est

$$\vec{N} = - \vec{P} = - m \vec{g}$$

où \vec{N} est le vecteur force normale en newtons,
 \vec{P} est le vecteur poids en newtons,
 m est la masse en kilogrammes
 et \vec{g} est le vecteur accélération de la gravité ($9,8 \text{ m/s}^2$).

De même, pour un corps au repos suspendu à une corde, la force de tension est

$$\vec{T} = -\vec{P} = -m\vec{g}$$

où \vec{T} est le vecteur force de tension en newtons,
 \vec{P} est le vecteur poids en newtons,
 m est la masse en kilogrammes
 et \vec{g} est le vecteur accélération de la gravité ($9,8 \text{ m/s}^2$).

1. Un meuble est posé sur le plancher.

- Quel est le poids du meuble si sa masse est 30 kg ?
- Quelle est la masse du meuble si son poids est 490 N ?
- Quelle est la force normale (exercée par le plancher sur le meuble) si la masse est 40 kg ?
- Quelle est l'orientation du poids ?
- Quelle est l'orientation de la force normale ?

La 2^e loi de Newton

La 2^e loi de Newton permet de calculer les effets sur le mouvement d'un corps causés l'application de forces. C'est une relation de cause à effet. Lorsqu'une seule force est exercée sur un corps, on a

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

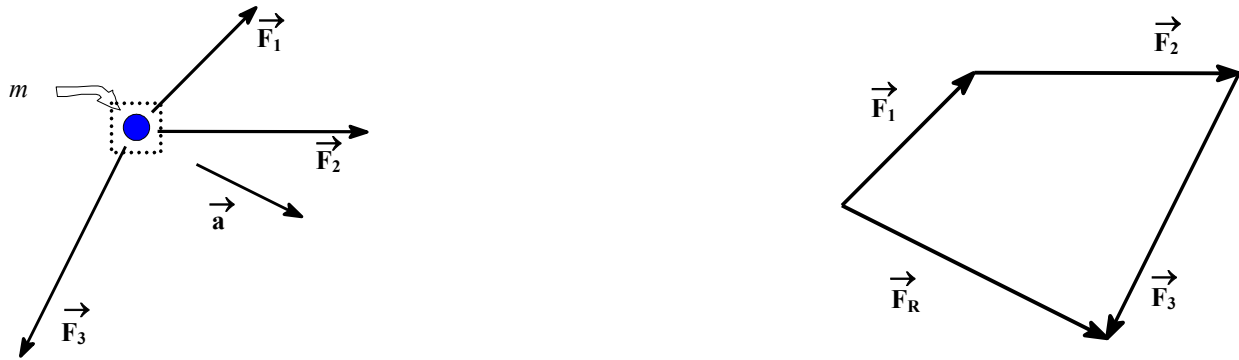
où \vec{F} est le vecteur force en newtons,
 m est la masse en kilogrammes
 et \vec{a} est le vecteur accélération en mètres par seconde carrée.

Lorsque plusieurs forces sont exercées sur un corps, on a

$$\vec{F}_R = m \vec{a}$$

où \vec{F}_R est le vecteur force résultante en newtons,
 m est la masse en kilogrammes
 et \vec{a} est le vecteur accélération en mètres par seconde carrée.

C'est le principe fondamental de la dynamique.



La somme vectorielle des vecteurs forces donne le vecteur force résultante. Le vecteur force résultante appliqué à une particule sur laquelle est exercée N forces se calcule avec

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_i + \dots + \vec{F}_N$$

où \vec{F}_R est le vecteur force résultante en newtons
 \vec{F}_i est le $i^{\text{ème}}$ vecteur force en newtons
 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ sont les vecteurs forces n°1, n°2 et n°3 en newtons
 et \vec{F}_N est le $N^{\text{ième}}$ vecteur force en newtons.

Pour un corps suspendu à l'extrémité d'une corde, **si l'accélération est nulle**, la tension dans la corde est

$$\vec{T} = -\vec{P} = -m\vec{g}$$

où \vec{T} est le vecteur tension en newtons,
 \vec{P} est le vecteur poids en newtons,
 m est la masses en kilogrammes
 et \vec{g} est le vecteur accélération de la gravité ($9,8 \text{ m/s}^2$).

Si le corps suspendu possède une accélération, d'après la relation de cause à effet, il y a une force résultante exercée sur le corps. En choisissant une convention de signe où les composantes verticales des vecteurs sont positives vers le haut, on a

$$F_R = \sum_{i=1}^N F_i = T - P = m a$$

où F_R est la force résultante en newtons,
 F_i est la $i^{\text{ème}}$ force en newtons,
 T est la tension en newtons,
 P est le poids en newtons,
 m est la masse en kilogrammes
 et a est l'accélération en mètres par seconde carrée.

Si $T > P$, l'accélération est positive et ainsi dirigée vers le haut.

Si $T < P$, l'accélération est négative et ainsi dirigée vers la bas.

2. Une charrette possède une masse de 100 kg et un chariot possède une masse de 200 kg.

- Quelle est l'accélération de la charrette s'il y a une force de 100 N exercée sur elle ?
- Quelle est l'accélération du chariot s'il y a une force de 100 N exercée sur lui ?
- Quelle est la force devant être exercée sur la charrette pour lui transmettre une accélération de 2 m/s^2 ?
- Quelle est la force devant être exercée sur le chariot pour lui transmettre une accélération de 2 m/s^2 ?

3. Deux cordes sont attachées à un bateau de 500 kg pour le remorquer. Chaque corde exerce une force de 500 N sur le bateau.

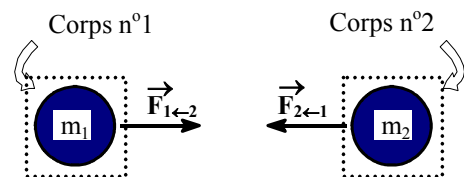
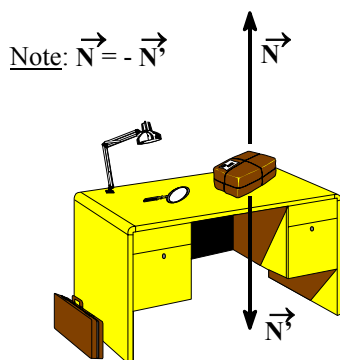
- Quelle est la grandeur de la force résultante, s'il y a 45° entre les cordes ?
- Quelle est la grandeur de l'accélération, s'il y a 45° entre les cordes ?
- Quelle est la grandeur de la force résultante, s'il y a 30° entre les cordes ?
- Quelle est la grandeur de l'accélération, s'il y a 30° entre les cordes ?

4. Un corps de 4,9 N est suspendu à l'extrémité d'une corde.

- Quelle est l'accélération du corps si la tension dans la corde est de 8,4 N ?
- Quelle est l'accélération du corps si la tension dans la corde est de 2,4 N ?
- Quelle est la tension dans la corde si l'accélération du corps est de 5 m/s^2 ?
- Quelle est la tension dans la corde si l'accélération du corps est de -8 m/s^2 ?

La 3^e loi de Newton

Selon la 3^e loi de Newton, lorsqu'un objet exerce une force sur un corps, ce corps exerce une force égale et opposée sur cet objet. C'est le principe de l'action et de la réaction.



Note: $\vec{F}_{1\leftarrow 2} = -\vec{F}_{2\leftarrow 1}$

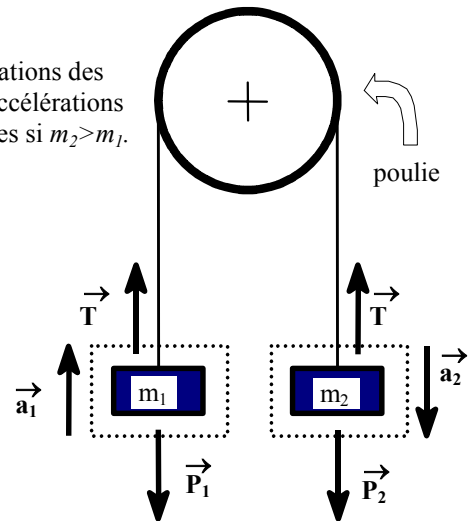
Pour un colis posé sur un bureau, le vecteur force \vec{N} représente la force exercée par le bureau sur le colis et le vecteur force \vec{N}' représente la force exercée par le colis sur le bureau. En générale, pour deux corps en interaction, le vecteur force $\vec{F}_{1 \leftarrow 2}$ représente la force exercée par le corps n°2 sur le corps n°1 et le vecteur force $\vec{F}_{2 \leftarrow 1}$ représente la force exercée par le corps n°1 sur le corps n°2.

Machine d'Atwood

Le dispositif constitué de deux corps suspendus aux extrémités d'une corde passant par une poulie (sans frottement) s'appelle machine d'Atwood.

La corde (inextensible) impose que l'accélération et la vitesse des corps soient égales en grandeur mais de signes contraires car si l'un monte et l'autre descend. La tension dans la corde exerce sur les corps la même force dirigée vers le haut.

Note:
Ces orientations des vecteurs accélérations sont exactes si $m_2 > m_1$.



Les équations du mouvement sont établies en appliquant la 2^e loi de Newton à chaque corps suspendu individuellement. On fera l'hypothèse que le corps n°1 (à gauche) possède une accélération $\vec{a}_1 = \vec{a}$ vers le haut. Par conséquent, le corps n°2 (à droite) possède une accélération $\vec{a}_2 = -\vec{a}$ vers le bas. En considérant les forces en présence (tension \vec{T} et poids \vec{P}_1, \vec{P}_2), la 2^e loi de Newton devient

$$\begin{cases} T - P_1 = m_1 a \\ T - P_2 = m_2 (-a) \end{cases}$$

T est la tension en newtons,

P_1, P_2 sont les poids des corps n°1 et n°2 en newtons,

m_1, m_2 sont les masses des corps n°1 et n°2 en kilogrammes

et a est l'accélération en mètres par seconde carrée,.

La solution de ces deux équations permet de trouver l'accélération des corps (sachant que $\vec{a} = \vec{a}_1 = -\vec{a}_2$) et la tension dans la corde. La solution est donnée par

$$\left. \begin{matrix} P_1 = m_1 g \\ P_2 = m_2 g \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{P_2 - P_1}{m_1 + m_2} = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) g \\ T = \frac{m_1 P_2 + m_2 P_1}{m_1 + m_2} = 2 \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) g \end{cases}$$

où P_1, P_2 sont les poids des corps n°1 et n°2 en newtons,

m_1, m_2 sont les masses des corps n°1 et n°2 en kilogrammes,
 g est l'accélération de la gravité ($9,8 \text{ m/s}^2$),
 a est l'accélération en mètres par seconde carrée
 et T est la tension en newtons.

Si $a > 0$, l'accélération du corps n°1 est vers le haut.

Si $a < 0$, l'accélération du corps n°1 est vers le bas.

Si $a > 0$, l'accélération du corps n°2 est vers le bas.

Si $a < 0$, l'accélération du corps n°2 est vers le haut.

5. Deux corps sont suspendus aux extrémités d'une corde par le biais d'une poulie. Le poids des corps est de 10 N et 30 N.

- Quelle est l'accélération des corps ?
- Quelle est la tension dans la corde ?
- Quelle est la force résultante sur le corps de 10 N ?
- Quelle est la force résultante sur le corps de 30 N ?

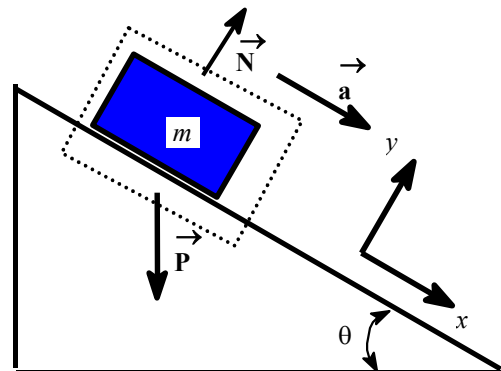
6. Une force de 40 N tire horizontalement sur deux corps attachés ensemble l'un derrière l'autre. La masse des corps est de 5 kg et 15 kg. La force est appliquée directement sur le corps de 15 kg. C'est la tension dans la corde qui est la cause du mouvement du corps de 5 kg. La surface est horizontale.

- Quelle est l'accélération des corps ?
- Quelle est la tension dans la corde ?
- Quelle est la force résultante sur le corps de 5 kg ?
- Quelle est la force résultante sur le corps de 15 kg ?

Surface inclinée

Lorsqu'un corps est posé sur une surface inclinée, la force normale et le poids ne sont plus parallèles. L'action du poids est verticale vers le bas et la force normale est perpendiculaire à la surface. Il y aura une force résultante qui causera une accélération du corps vers le bas de la surface inclinée.

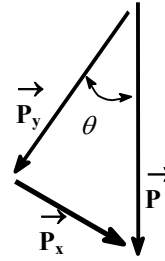
Dans le cas d'une surface inclinée, on applique la 2^e loi de Newton pour les forces en présence.



En particulier pour le poids, il y a deux composantes qu'on calcule avec l'emploi de l'angle d'inclinaison qui donne l'orientation du poids (verticale) par rapport à un axe perpendiculaire à la surface.

Ainsi

$$\begin{cases} |P_x| = P \sin \theta \\ |P_y| = P \cos \theta \end{cases}$$



où $|P_x|$ est la grandeur de la composante du poids parallèle à la surface inclinée en newtons
 $|P_y|$ est la grandeur de la composante du poids perpendiculaire à la surface inclinée en newtons,
 P est le poids en newtons
 et θ est l'angle d'inclinaison de la surface en degrés.

La composante perpendiculaire du poids est responsable de la pression exercée par le corps sur la surface. Pour l'équilibre des forces perpendiculaires à la surface, il faut que la force normale soit

$$N = |P_y| = P \cos \theta$$

où N est la force normale en newtons,
 $|P_y|$ est la grandeur de la composante du poids perpendiculaire à la surface inclinée en newtons,
 P est le poids en newtons
 et θ est l'angle d'inclinaison de la surface en degrés.

Les composantes des forces perpendiculaires à la surface, exercées sur le corps (en contact avec la surface) s'annulent; la composante perpendiculaire du poids s'annule avec la force normale. Il reste la composante parallèle qui est responsable du mouvement du corps sur la surface inclinée. Alors, la force résultante est la composante parallèle. L'accélération se calcule donc avec

$$\left. \begin{array}{l} |P_x| = m a \\ |P_x| = P \sin \theta \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{|P_x|}{m} = \frac{P \sin \theta}{m}$$

où a est l'accélération en mètres par seconde carrée,
 P est le poids en newtons,
 θ est l'angle d'inclinaison de la surface en degrés
 et m est la masse en kilogrammes.

Une expression simplifiée pour l'accélération sur un plan incliné s'obtient à l'aide de la définition du poids; soit

$$P = m g \Rightarrow a = \frac{(m g) \sin \theta}{m} = g \sin \theta$$

où P est le poids en newtons,

	m	est la masse en kilogrammes,
	g	est l'accélération de la gravité ($9,8 \text{ m/s}^2$),
	a	est l'accélération en mètres par seconde carrée
et	θ	est l'angle d'inclinaison de la surface en degrés.

7. Un bloc de 12 N est posé sur une surface inclinée à 60° .

- a) Quelle est la masse du bloc ?
- b) Quelle est la force normale du bloc ?
- c) Quelle est la force résultante sur le bloc ?
- d) Quelle est l'accélération du bloc ?

8. Un corps suspendu de 2 kg est relié par le biais d'une corde et d'une poulie à un corps de 5 kg posé sur une surface inclinée à 30° de l'horizontale. La portion de corde au-dessus de la surface est parallèle à la surface.

- a) Quelle est l'accélération des corps ?
- b) Quelle est la tension dans la corde ?
- c) Quelle doit être la masse du corps suspendu à la poulie pour que l'accélération des corps soit nulle ?
- d) Quelle est la masse du corps que l'on doit poser sur la surface inclinée pour que l'accélération des corps soit nulle ?

9. Une force de 10 N est appliquée à 30° au-dessus de l'horizontale à un corps de 50 kg posé sur une surface horizontale.

- a) Quelle est la composante verticale de la force ?
- b) Quelle est la force normale ?
- c) Quelle est la composante horizontale de la force ?
- d) Quelle est l'accélération du corps ?

10. Un corps de 20 N est posé sur une surface horizontale.

- a) Quelle est la grandeur d'une force appliquée sur le corps à 30° au-dessus de l'horizontale pour que l'accélération du corps soit de 9 m/s^2 ?
- b) Quelle est la force normale lorsque la force appliquée à 30° transmet une accélération de 9 m/s^2 au corps ?
- c) Quelle est la grandeur d'une force appliquée sur le corps à 45° au-dessus de l'horizontale pour que l'accélération du corps soit de 9 m/s^2 ?
- d) Quelle est la force normale lorsque la force appliquée à 45° transmet une accélération de 9 m/s^2 au corps ?

Frottement

Le frottement solide intervient entre des surfaces rugueuses en contact. Les forces de frottement s'opposent toujours au déplacement relatif d'une surface par rapport à l'autre. Il y a deux types de frottement solide: statique et cinétique. Nous n'étudierons pas le frottement fluide existant dans les liquides et les gaz.

Frottement statique

La force de frottement statique est celle qui maintient un corps au repos, même en présence de forces extérieures. La force de frottement statique est parallèle à la surface et possède juste la bonne grandeur pour empêcher le corps de glisser.

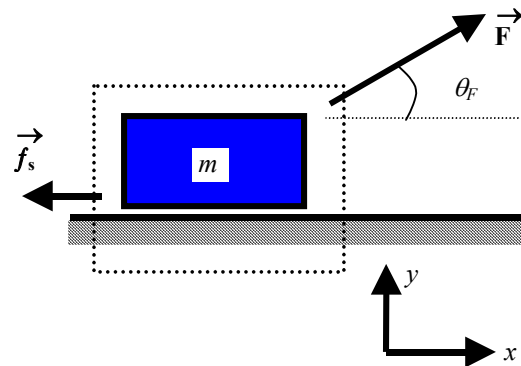
Puisque le corps demeure au repos, la force résultante est nulle. Ainsi

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = 0$$

où \vec{F}_R est le vecteur force résultante en newtons
 et \vec{F}_i est le i^e vecteur force en newtons.

Dans le cas d'une force exercée sur un corps posé sur une surface horizontale, on a

$$\begin{cases} F_x = F \cos \theta_F \\ F_R = F_x - f_s = 0 \end{cases} \Rightarrow f_s = F_x = F \cos \theta_F$$



où F_x est la composante horizontale de la force \vec{F} en newtons,
 F est la grandeur de la force \vec{F} en newtons,
 θ_F est l'orientation de la force \vec{F} en degrés,
 F_R est la force résultante en newtons
 et f_s est la force de frottement statique en newtons.

Le corps restera au repos jusqu'à ce que la force exercée fasse «décoller» le corps de la surface. Juste avant le décollage, la force de frottement statique atteint sa valeur maximale déterminée par la loi du frottement statique; soit

$$f_{s,\max} = \mu_s N$$

où $f_{s,\max}$ est la force de frottement statique maximale en newtons,
 μ_s est le coefficient de frottement statique

et N est la force normale en newtons.

Ainsi, on a

$$f_s \leq f_{s,\max}$$

où f_s est la force de frottement statique en newtons

et $f_{s,\max}$ est la force de frottement statique maximale en newtons.

La force de frottement statique maximale est proportionnelle à la force normale. Pour le cas d'une force exercée sur un corps posé sur une surface horizontale, on a

$$\begin{cases} F_y = F \sin \theta_F \\ N + F_y - P = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = P - F_y = P - F \sin \theta_F \\ f_{s,\max} = \mu_s N = \mu_s (P - F \sin \theta_F) \end{cases}$$

où F_y est la composante verticale de la force \vec{F} en newtons,

F est la grandeur force \vec{F} en newtons,

θ_F est l'orientation de la force \vec{F} en degrés,

N est la force normale en newtons,

P est le poids en newtons,

$f_{s,\max}$ est la force de frottement statique maximale en newtons

et μ_s est le coefficient de frottement statique.

Notons que la grandeur de la force \vec{F} et son orientation ne doivent pas être trop grandes car sinon le corps sera soulevé. Pour le cas présenté (avec le corps en contact avec la surface), il faut que la force normale soit positive; soit

$$N > 0 \Rightarrow P > F \sin \theta_F$$

où N est la force normale en newtons,

P est le poids en newtons,

F est la force exercée sur le corps en newtons

et θ_F est l'orientation de la force \vec{F} en degrés.

Et en particulier pour l'orientation de la force \vec{F} , si la grandeur de la force \vec{F} est plus grande que le poids, il faut

$$\theta_F < \arcsin \frac{P}{F}$$

où θ_F est l'orientation de la force \vec{F} en degrés,

P est le poids en newtons

et F est la force exercée sur le corps en newtons.

11. Une force de 20 N est appliquée à 30° au-dessus de l'horizontale à un corps de 80 N posé sur une surface rugueuse horizontale. Le coefficient de frottement statique est de 0,3.

- a) Quelle est la force de frottement statique ?
 b) Quelle est la force normale ?
 c) Quelle est la force de frottement statique maximale ?
 d) Quelle est la grandeur de la force appliquée à 30° nécessaire pour décoller le corps ?

12. On pousse horizontalement avec juste la force qu'il faut sur un corps pour qu'il soit «collé» à un mur rugueux par la force de frottement statique. Le poids du corps est de 20 N. Le coefficient de frottement statique est de 0,5.

- a) Quelle est la force de frottement statique ?
 b) Quelle est la grandeur de la force horizontale ?

Frottement cinétique

La force de frottement cinétique est celle qui s'oppose au mouvement lors du déplacement d'un corps sur une surface rugueuse. La force de frottement cinétique est parallèle à la surface et sa grandeur est déterminée par la loi du frottement cinétique

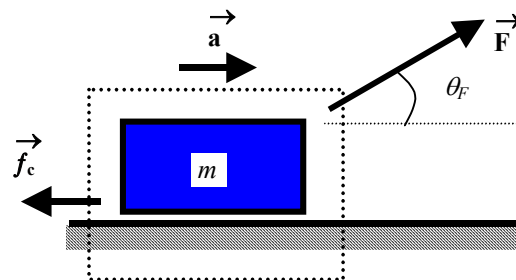
$$f_c = \mu_c N$$

où f_c est la force de frottement cinétique en newtons,
 μ_c est le coefficient de frottement cinétique
 et N est la force normale en newtons.

Dans le cas d'une force exercée sur un corps glissant vers la droite sur une surface horizontale rugueuse, on a

$$\begin{cases} F_x = F \cos \theta_F \\ F_R = F_x - f_c = m a \end{cases}$$

$$\Rightarrow f_c = F_x - m a = F \cos \theta_F - m a$$



Note:
 Cette orientation du vecteur accélération est exacte si $F_x > f_c$.

où F_x est la composante horizontale de la force \vec{F} en newtons,
 F est la grandeur de la force \vec{F} en newtons,
 θ_F est l'orientation de la force \vec{F} en degrés,
 F_R est la force résultante en newtons,
 f_c est la force de frottement cinétique en newtons,
 m est la masse en kilogrammes
 et a est l'accélération en mètres par seconde carrée.

L'accélération de ce corps est donnée par

$$\begin{cases} N = P - F_y \\ F_y = F \sin \theta_F \\ f_c = \mu_c N \\ F_R = F_x - f_c = ma \\ F_x = F \cos \theta_F \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f_c = \mu_c (P - F \sin \theta_F) = F \cos \theta_F - m a \\ a = \frac{F \cos \theta - \mu_c (P - F \sin \theta)}{m} \end{cases}$$

où N est la force normale en newtons,
 P est le poids en newtons,
 F_y est la composante verticale de la force \vec{F} en newtons,
 F est la grandeur de la force \vec{F} en newtons,
 θ_F est l'orientation de la force \vec{F} en degrés,
 f_c est la force de frottement cinétique en newtons,
 μ_c est le coefficient de frottement cinétique,
 N est la force normale en newtons,
 F_R est la force résultante en newtons,
 F_x est la composante horizontale de la force \vec{F} en newtons,
 m est la masse en kilogrammes
 et a est l'accélération en mètres par seconde carrée.

13. Une force de 20 N est appliquée à 45° au-dessus de l'horizontale à un corps de 10,2 kg glissant sur une surface rugueuse horizontale. Le coefficient de frottement cinétique est de 0,15.

- Quelle est la force normale ?
- Quelle est la force de frottement cinétique ?
- Quelle est la force résultante ?
- Quelle est l'accélération ?

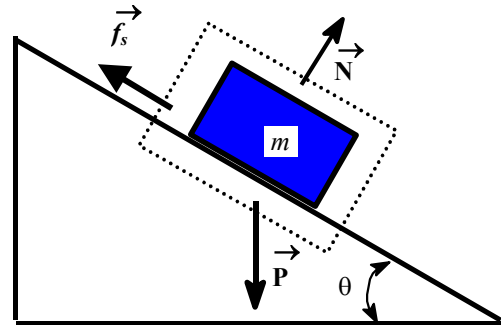
14. Deux corps de 10 N et 15 N sont attachés l'un à l'autre par une corde et ils glissent sur une surface rugueuse horizontale. Une force horizontale de 6 N tire sur le corps de 15 N. Le coefficient de frottement cinétique est de 0,2.

- Quelle est l'accélération des corps ?
- Quelle est la tension dans la corde ?

Frottement statique sur une surface inclinée

La force de frottement statique exercée sur un corps (au repos) posé sur une surface inclinée empêche le corps de glisser. Si le corps ne subit pas d'autres forces que le poids et la force de frottement statique, on a

$$f_s = |P_x| = P \sin \theta$$



où f_s est la force de frottement statique en newtons,
 $|P_x|$ est la grandeur de la composante du poids parallèle à la surface inclinée en newtons,
 P est le poids en newtons
 et θ est l'angle d'inclinaison de la surface en degrés.

Le corps restera au repos à la condition que l'inclinaison de la surface ne fasse pas «décoller» le corps de la surface. L'angle d'inclinaison juste avant le décollage est appelé angle critique. On peut déterminer expérimentalement le coefficient de frottement statique lorsque l'angle d'inclinaison satisfait la condition limite juste avant le décollage; soit

$$\begin{cases} f_{s,\max} = \mu_s N = |P_x| \\ N = |P_y| = P \cos \theta_s \\ |P_x| = P \sin \theta_s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{f_{s,\max}}{N} = \frac{|P_x|}{|P_y|} = \tan \theta_s$$

où $f_{s,\max}$ est la force de frottement statique maximale en newtons,
 μ_s est le coefficient de frottement statique,
 N est la force normale en newtons,
 $|P_x|$ est la grandeur de la composante du poids parallèle à la surface inclinée en newtons,
 $|P_y|$ est la grandeur de la composante du poids perpendiculaire à la surface inclinée en newtons,
 P est le poids en newtons
 et θ_s est l'angle d'inclinaison critique (pour le frottement statique) en degrés.

15. Un corps de 5 N est posé sur une surface rugueuse inclinée à 35°. Le coefficient de frottement statique est de 0,8.

- À quelle inclinaison le corps décolle-t-il ?
- Quelle est la force de frottement statique maximale au décollage ?
- Quelle est la force normale à l'inclinaison de 35° ?

d) Quelle est la force de frottement statique à l'inclinaison de 35° ?

16. Un corps suspendu de 6 kg est relié par le biais d'une corde et d'une poulie à un corps au repos de 15 kg posé sur une surface inclinée à 45° par rapport à l'horizontale. La portion de la corde au-dessus de la surface est parallèle à la surface. Le coefficient de frottement statique est de 0,5.

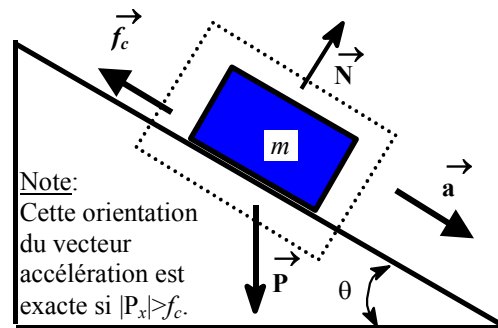
a) Quelle est la force de frottement statique ?

b) Quelle est la masse qu'il faut suspendre pour que le corps de 15 kg «décolle» vers le bas ?

Frottement cinétique sur une surface inclinée

La force de frottement cinétique ralentit la glissade d'un corps sur une surface inclinée. Ainsi, la force de frottement cinétique est vers le haut de la pente si le corps glisse vers le bas et on a

$$\begin{cases} |P_x| = P \sin \theta \\ F_R = |P_x| - f_c = m a \end{cases} \Rightarrow f_c = |P_x| - m a = P \sin \theta - m a$$



- où $|P_x|$ est la grandeur de la composante du poids parallèle à la surface inclinée en newtons,
- P est le poids en newtons,
- θ est l'angle d'inclinaison de la surface en degrés,
- F_R est la force résultante en newtons,
- f_c est la force de frottement cinétique en newtons,
- m est la masse en kilogrammes
- et a est l'accélération en mètres par seconde carrée.

L'accélération d'un corps posé sur une surface inclinée rugueuse est donnée par

$$\begin{cases} P = m g \\ N = P \cos \theta = m g \cos \theta \\ f_c = \mu_c N \\ F_R = |P_x| - f_c \\ |P_x| = P \sin \theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_c = \mu_c (m g \cos \theta) = (m g) \sin \theta - m a \\ a = \frac{ m g \sin \theta - \mu_c m g \cos \theta }{ m } = (\sin \theta - \mu_c \cos \theta) g \end{cases}$$

- où P est le poids en newtons,
- N est la force normale en newtons,

θ	est l'angle d'inclinaison de la surface en degrés,
m	est la masse en kilogrammes,
g	est l'accélération de la gravité en mètres par seconde carrée,
f_c	est la force de frottement cinétique en newtons,
μ_c	est le coefficient de frottement cinétique,
F_R	est la force résultante en newtons,
$ P_x $	est la grandeur de la composante du poids parallèle à la surface inclinée en newtons
et a	est l'accélération en mètres par seconde carrée.

Si $a > 0$, la vitesse de glissement du corps vers le bas augmente.

Si $a < 0$, la vitesse de glissement du corps vers le bas diminue.

On peut déterminer expérimentalement le coefficient de frottement cinétique lorsque l'angle d'inclinaison satisfait la condition limite où l'accélération du corps glissant sur la surface inclinée rugueuse est nulle; soit

$$\begin{cases} f_c = \mu_c N = |P_x| \\ N = |P_y| = P \cos \theta_c \\ |P_x| = P \sin \theta_c \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mu_c = \frac{f_c}{N} = \frac{|P_x|}{|P_y|} = \tan \theta_c$$

où f_c	est la force de frottement cinétique en newtons,
μ_s	est le coefficient de frottement cinétique,
N	est la force normale en newtons,
$ P_x $	est la grandeur de la composante du poids parallèle à la surface inclinée en newtons,
$ P_y $	est la grandeur de la composante du poids perpendiculaire à la surface inclinée en newtons,
P	est le poids en newtons
et θ_c	est l'angle d'inclinaison critique (pour le frottement cinétique) en degrés.

17. Un corps de 8 N glisse sur une surface rugueuse inclinée à 35°. Le coefficient de frottement cinétique est de 0,4. On suppose que le corps glisse vers le bas.

- À quelle inclinaison le corps glisse-t-il avec une vitesse constante ?
- Quelle est la force normale à l'inclinaison de 35° ?
- Quelle est la force de frottement cinétique à l'inclinaison de 35° ?
- Quelle est l'accélération à l'inclinaison de 35° ?

18. Un corps suspendu de 8 kg est relié par le biais d'une corde et d'une poulie à un corps au repos de 15 kg posé sur une surface inclinée à 30° par rapport à l'horizontale. La portion de la

corde au-dessus de la surface est parallèle à la surface. Le coefficient de frottement cinétique est de 0,3. On suppose que le corps de 15 kg est déjà en mouvement vers le haut de la pente.

- a) Quelle est la force de frottement cinétique ?
- b) Quelle est l'accélération des corps ?

Solutions

- 1. a) 294 N b) 50 kg c) 392 N d) vers le bas e) vers le haut
- 2. a) 1 m/s^2 b) $0,5 \text{ m/s}^2$ c) 200 N d) 400 N
- 3. a) 924 N b) $1,85 \text{ m/s}^2$ c) 966 N d) $1,93 \text{ m/s}^2$
- 4. a) 7 m/s^2 b) -5 m/s^2 c) 7,4 N d) 0,9 N
- 5. a) $4,9 \text{ m/s}^2$ b) 15 N c) 5 N d) -15 N
- 6. a) 2 m/s^2 b) 10 N c) 10 N d) 30 N
- 7. a) 1,22 kg b) 6 N c) 10,4 N d) $8,49 \text{ m/s}^2$
- 8. a) $0,7 \text{ m/s}^2$ vers le haut pour la masse suspendue b) 21 N
c) 2,5 kg d) 4 kg
- 9. a) 5 N b) 485 N c) 8,66 N d) $0,173 \text{ m/s}^2$
- 10. a) 21,2 N b) 9,40 N c) 26,0 N d) 1,64 N
- 11. a) 17,3 N b) 70 N c) 21 N d) 23,6 N
- 12. a) 20 N b) 40 N
- 13. a) 85,9 N b) 12,9 N c) 1,26 N d) $0,124 \text{ m/s}^2$
- 14. a) $0,392 \text{ m/s}^2$ b) 2,40 N
- 15. a) $38,7^\circ$ b) 3,13 N c) 4,10 N d) 2,87 N
- 16. a) 45,1 N b) 5,30 kg
- 17. a) $21,8^\circ$ b) 6,55 N c) 2,62 N d) $2,41 \text{ m/s}^2$ vers le bas
- 18. a) 38,2 N b) $1,45 \text{ m/s}^2$ vers le bas pour le corps de 15 kg

Note : Si le corps de 15 kg, de la question 18.b), était en mouvement vers le bas de la pente, il aurait une accélération de $1,85 \text{ m/s}^2$ vers le haut.