Chapitre 3

Mouvement à deux dimensions

Objectif particulier 1.3

Employer les lois du mouvement uniformément accéléré (m.u.a.) à un corps libre ou un corps en mouvement circulaire.

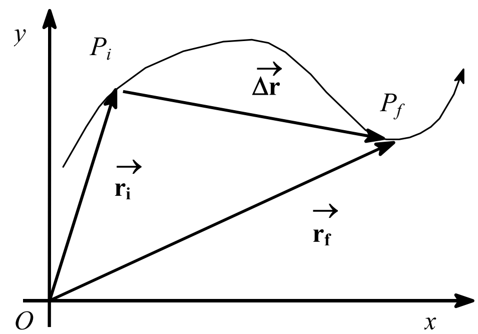
Objectif particulier 1.4

Employer les lois du mouvement uniformément accéléré (m.u.a.) à un projectile en mouvement dans un plan vertical.

Vecteur position et vecteur déplacement

Le vecteur position $\vec{\mathbf{r}}$ est un vecteur qui part du point d'origine *O* et qui se termine en un point de position *P*.

Le vecteur déplacement $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ est un vecteur qui part d'une position initiale P_i et qui se termine en une position finale P_f.



Le vecteur déplacement $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ se calcule avec

$$\Delta\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_f - \vec{\mathbf{r}}_i$$

où $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ est le vecteur déplacement en mètres,
$\vec{\mathbf{r}}_i$ est le vecteur position initiale en mètres
et $\vec{\mathbf{r}}_f$ est le vecteur position finale en mètres.

Note : On voit graphiquement que

$$\vec{\mathbf{r}}_f = \vec{\mathbf{r}}_i + \Delta\vec{\mathbf{r}}$$

1. Un corps se situe initialement à 4 m de l'origine dans une orientation à 20°. Plus tard, le corps se situe à 6 m de l'origine dans une orientation à 80°.

a) Quelle est la grandeur du déplacement ?

b) Quelle est l'orientation du déplacement ?

2. Un corps se trouve initialement à 2,5 m de l'origine dans un orientation à -30°, puis il se déplace de 5 m dans une orientation à 90°.

a) Quelle est la distance du corps par rapport à l'origine ?

b) Quelle est l'orientation du déplacement par rapport à l'origine ?

3. Un homme marche 100 m vers le nord, 200 m vers l'est , puis 100 m vers le nord-est.

a) Quelle est la grandeur du déplacement (total) de l'homme ?

b) Quelle est l'orientation du déplacement (total) de l'homme ?

Vecteur vitesse

Pour un mouvement uniforme, le vecteur vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ se définit par

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{r}}}{\Delta t}$$

où $\vec{\mathbf{v}}$ est le vecteur vitesse en mètres par seconde,
$\Delta\vec{\mathbf{r}}$ est le vecteur déplacement en mètres par seconde
et Δt est l'intervalle de temps en secondes.

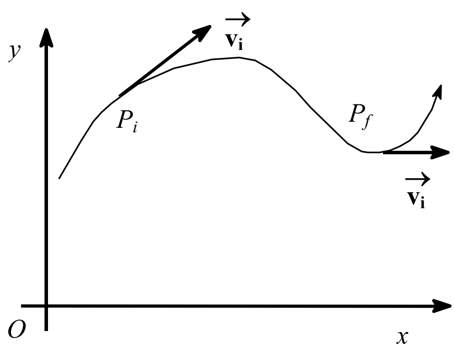
4. Un corps se déplace de 4 m dans une orientation à 300° en 0,5 s.

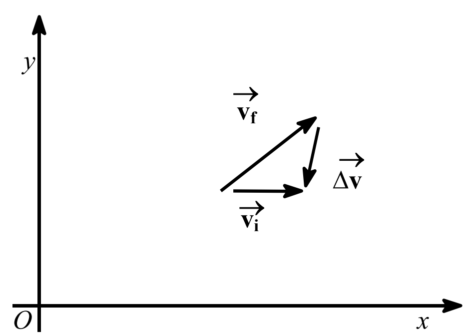
a) Quelle est la grandeur de la vitesse du corps ?

b) Quelle est l'orientation de la vitesse du corps ?

Vecteur variation de vitesse

Le vecteur vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ est un vecteur associé à une position *P* et il part généralement de la position P. La grandeur et l'orientation d'un vecteur vitesse ne sont généralement pas constantes.





Lorsque un corps passe d'une position initiale P_i à une position finale P_f, le vecteur variation de vitesse se calcule avec

$$\Delta\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}_\mathbf{f} - \vec{\mathbf{v}}_\mathbf{i}$$

où $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ est le vecteur variation de vitesse en mètres par seconde,
$\vec{\mathbf{v}}_i$ est la vecteur vitesse initiale en mètres par seconde
et $\vec{\mathbf{v}}_\mathbf{f}$ est le vecteur vitesse finale en mètres par seconde.

Note : On voit graphiquement que

$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}} = \vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{i}} + \Delta\vec{\mathbf{v}}$$

5. Un corps se dirige initialement à 20 km/h dans une orientation à -20°. Plus tard, le corps se dirige à 50 km/h dans une orientation à 70°.

a) Quelle est la grandeur de la variation de vitesse du corps ?

b) Quelle est l'orientation de la variation de vitesse du corps ?

Vecteur accélération

Pour un mouvement uniformément accéléré, le vecteur accélération $\vec{\mathbf{a}}$ se définit par

$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t}$$

où $\vec{\mathbf{a}}$ est le vecteur accélération en mètres par seconde carrée,
$\Delta\vec{\mathbf{v}}$ est le vecteur variation de vitesse en mètres par seconde,
et Δt est l'intervalle de temps en secondes.

6. Une voiture voit sa vitesse changée de 30 m/s en 30 s. La variation de vitesse est dirigée dans une orientation à 225°.

a) Quelle est la grandeur de l'accélération de la voiture ?

b) Quelle est l'orientation de l'accélération de la voiture ?

Cinématique de translation

Les vecteurs déplacement, vitesse et accélération s'expriment sous la forme

$$\begin{cases} \Delta\vec{\mathbf{r}} = \Delta x\,\vec{\mathbf{i}} + \Delta y\,\vec{\mathbf{j}} + \Delta z\,\vec{\mathbf{k}} \\ \vec{\mathbf{v}} = v_x\,\vec{\mathbf{i}} + v_y\,\vec{\mathbf{j}} + v_z\,\vec{\mathbf{k}} \\ \vec{\mathbf{a}} = a_x\,\vec{\mathbf{i}} + a_y\,\vec{\mathbf{j}} + a_z\,\vec{\mathbf{k}} \end{cases}$$

où $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ est le vecteur déplacement en mètres,
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$ sont les composantes x, y, z du déplacement en mètres,
$\vec{\mathbf{v}}$ est le vecteur vitesse en mètres par secondes,
v_x, v_y, v_z sont les composantes x, y, z de la vitesse en mètres par seconde,

$\vec{\mathbf{a}}$ est le vecteur accélération en mètres par seconde carrée
et a_x, a_y, a_z sont les composantes x, y, z de l'accélération en mètres par seconde carrée.

Certaines équations du mouvement uniformément accéléré s'expriment vectoriellement sous la forme

$$\begin{cases} \vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}_0 + \vec{\mathbf{a}}\, t \\ \Delta\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{v}}_0\, t + \dfrac{1}{2}\, \vec{\mathbf{a}}\, t^2 \\ \Delta\vec{\mathbf{r}} = \left(\dfrac{\vec{\mathbf{v}}_0 + \vec{\mathbf{v}}}{2}\right) t \end{cases}$$

où $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ est le vecteur déplacement en mètres,
$\vec{\mathbf{v}}$ est le vecteur vitesse en mètres par seconde,
$\vec{\mathbf{v}}_0$ est le vecteur vitesse initiale en mètres par seconde,
$\vec{\mathbf{a}}$ est le vecteur accélération en mètres par seconde carrée
et t est le temps en secondes.

La 1re relation donne

$$\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}_0 + \vec{\mathbf{a}}\, t \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x\, t \\ v_y = v_{0y} + a_y\, t \\ v_z = v_{0z} + a_z\, t \end{cases}$$

où v_x, v_y, v_z sont les composantes x, y, z de la vitesse finale en mètres par seconde,
v_{0x}, v_{0y}, v_{0z} sont les composantes x, y, z de la vitesse initiale en mètres par seconde,
a_x, a_y, a_z sont les composantes x, y, z de l'accélération en mètres par seconde carrée
et t est le temps en secondes.

La 2e relation donne

$$\Delta\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{v}}_0\, t + \frac{1}{2}\, \vec{\mathbf{a}}\, t^2 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \Delta x = v_{0x}\, t + \dfrac{1}{2}\, a_x\, t^2 \\ \Delta y = v_{0y}\, t + \dfrac{1}{2}\, a_y\, t^2 \\ \Delta z = v_{0z}\, t + \dfrac{1}{2}\, a_z\, t^2 \end{cases}$$

où $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ sont les composantes x, y, z du déplacement en mètres,
v_{0x}, v_{0y}, v_{0z} sont les composantes x, y, z de la vitesse initiale en mètres par seconde,
a_x, a_y, a_z sont les composantes x, y, z de l'accélération en mètres par seconde carrée
et t est le temps en secondes.

Et la 3e relation donne

$$\Delta\vec{\mathbf{r}} = \left(\frac{\vec{\mathbf{v}}_0 + \vec{\mathbf{v}}}{2} \right) t \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \Delta x = \left(\dfrac{v_{0x} + v_x}{2} \right) t \\ \Delta y = \left(\dfrac{v_{0y} + v_y}{2} \right) t \\ \Delta z = \left(\dfrac{v_{0z} + v_z}{2} \right) t \end{cases}$$

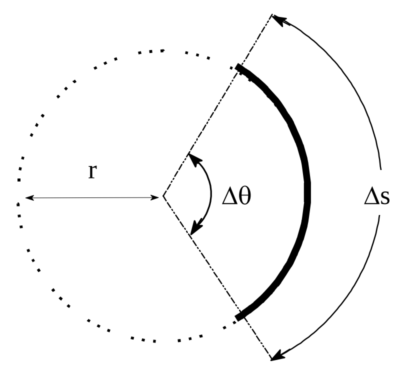
où $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ sont les composantes x, y, z du déplacement en mètres,
v_{0x}, v_{0y}, v_{0z} sont les composantes x, y, z de la vitesse initiale en mètres par seconde,
v_x, v_y, v_z sont les composantes x, y, z de la vitesse finale en mètres par seconde,
a_x, a_y, a_z sont les composantes x, y, z de l'accélération en mètres par seconde carrée
et t est le temps en secondes.

Mouvement circulaire uniformément accéléré

Pour le mouvement circulaire uniformément accéléré (m.c.u.a.), il existe des relations utiles entre les grandeurs linéaires et angulaires.

La 1re relation utile, entre l'angle de rotation et la distance parcourue sur un arc de cercle est purement géométrique. La longueur d'un arc de cercle est l'angle sous-tendu multiplié par le rayon; soit

$$\Delta s = (\Delta\theta) r$$



où Δs est la longueur d'un arc de cercle en mètres,
$\Delta\theta$ est l'angle sous-tendu par un arc de cercle en radians
et r est le rayon d'un cercle en mètres.

Pour un mouvement circulaire l'angle sous-tendu par l'arc de cercle est l'angle de rotation; puis, la longueur de l'arc de cercle est la distance parcourue.

La 2e relation utile est déduite de la 1re relation et de la définition de la vitesse pour le mouvement uniforme. Considérons par la suite un point situé sur le bord d'un disque en rotation circulaire uniforme (constante). La vitesse de ce point est la distance parcourue sur le temps.

$$v_\theta = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} r = \omega r$$

où v_θ est la vitesse tangentielle en mètres par seconde,
Δs est la longueur de l'arc de cercle en mètres,
Δt est l'intervalle de temps en secondes,
$\Delta\theta$ est l'angle sous-tendu par l'arc de cercle en radians,
r est le rayon du cercle en mètres
et ω est la vitesse angulaire en radians par seconde.

Note : Le mouvement uniforme se fait à vitesse constante.

Pour un mouvement circulaire uniforme, la vitesse angulaire est définie par

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

où ω est la vitesse angulaire en radians par seconde,
$\Delta\theta$ est l'angle de rotation en radians
et Δt est l'intervalle de temps en secondes.

Finalement, la 3^e relation utile est déduite de la 2^e relation et de la définition de l'accélération tangentielle. L'accélération tangentielle est le taux d'augmentation de la vitesse tangentielle; soit

$$a_\theta = \frac{\Delta v_\theta}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} r = \alpha r$$

où a_θ est l'accélération tangentielle en mètres par seconde carrée,
Δv_θ est la variation de vitesse tangentielle en mètres par seconde,
Δt est l'intervalle de temps en secondes,
$\Delta\omega$ est la variation de vitesse angulaire en radians par seconde,
r est le rayon d'une trajectoire circulaire en mètres
et α est l'accélération angulaire en radians par seconde carrée.

L'accélération angulaire pour le mouvement circulaire uniformément accéléré est définie par

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

où α est l'accélération angulaire en radians par seconde carrée,
$\Delta\omega$ est la varaition de vitesse angulaire en radians par seconde,
et Δt est l'intervalle de temps en secondes.

L'accélération radiale est l'accélération qui est nécessaire à un mouvement circulaire afin de maintenir sa trajectoire circulaire. L'accélération radiale est définie par

$$a_r = \frac{v_\theta^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r$$

où a_r est l'accélération radiale en mètres par seconde carrée,
v_θ est la vitesse tangentielle en mètres par seconde,
r est le rayon de la trajectoire circulaire en mètres
et ω est la vitesse angulaire en radians par seconde.

À RETENIR :

(relations entre grandeurs linéaire et angulaire)

$$\Delta s = \Delta\theta\, r$$
$$v_\theta = \omega\, r$$
$$\Delta v_\theta = \Delta\omega\, r$$
$$a_\theta = \alpha\, r$$

Les relations entre les grandeurs linéaires et angulaires permettent d'obtenir les équations pour le m.c.u.a. par simple transformation.

À RETENIR :

(m.c.u.a.)

$$\omega = \omega_0 + \alpha\, t$$
$$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right) t$$
$$\theta = \omega_0\, t + \frac{1}{2}\alpha\, t^2$$
$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\,\alpha\,\theta$$

7. Un manège ayant un rayon de 10 m tourne à 9 rpm.

a) Quelle est la vitesse angulaire en rad/s ?

b) Quelle est la vitesse sur le bord du manège ?

c) Quelle est la vitesse à 5 m du centre du manège ?

d) Quelle est la vitesse au centre du manège ?

e) Quelle est l'accélération radiale sur le bord du manège ?

8. Un moteur électrique démarre en 0,2 s et atteint une vitesse angulaire de 1800 rpm. L'accélération du moteur est supposée constante.

a) Quelle est l'accélération angulaire du moteur ?

b) Combien de tours fait le moteur pendant les 0,2 s d'accélération ?

9. Une poulie d'ascenseur de 10 cm de rayon possède une accélération angulaire de 50 rad/s^2 pendant 0,5 s, lorsque l'ascenseur démarre vers le bas.

a) Quelle est l'accélération de l'ascenseur ?

b) Quelle est la vitesse angulaire de la poulie après les 0,5 s d'accélération ?

Mouvement dans un plan vertical

Tous les projectiles en chute libre possèdent une accélération constante de 9,8 m/s^2 dirigée vers le bas. Cette accélération constante est appelée accélération de la gravité. Nous définissons même un vecteur $\vec{\mathbf{g}}$ dirigé vers le bas pour l'accélération de la gravité. Avec l'axe des y est dirigé vers le haut, on a

$$\vec{\mathbf{g}} = -g\,\vec{\mathbf{j}} = -9{,}8\,\vec{\mathbf{j}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

où	$\vec{\mathbf{g}}$	est le vecteur accélération de la gravité en mètres par seconde (9,8 m/s^2 vers le bas),
	g	est l'accélération de la gravité en mètres par seconde (9,8 m/s^2)
et	$\vec{\mathbf{j}}$	est le vecteur unitaire pour la verticale (vers le haut).

Ce vecteur accélération est le même pour tous les projectiles lancés dans n'importe quelle direction, près de la surface de la Terre! Pour un projectile lancé avec un angle θ_0 au-dessus de l'horizontale, les composantes de l'accélération sont

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g = -9{,}8\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \end{cases}$$

où	a_x	est la composante horizontale de l'accélération en mètres par seconde carrée (nulle),
	a_y	est la composante verticale de l'accélération en mètres par seconde carrée (-9,8 m/s^2)
et	g	est l'accélération de la gravité en mètres par seconde (9,8 m/s^2).

Pour un projectile lancé avec un angle θ_0 au-dessus de l'horizontale, les composantes de la vitesse sont

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{0x} + a_x\,t = v_{0x} \\ v_y(t) = v_{0y} + a_y\,t = v_{oy} - g\,t \end{cases}$$

où	$v_x(t), v_y(t)$	sont les composantes horizontale et verticale de la vitesse finale en mètres par seconde,
	v_{0x}, v_{0y}	sont les composantes horizontale et verticale de la vitesse initiale en mètres par seconde,
	a_x	est la composante horizontale de l'accélération en mètres par seconde carrée (nulle),
	a_y	est la composante verticale de l'accélération en mètres par seconde carrée (-9,8 m/s^2),
	g	est l'accélération de la gravité (9,8 m/s^2)
et	t	est le temps en secondes.

Les composantes de la vitesse initiale se calculent avec

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \theta_0 \\ v_{0y} = v_0 \sin \theta_0 \end{cases}$$

où v_{0x}, v_{0y} sont les composantes horizontale et verticale de la vitesse initiale en mètres par seconde,

v_0 est la grandeur de la vitesse initiale en mètres par seconde

et θ_0 est la direction de la vitesse initiale en degrés.

Finalement, pour un projectile lancé avec un angle θ_0 au-dessus de l'horizontale, les composantes de la position sont

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x}\, t + \dfrac{1}{2}\, a_x\, t^2 = x_0 + v_{0x}\, t \\ y(t) = y_0 + v_{0y}\, t + \dfrac{1}{2}\, a_y\, t^2 = y_0 + v_{0y}\, t - \dfrac{1}{2}\, g\, t^2 \end{cases}$$

$x(t)$, $y(t)$ sont les composantes horizontale et verticale de la position en mètres,

x_0, y_0 sont les composantes horizontale et verticale de la position initiale en mètres,

v_{0x}, v_{0y} sont les composantes horizontale et verticale de la vitesse initiale en mètres par seconde,

g est l'accélération de la gravité (9,8 m/s^2)

et t est le temps en secondes.

10. Un projectile est lancé verticalement vers le haut à une vitesse de 20 m/s et tombe dans un ravin de 10 m de profondeur.

a) Combien de temps après son départ le projectile atteint-il la hauteur de 10 m au-dessus du sol au niveau de départ ?

b) Combien de temps après son départ le projectile atteint-il une seconde fois (en redescendant) la hauteur de 10 m au-dessus du sol au niveau de départ ?

c) Combien de temps après son départ le projectile atteint-il le fond du ravin ?

11. Un ballon roule sur un toit incliné et tombe au sol à une distance de 4,9 m du mur. Le ballon tombe du toit en 0,7 s. Le toit est à une hauteur de 4,9 m.

a) Quelle est la grandeur de la vitesse initiale du ballon lorsqu'il quitte le toit ?

b) Quelle est l'inclinaison du toit ?

12. Un obus est tiré du sommet d'une colline de 600 m avec une vitesse de 300 m/s dans une direction à 30° au-dessus de l'horizontale. L'obus retombe dans la plaine (horizontale) qui entoure la colline.

a) Quelle est la grandeur de la vitesse d'impact de l'obus dans la plaine ?

b) Quelle est la direction de l'obus (par rapport à l'horizontale) lors de l'impact dans la plaine ?

Trajectoire parabolique

Un projectile en mouvement dans un plan verticale décrit une trajectoire parabolique donnée par

$$y = \left(tg\ \theta_0 \right) x - \frac{g}{2\left(v_0 \ \cos\ \theta \right)^2}\ x^2$$

ù $x\,,y$ sont les coordonnées horizontale et verticales de la trajectoire parabolique en mètres,
v_0 est la grandeur de la vitesse initiale en mètres par seconde
θ_0 est la direction de la vitesse initiale en degrés
et g est l'accélération de la gravité (9,8 m/s^2).

Il y a quelques résultats à retenir pour le mouvement d'un projectile dans un plan vertical. Pour un projectile lancé avec une vitesse initiale v_0 à l'angle θ_0 au-dessus de l'horizontale, on peut calculer la hauteur maximale, le temps de vol et la portée. La hauteur maximale est la composante verticale du déplacement entre le point de départ et le sommet de la trajectoire. Le temps de vol est l'intervalle de temps entre le départ et l'impact au sol. La portée est la composante horizontale du déplacement entre le point de départ et le point d'impact au sol. Le temps de vol et la porté dépendent de la position verticale finale du point d'impact. Si le point d'impact au sol possède la même coordonnée verticale de position que le point de départ, on a

$$\begin{cases} h_{max} = \dfrac{v_{0y}^2}{2g} = \dfrac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} \\ t_{vol} = \dfrac{2\,v_{0y}}{g} = \dfrac{2\,v_0 \sin \theta_0}{g} \\ \Delta x_{impact} = \dfrac{2\,v_{0x}\,v_{0y}}{g} = \dfrac{v_0^2 \sin 2\,\theta_0}{g} \end{cases}$$

où $h_{\max}$ est la hauteur maximale en mètres,
t_{vol} est le temps de vol en secondes,
Δx_{impact} est la portée en mètres,
$v_{0x}\,, v_{0y}$ sont les composantes horizontale et verticale de la vitesse initiale en mètres par seconde,
v_0 est la grandeur de la vitesse initiale en mètres par seconde,
θ_0 est la direction de la vitesse initiale en degrés
et g est l'accélération de la gravité (9,8 m/s^2).

Pour compléter, ajoutons pour la vitesse initiale que

$$\begin{cases} v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} \\ \theta_0 = \arctan \dfrac{v_{0y}}{v_{0x}} \end{cases}$$

où v_0 est la grandeur de la vitesse initiale en mètres par seconde,
θ_0 est la direction de la vitesse initiale en degrés
et v_{0x} , v_{0y} sont les composantes horizontale et verticale de la vitesse initiale en mètres par seconde.

13. Un projectile est lancé depuis le sol à 10 m/s dans une direction à 60° au-dessus de l'horizontale. Le sol est plat sur de grandes distances.

a) À quelle hauteur le projectile monte-t-il ?

b) À quelle distance le projectile retombe-t-il du point d'où il a été lancé ?

c) Combien de temps y a-t-il entre l'instant où le projectile a été lancé et l'instant où le projectile frappe le sol ?

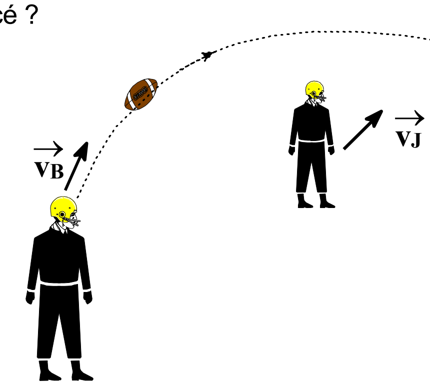
14. Un projectile est lancé en l'air depuis le sol. Il atteint une hauteur maximale de 30 m et retombe au sol à une distance de 40 m sur un sol au même niveau.

a) Combien de temps y a-t-il entre l'instant où le projectile a été lancé et l'instant où le projectile frappe le sol ?

b) À quelle vitesse le projectile a-t-il été lancé ?

c) À quel angle au-dessus de l'horizontale le projectile a-t-il été lancé ?

15. **Un joueur de football immobile lance un ballon à son coéquipier situé devant lui. Lorsque le ballon est lancé, le receveur se trouve à 20 m devant le lanceur et il court s'éloignant devant le lanceur avant de recevoir le ballon.**



a) Si le ballon est lancé à 30° et demeure en vol durant 2 s, à quelle vitesse le ballon a-t-il été lancé ?

b) Si le ballon est lancé à 30° et demeure en vol durant 2 s, à quelle vitesse doit courir le receveur sachant qu'il reçoit le ballon en courant ?

c) Si le ballon était lancé à 25 m/s et à 30°, à quelle vitesse devrait courir le receveur sachant qu'il reçoit le ballon en courant ?

Note : Le temps de vol n'est plus de 2 s.

Solutions

1. a) 5,29 m b) 120,9°
2. a) 4,33 m b) 60°
3. a) 320 m b) 32,2°
4. a) 8 m/s b) 300°
5. a) 53,9 km/h b) 91,8°
6. a) 1 m/s^2 b) 225°
7. a) $0,3\cdot\pi$ rad/s b) $3\cdot\pi$ m/s c) $1,5\cdot\pi$ m/s d) 0 m/s e) $0,9\cdot\pi^2$ m/s^2
8. a) $300\cdot\pi$ rad/s^2 b) 3 tours
9. a) 5 m/s^2 b) 25 rad/s
10. a) 0,583 s b) 3,498 s c) 4,53 s
11. a) 7,85 m/s b) 27°
12. a) 319 m/s b) -35°
13. a) 3,82 m b) 8,83 m c) 1,8 s
14. a) 4,95 s b) 25,56 m/s c) 71,6°
15. a) 19,6 m/s b) 6,97 m/s c) 13,8 m/s