جامعة العربي بن مهيدي - أم البواقي
قسم الفيزياء
السنة الأولى **LMD_SM**
www.geocities.com/nouiri_kader

المادة: Phys1
التاريخ: 07 فيفري 2009
المدة: ساعة ونصف

الاختبار الكتابي

تمرين 1: (8 نقاط)

تعطى الإحداثيات القطبية لجسم متحرك على الشكل التالي: $\rho = \theta + \sin\theta$ و $\theta = \omega t$
ω ثابت

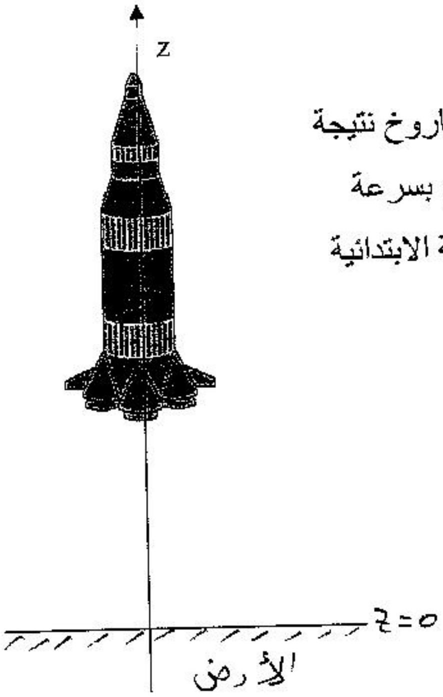
- أحسب شعاع وطويلة السرعة
- ارسم مسار الحركة في المجال الزمني $0 \leq t \leq \frac{2\pi}{\omega}$ وحدد بوضوح نقاط التقاطع مع المحاور الكارتيزية.

تمرين 2 : (4 نقاط)

تعطى كمية الحركة لجسم متحرك كتلته $m = 1\,kg$ بالعبارة التالية:

$$\vec{P} = 3e^{-t}\vec{i} - 2\cos t\,\vec{j} - 3\sin t\,\vec{k}$$

- احسب شعاع وطويلة القوة المطبقة ثم استنتج شعاع وطويلة التسارع والسرعة بدلالة الزمن
- أجب عن السؤال نفسه وذلك في اللحظة الابتدائية .



تمرين 3: (8نقاط)

ينطلق صاروخ من سطح الأرض نحو الأعلى بكتلة ابتدائية 12 طن. يدفع الصاروخ نتيجة احتراق الوقود الذي يمثل نقصان في الكتلة يقدر بـ $120\,\frac{kg}{s}$ ويندفع للخارج بسرعة تقدر بـ $2400\,\frac{m}{s}$ نسبة للصاروخ. كتلة الوقود تمثل 80 بالمائة من الكتلة الابتدائية الإجمالية. نعتبر أن تسارع الجاذبية ثابت $g = 10\,\frac{m}{s^2}$

1- احسب قوة الدفع المطبقة على الصاروخ (تطبيق عددي)

2- احسب الزمن اللازم لاحتراق الوقود بصفة كاملة

3- احسب التسارع في لحظة الانطلاق وفي الدقيقة الأولى ثم في الدقيقة الثانية

4- اوجد سرعة الصاروخ بدلالة الزمن. ما هي أقصى سرعة يصلها الصاروخ؟

5- اوجد عبارة المسافة المقطوعة بدلالة الزمن.

يمكن الاستعانة بالتكامل التالي: $\int \ln x\,dx = x(\ln x - 1)$

بالتوفيق/ الأستاذ نويري

LMD_SM السنة الأولى جامعة العربي بن مهيدي - أم البواقي.
قسم الفيزياء

تصحيح الإختبار الكتابي

تمرين 1 :

شعاع الموضع : $\vec{OM} = \rho \vec{u_\rho} = (\theta + \sin\theta)\,\vec{u_\rho}$ (1)

شعاع السرعة : $\vec{V} = \dfrac{d\vec{OM}}{dt} = (\dot\theta + \dot\theta\cos\theta)\vec{u_\rho} + (\theta + \sin\theta)\,\dot\theta\,\vec{u_\theta}$

$\theta = \omega t \Rightarrow \dot\theta = \omega \Rightarrow \vec{V} = \omega(1+\cos\theta)\vec{u_\rho} + \omega(\theta + \sin\theta)\vec{u_\theta}$ (2)

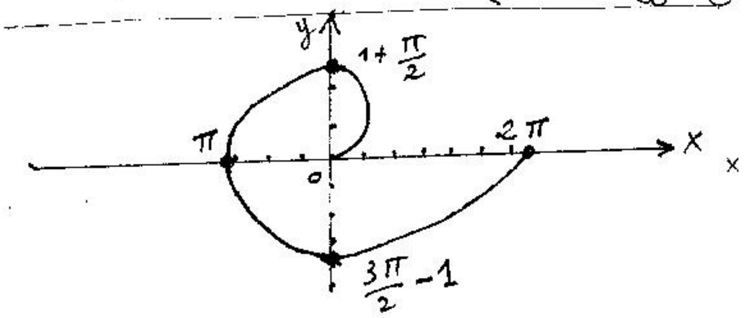
طويلة السرعة : $|\vec{V}| = \sqrt{\omega^2(1+\cos\theta)^2 + \omega^2(\theta+\sin\theta)^2}$

$|\vec{V}| = \omega\sqrt{1 + 2\cos\theta + \theta^2 + 2\theta\sin\theta + \underbrace{\cos^2\theta + \sin^2\theta}_{1}}$

$|\vec{V}| = \omega\sqrt{2(1+\cos\theta+\theta\sin\theta) + \theta^2}$ (1)

- المسار في المجال $0 \leq t \leq \frac{2\pi}{\omega}$ أي $0 < \theta < 2\pi$

(4)



تمرين 2 :

- القوة : $\vec{F} = \dfrac{d\vec{P}}{dt} = -3e^{-t}\vec{i} + 2\sin t\,\vec{j} - 3\cos t\,\vec{k}$

- طويلة القوة : $|\vec{F}| = \sqrt{9e^{-2t} + 4\sin^2 t + 9\cos^2 t}$ (N)

- التسارع : $\vec{\gamma} = \dfrac{\vec{F}}{m} = -3e^{-t}\vec{i} + 2\sin t\,\vec{j} - 3\cos t\,\vec{k}$

- طويلة التسارع : $|\vec{\gamma}| = \sqrt{9e^{-2t} + 4\sin^2 t + 9\cos^2 t}$ (m/s^2)

- السرعة : $\vec{V} = \dfrac{\vec{P}}{m} = 3e^{-t}\vec{i} - 2\cos t\,\vec{j} - 3\sin t\,\vec{k}$

- طويلة السرعة : $|\vec{V}| = \sqrt{9e^{-2t} + 4\cos^2 t + 9\sin^2 t}$ (m/s)

(2)

- في اللحظة الابتدائية أي عندما $t=0$:

9

القوة: $\vec{F} = -3\vec{i} - 3\vec{k}$ ، $|\vec{F}| = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}\ N$

التسارع: $\vec{\gamma} = -3\vec{i} - 3\vec{k}$ ، $|\vec{\gamma}| = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}\ m/s^2$

السرعة: $\vec{V} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ ، $|\vec{V}| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}\ m/s$

تمرين 3 : لدينا : $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt}$

حركة الصاروخ مستقيمة أي :

$$-mg = m\frac{dv}{dt} - u\frac{dm}{dt}$$

1 - قوة الدفع المطبقة على الصاروخ يمثلها الحد الثاني أي :

1

$$f = u\frac{dm}{dt} = 2400 \times 120 = 288000\ N$$

2 - الزمن اللازم لاحتراق الوقود كاملا :

1

$$t_g = \frac{\text{كتلة الوقود}}{\text{سرعة الاحتراق}} = \frac{0.80 \times m_0}{120} = \frac{0.80 \cdot 12000}{120} = 80\ s$$

3 - حساب التسارع :

من المعادلة أعلاه التي تمثل المبدأ الأساسي للتحريك لدينا

$$f - mg = m\gamma \Rightarrow \boxed{\gamma = \frac{f}{m} - g}$$

m تمثل الكتلة في أية لحظة وتكتب على الشكل $\boxed{m = m_0 - \mu t}$

حيث : μ هي سرعة الإحتراق (النقصان في الكتلة).

وبالتالي :

1

$$\boxed{\gamma = \frac{f}{m_0 - \mu t} - g} \longrightarrow \text{من أجل } 0 \le t \le t_g$$

هذه العبارة لـ γ صالحة فقط قبل $t = t_g$

- أما من أجل $t > t_g$ فإن $f=0$ وبالتالي:

(1) $$\boxed{\gamma = -g}$$

- γ عند الإنطلاق $(t=0)$:

$$\gamma_0 = \frac{f}{m_0} - g$$

(01) $$\gamma_0 = \frac{288000}{12000} - 10 = 14 \frac{m}{s^2}$$ (حركة متسارعة)

- γ عند الدقيقة الأولى $(t=60)$:

$$\gamma_1 = \frac{f}{m_0 - \mu t} - g$$

(01) $$\gamma_1 = \frac{288000}{12000 - 120 \cdot 60} - 10 = 50 \frac{m}{s^2}$$ (حركة متسارعة)

- γ عند الدقيقة الثانية $(t = 120\,s)$: هنا الزمن أكبر من t_g $(80\,s)$

وبالتالي : (01) $\gamma = -g = -10 \ m/s^2$ (حركة متباطئة)

4 - <u>حساب السرعة</u> :

$$V = \int \gamma\, dt = \int \left(\frac{f}{m_0 - \mu t} - g\right) dt$$

$$V = -\frac{f}{\mu} \int \frac{-\mu dt}{m_0 - \mu t} - g \int dt$$

$$V = -\frac{f}{\mu} \ln(m_0 - \mu t) - gt + C$$

C : ثابت يحدد من الشروط الإبتدائية، أي عندما $t=0$ تكون $V=0$

$$\Rightarrow \quad 0 = -\frac{f}{\mu} \ln m_0 + C \Rightarrow \boxed{C = \frac{f}{\mu} \ln m_0}$$

ومنه (1) $$\boxed{V = -gt + \frac{f}{\mu} \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t}}$$

- أقصى سرعة يصلها الصاروخ هي عند $t = t_g$ أي عند نفاذ الوقود

$$V_{max} = -g(80) + \frac{288000}{120} \ln \frac{12000}{12000 - 120\cdot 80}$$

$$= -800 + 2400 \ln 5 = 3063 \ \frac{m}{s}$$

0,5

5 - حساب المسافة z بدلالة الزمن :

$$z = \int v \, dt$$

- في المجال $0 \le t \le t_g$ لدينا :

$$z = \int \left(-gt + \frac{f}{\mu} \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t}\right) dt$$

$$z = -\frac{1}{2} g t^2 + \int \frac{f}{\mu} \ln m_0 \, dt - \frac{f}{\mu} \int \ln (m_0 - \mu t) \, dt$$

نضرب و نقسم الحد الثالث بـ μ فنحصل على :

$$z = -\frac{1}{2} g t^2 + \left(\frac{f}{\mu} \ln m_0\right) t + \frac{f}{\mu^2} \int \ln \underbrace{(m_0 - \mu t)}_{x} \underbrace{(-\mu \, dt)}_{dx}$$

نلاحظ أن الحد الثالث من الشكل $\int \ln x \, dx$ و هذا النوع من التكامل هو : $\int \ln x \, dx = x(\ln x - 1)$, منه

$$z = -\frac{1}{2} g t^2 + \left(\frac{f}{\mu} \ln m_0\right) t + \frac{f}{\mu^2} (m_0 - \mu t) \left[\ln (m_0 - \mu t) - 1\right] + C$$

C ثابت يحدد من الشروط الابتدائية حيث عندما $t = 0$ يكون $z = 0$ و منه

$$C = -\frac{f m_0}{\mu^2} \left[\ln m_0 - 1\right]$$

0,5

و أخير نصيح عبارة z على الشكل :

$$\boxed{z = -\frac{1}{2} g t^2 + \left(\frac{f}{\mu} \ln m_0\right) t + \frac{f}{\mu^2} (m_0 - \mu t) \left[\ln (m_0 - \mu t) - 1\right] - \frac{f m_0}{\mu^2} \left[\ln m_0 - 1\right]}$$

عندما ينفذ الوقود كلية أي عندما $t = t_g$ يكون الصاروخ قد بلغ الارتفاع z_m الذي يساوي

$$z_m = -\frac{1}{2} g t_g^2 + \left(\frac{f}{\mu} \ln m_0\right) t_g + \frac{f}{\mu^2}(m_0 - \mu t_g)\left[\ln(m_0 - \mu t_g) - 1\right] - \frac{f m_0}{\mu^2}\left[\ln m_0 - 1\right]$$

- المرحلة ما بعد نفاذ الوقود أي بعد $t > t_g$

هنا التسارع $\gamma = -g$ أي حركة متباطئة بانتظام

السرعة : $\boxed{v = -g(t - t_g) + v_{max}}$

المسافة : $\boxed{z = -\frac{1}{2} g (t - t_g)^2 + v_{max}(t - t_g) + z_m}$

01