

Nicolás Ramírez Calderón  
257084

### 7.25.

Consider the following alternative to this chapter's powerOf2 algorithm:

```
public static long otherPowerOf2( int n)
{
  if (n > 0)
  {
    Long lowerPower = otherPowerOf2( n-1);
    return lowerPower + lowerPower;
  }
  else
  {
    return 1;
  }
}
```

Estimate the execution time of this algorithm.

#### R//

La función otherPowerOf2 para un entero n dado se ejecuta n+1 veces, y las instrucciones return se ejecutan un numero similar de veces, nótese que se realizan 2 instrucciones dentro del if, mientras que solo 1 dentro del else, así se tiene  $2n+1$  como el tiempo  $T(n)$ , para un n cualquiera para el que se ejecute otherPowerOf2. Un análisis más detallado se encuentra en el siguiente punto.

### 7.26.

Read the analysis of powerOf2's execution time, counting:

1. The  $n > 0$  comparisons as well as the additions.
2. The  $n > 0$  comparisons and the subtractions as well the additions.

Do these more complete analyses still suggest execution times more or less proportional to  $2n$ , or do the times become even worse?

#### R//

La función otherPowerOf2 para un entero n dado se ejecuta n+1 veces, y las instrucciones return se ejecutan un numero similar de veces, nótese que además de la instrucción return se ejecuta una suma en la misma instrucción y que para cada llamado a la función se realiza un decremento de n y una asignación, por tanto considere que cada línea de la forma `return lowerPower + lowerPower` consume 2 unidades de tiempo y que cada línea de la forma `long lowerPower=otherPowerOf2 (n-1);` consume 3 unidades de tiempo.

También considere que la evaluación de un if consume dos unidades de tiempo (una mientras se evalúa la expresión, y otra mientras se hace el jump a la instrucción adecuada o simplemente a la siguiente línea). Así se tiene.

```

public static long otherPowerOf2( int n) ..... 1
{
  if (n > 0) ..... 2
  {
    Long lowerPower = otherPowerOf2( n-1);..... 3
    return lowerPower + lowerPower;..... 2
  }
  else
  {
    return 1;..... 1
  }
}

```

La función se llama n+1 veces pero solo una vez se llama sin decremento, ni asignación, así se tiene 1, el bloque del primer if se ejecuta n veces se tiene (2+3+2)n la línea al interior del else se ejecuta 1 sola vez.

Finalmente el tiempo según estas estimaciones es:

$$T(n)=1+7n+1=7n+2$$

La función no es del orden  $2n$ , un argumento claro en contra de esto es que la función se llama n+1 veces, y los tiempos de ejecución de las líneas dentro de la función son en el peor de los casos, constantes (son operaciones simples, sin llamadas a funciones, o instrucciones for, etc.) así el orden de la función es  $O(n)$ , que esta muy por debajo de  $2n$ .

### 7.27.

What function of x does the following algorithm compute (assume x is a natural number)?

```

public static int mystery( int x)
{
  if (x > 0)
  {
    return mystery ( x-1) + 2* x - 1;
  }
  else
  {
    return 0;
  }
}

```

Para un  $n$  dado se hace la operación  $2^n - 1$ , y a eso se le suma el resultado de  $\text{mystery}(n-1)$ , que es  $2^{n-1} - 1$ , sumado con  $\text{mystery}(n-2)$  que de nuevo es  $2^{n-2} - 1$ , se tiene:

$$2^n - 1 + 2^{n-1} - 1 + 2^{n-2} - 1 \dots$$

Finalmente cuando  $x=0$  se devuelve 0, convirtiendo a  $\text{mystery}$  en:

$$\sum_0^n 2n - 1 = 2 \sum_0^n n - n = 2 \frac{n(n+1)}{2} - n = n^2 + n - n = n^2$$