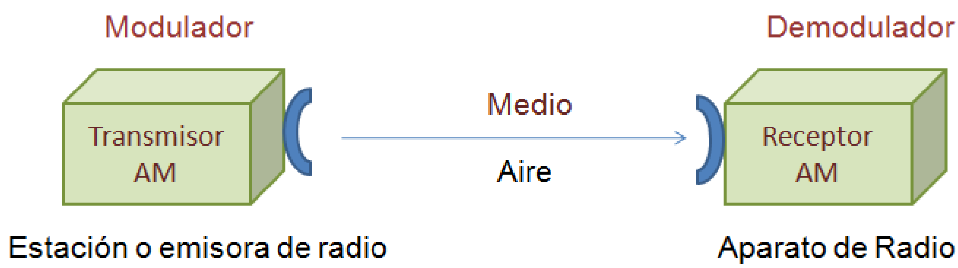
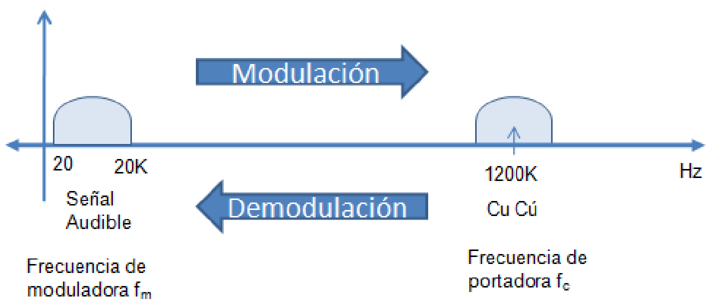
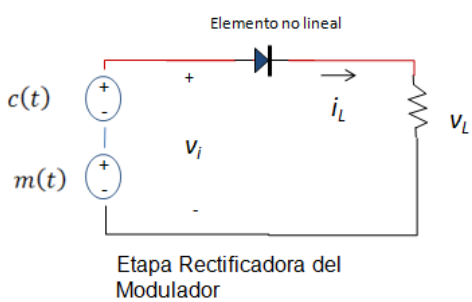
Modulación en amplitud (AM)

Sistema de Transmisión AM





Modulador:

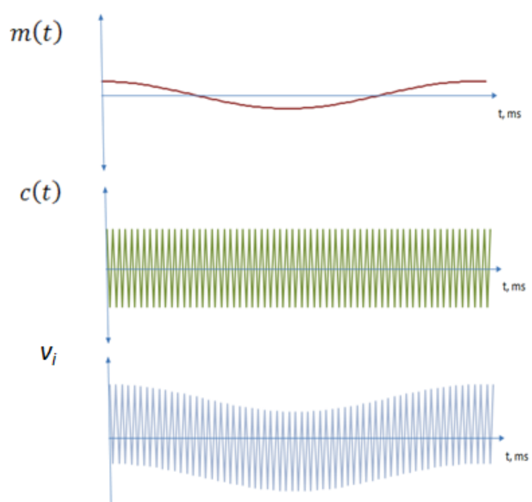


$$m(t) = A_m \cos \omega_m t \qquad \omega_m = 2\pi f_m \quad moduladora$$

$$c(t) = A_c \cos \omega_c t \qquad \omega_c = 2\pi f_c \quad portadora$$

$$V_i(t) = m(t) + c(t) = A_m \cos \omega_m t + A_c \cos \omega_c t$$

$$\omega_c \gg \omega_m$$

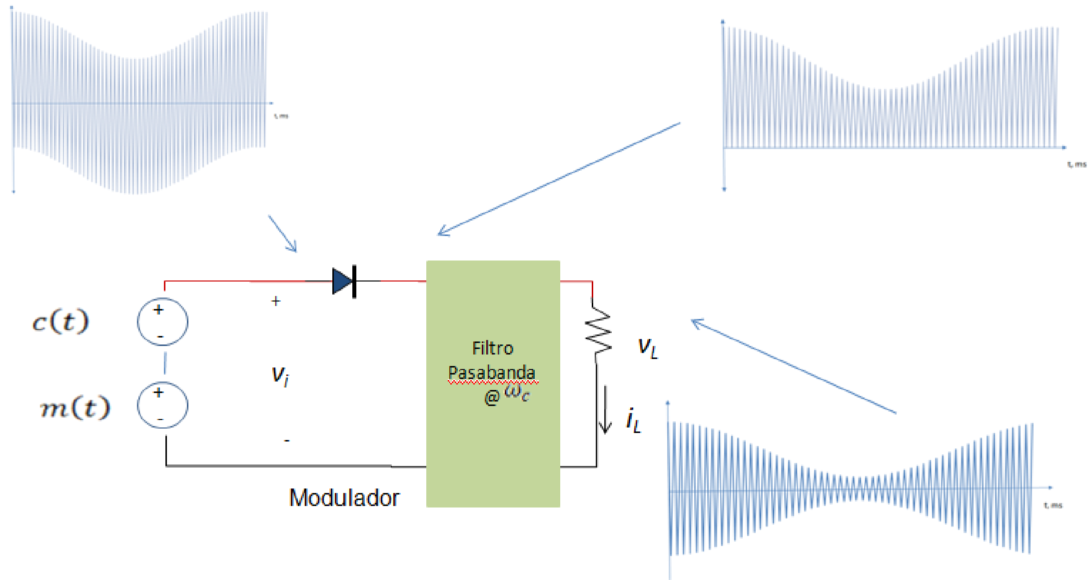


La forma de onda de la portadora es alterada (modulada) por m(t)

$$V_i(t) = m(t) + c(t) = A_m \cos \omega_m t + A_c \cos \omega_c t$$

$$\omega_c \gg \omega_m$$

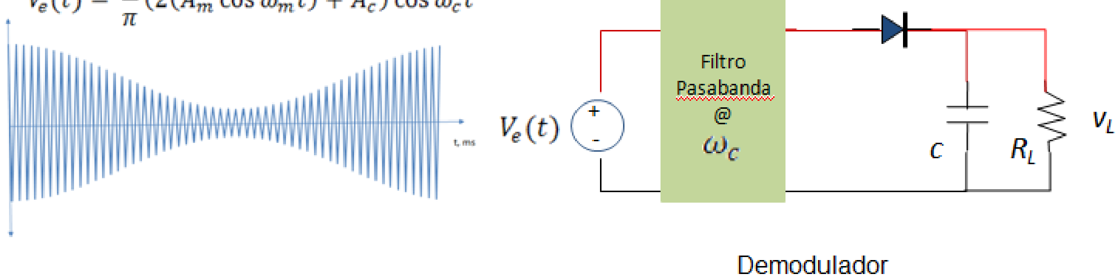
$$V_L(t) = \begin{cases} A_m \cos \omega_m t + A_c \cos \omega_c t & \cos \omega_c t > 0 \\ 0 & \cos \omega_c t < 0 \end{cases}$$

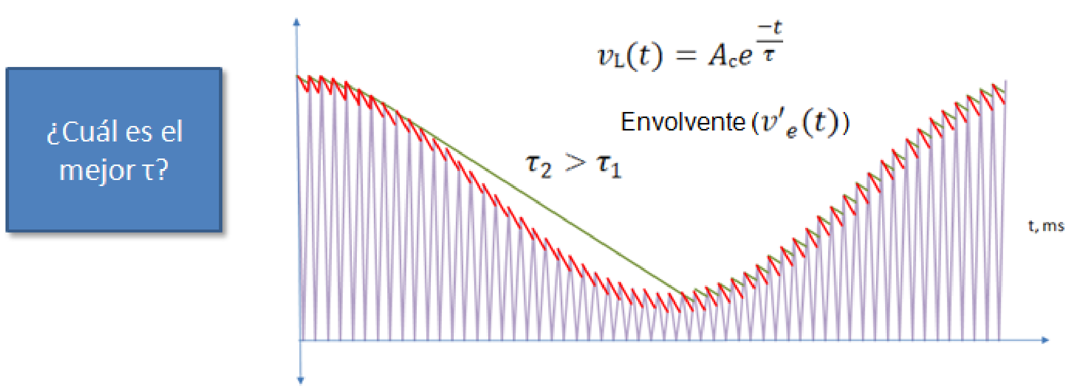


$$V_e(t) = \frac{1}{\pi}(2(A_m \cos \omega_m t) + A_c) \cos \omega_c t$$

Demodulador

$$V_e(t) = \frac{1}{\pi}(2(A_m \cos \omega_m t) + A_c) \cos \omega_c t$$





Para que v_L siga la envolvente Ve, la tensión del condensador debe se capaz de variar una cantidad igual a la máxima variación de Ve en el intervalo de tiempo necesario para que la portadora complete un ciclo

$$\Delta v_{\mathrm{L}}(t) = \left|\frac{dv'_e(t)}{dt}\right|_{máx}$$

$$v_{\mathrm{L}}(t) = A_{\mathrm{c}} e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$t = T_c$$

$$v_{\mathrm{L}}(t) = A_{\mathrm{c}} e^{\frac{-T_c}{\tau}}$$

$$e^{-x} \approx 1 - x \; (x \ll 1)$$

$$v_{\mathrm{L}}(t) \approx A_{\mathrm{c}}(1 - \frac{T_c}{\tau})$$

$$\Delta v_{\mathrm{L}}(t) \approx A_{\mathrm{c}} \frac{T_c}{\tau}$$

$$v'_e(t) = \frac{1}{\pi}(2(A_m \cos \omega_m t) + A_c)$$

$$\frac{dv'_e(t)}{dt} = -\frac{2}{\pi} \omega_m A_m \operatorname{sen} \omega_m t$$

$$\left|\frac{dv'_e(t)}{dt}\right|_{máx} = \frac{2}{\pi} \omega_m A_m$$

$$\frac{\Delta v'_e(t)}{\Delta t} = \frac{2}{\pi} \omega_m A_m$$

$$\Delta t = T_c$$

$$\Delta v'_e(t) = \frac{2}{\pi} T_c \omega_m A_m$$

$$A_{\mathrm{c}} \frac{T_c}{\tau} = \frac{2}{\pi} T_c \omega_m A_m$$

$$\tau = \frac{A_{\mathrm{c}}}{4 A_m f_m}$$

¿Cuál sería el valor de τ para una señal de voz con una razón del 35% entre la moduladora y la portadora?

Anexo 1:

Solución de representación en series de Fourier

Representación en series de Fourier

$f(t) = \frac{a_0}{T} + \frac{2}{T}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos\omega_n t + b_n \operatorname{sen}\omega_n t) \qquad \omega_n = \frac{2\pi n}{T}$

$$a_n = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\cos\omega_n t\, dt \qquad n = 0,1,2,3,\dots$$

$$b_n = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\operatorname{sen}\omega_n t\, dt \qquad n = 1,2,3,\dots$$

<u>Consideraciones:</u>

Por ser un coseno (función par con respecto al eje *y*) solamente necesitamos calcular el coeficiente a_n ya que $b_n = 0$.

Integramos de $-\frac{T_c}{4}$ a $\frac{T_c}{4}$ ya que en el resto del periodo la función es 0 (por la rectificación).

Para simplificar el análisis vamos a suponer que la variación de $m(t)$ es muy pequeña alterando únicamente la amplitud de la portadora y para los efectos lo tomamos como si fuera una constante (ya que su valor es diferente con cada periodo de la portadora):

$$a_n = \int_{-\frac{T_c}{4}}^{\frac{T_c}{4}} (m(t) + A_c\cos\omega_c t\,)\cos n\omega_c t\, dt$$

$$a_n = \int_{-\frac{T_c}{4}}^{\frac{T_c}{4}} (m(t)\cos n\omega_c t + A_c\cos\omega_c t\cos n\omega_c t\,)\, dt$$

$$a_n = \int_{-\frac{T_c}{4}}^{\frac{T_c}{4}} \left(\mathrm{m(t)}\cos \mathrm{n\omega_c t} + \frac{A_c}{2}\cos(n+1)\omega_c t + \frac{A_c}{2}\cos(n-1)\omega_c t\right) dt$$

$$a_n = \left(\frac{\mathrm{m(t)}}{\mathrm{n\omega_c}}\operatorname{sen}\mathrm{n\omega_c}\frac{T_c}{4} + \frac{A_c}{2(n+1)\omega_c}\operatorname{sen}(n+1)\frac{\pi}{2} + \frac{A_c}{2(n-1)\omega_c}\operatorname{sen}(n-1)\frac{\pi}{2}\right)$$
$$- \left(-\frac{\mathrm{m(t)}}{\mathrm{n\omega_c}}\operatorname{sen}\mathrm{n\omega_c}\frac{T_c}{4} - \frac{A_c}{2(n+1)\omega_c}\operatorname{sen}(n+1)\frac{\pi}{2}\right.$$
$$\left. - \frac{A_c}{2(n-1)\omega_c}\operatorname{sen}(n-1)\frac{\pi}{2}\right)$$

$$a_n = \left(\frac{2\mathrm{m(t)}}{\mathrm{n}\omega_\mathrm{c}}\operatorname{sen}\mathrm{n}\frac{\pi}{2} + \frac{A_c}{(n+1)\omega_c}\operatorname{sen}(n+1)\frac{\pi}{2} + \frac{A_c}{(n-1)\omega_c}\operatorname{sen}(n-1)\frac{\pi}{2}\right)$$

La solución será:

$$V_L(t) = \frac{a_0}{T} + \frac{2}{T}\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\omega_n t$$

$$a_0 = \frac{A_c}{\pi}\,T$$

$$a_n = \left(\frac{2\mathrm{m(t)}}{\mathrm{n}\omega_\mathrm{c}}\operatorname{sen}\mathrm{n}\frac{\pi}{2} + \frac{A_c}{(n+1)\omega_c}\operatorname{sen}(n+1)\frac{\pi}{2} + \frac{A_c}{(n-1)\omega_c}\operatorname{sen}(n-1)\frac{\pi}{2}\right)$$

La señal rectificada se puede representar en el dominio de la frecuencia como:

$$V_L(t) = \frac{A_c}{\pi} + \frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2\mathrm{m(t)}}{\mathrm{n}}\operatorname{sen}\mathrm{n}\frac{\pi}{2} + \frac{A_c}{(n+1)}\operatorname{sen}(n+1)\frac{\pi}{2} + \frac{A_c}{(n-1)}\operatorname{sen}(n-1)\frac{\pi}{2}\right)\cos\omega_n t$$

Para ser transmitida en AM esta señal se pasa primero por un filtro pasa banda que solamente deja pasar el componente de frecuencia a ω_c ($n = 1$):

Recordemos que $\lim_{x\to 0}\frac{senx}{x} = 1$

La señal modulada y transmitida será:

$$V_e(t) = \frac{1}{\pi}(2\mathrm{m(t)} + A_c)\cos\omega_c t$$

$$V_e(t) = A'_c(t)\cos\omega_c t$$

$$A'_c(t) = \frac{1}{\pi}(2\mathrm{m(t)} + A_c)$$

Observe que la amplitud de la señal transmitida varia (es modulada) conforme a los valores que toma la moduladora $\mathrm{m(t)}$

Si $\mathrm{m(t)} = A_m \cos \omega_m t$

$$V_e(t) = \frac{1}{\pi}(2(A_m \cos \omega_m t) + A_c) \cos \omega_c t$$