

**GUÍA N°3 DE ÁLGEBRA- PEP 1**  
**sección B-07**

**Profesores: Luis M. Riquelme Q.      Felipe A. López B.**  
**Ayudante: Felipe E. Paredes G.**

Domingo 10 de Mayo de 2009

---

1. En el desarrollo binomial  $\left(x^3 - \frac{3}{x^7}\right)^9$ 
  - a) Determine el o los términos centrales.
  - b) Determine el coeficiente del quinto término.
  - c) Determine, si es que existe, el término independiente de  $x$ .
  - d) Determine, si es que existe, el término que contiene a  $x^4$ .
2. En el desarrollo binomial  $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + x^4\right)^n$ 
  - a) Determine el o los términos centrales.
  - b) Determine el coeficiente del quinto término.
  - c) Determine, si es que existe, el término independiente de  $x$ .
  - d) Determine, si es que existe, el término que contiene a  $x^4$ .
3. En el desarrollo binomial  $(x^3 - 2x)(x^2 + 3x)^8$ , determine, si es que existe, el término independiente de  $x$ .
4. En el desarrollo binomial:  $(x^{-3} - 2x)(x^2 + 3x^{-1})^n$ , determine bajo que condiciones del valor de  $n$  existe un término independiente de  $x$ .
5. Considere el desarrollo binomial:  $(2 + x^2)^n$  ¿ Es posible imponer condiciones sobre  $n$  tal que los tres primeros coeficientes estén en P.G?
6. Determine las soluciones de la ecuación:
  - a)  $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$  si estas están en P.G.
  - b)  $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$  si estas están en P.A.
7. Demuestre, usando teorema del binomio, que  $\sum_{j=0}^L \binom{n}{L-j} \binom{m}{j} = \binom{n+m}{L}$

8. Considere  $f_n(x; p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ ,  $x \in \{0, 1, \dots, n\}$ ,  $0 < p < 1$  y  $n \in \mathbb{N}_0$  constantes fijas. Muestre que:

a)  $\sum_{x=0}^n f_n(x; p) = 1.$

b)  $\sum_{x=0}^n x f_n(x; p) = np.$

c)  $\sum_{y=0}^z f_n(z-y; p) f_m(y; p) = f_{n+m}(z; p).$

9. Determine  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f_k$ , donde

- a)  $f_k$  es una progresión aritmética de primer término 5 y diferencia 4.  
 b)  $f_k$  es una progresión aritmética de cuarto término 9 y sexto término 21.  
 c)  $f_k$  es una progresión aritmética tal que la suma de sus tres primeros términos es 21 y cuyo octavo término es 25.  
 d)  $f_k$  es una progresión geométrica de primer término 5 y razón 2.  
 e)  $f_k$  es una progresión geométrica de cuarto término 108 y sexto término 972.  
 f)  $f_k$  es una progresión aritmética tal que la suma de sus tres primeros términos es 7 y cuyo octavo término es 128.  
 g)  $f_k$  es una progresión aritmética de término inicial  $a_1$  y diferencia  $d$ .  
 h)  $f_k$  es una progresión geométrica de término inicial  $a_1$  y razón  $r$ .

10. Sean  $A = \{a_1, \dots, a_4\}$ ,  $B = \{b_1, \dots, b_4\}$ ,  $C = \{c_1, \dots, c_4\}$  tres progresiones aritméticas, y denote por  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  sus respectivas diferencias. Determine cada una de estas progresiones, usando que:

- El primer término de  $A$  es 3 y el segundo 8.
- El segundo término de  $B$  es 11 y la suma de sus términos es 64.
- Las diferencias  $\{\alpha, \beta, \gamma\}$  están en P.G.
- En  $C$ , el primer término sumado al tercer término es igual al segundo término.

11. Considere el desarrollo:  $\left(\frac{1}{x^2} + x + x^2\right)^{36}$

- a) Determine, si es que existe, el término independiente de  $x$ .  
 b) Determine, si es que existe, el término que contiene  $x$ .  
 c) Determine, si es que existe, el término que contiene  $x^{12}$ .