



**PEMBAHASAN SOAL UAS**  
**MATEMATIKA SMA IPA**  
**TAHUN PELAJARAN 2011/2012**



PUSAT PENGEMBANGAN PEMBERDAYAAN  
PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA  
KEMENTERIAN PENDIDIKAN NASIONAL  
2012

# **PEMBAHASAN UN SMA IPA TAHUN AJARAN 2011/2012**

**OLEH:**

**SIGIT TRI GUNTORO, M.Si**

**MARFUAH, S.Si, M.T**

**REVIEWER:**

**UNTUNG TRISNA S., M.Si**

**JAKIM WIYOTO, S.Si**

1. Diketahui premis-premis berikut:  
 Premis I : Jika hari ini hujan maka saya tidak pergi.  
 Premis II : Jika saya tidak pergi maka saya nonton sepak bola.

Kesimpulan yang sah dari penarikan kedua premis tersebut adalah ...

- A. Jika hujan maka saya tidak jadi nonton sepak bola.
- B. Jika hari ini hujan maka saya nonton sepak bola.
- C. Hari hujan dan saya nonton sepak bola.
- D. Saya tidak nonton sepak bola atau hari tidak hujan.
- E. Hari tidak hujan, saya tidak pergi tetapi saya nonton sepak bola.

Alternatif penyelesaian:

Misalkan,

$p$  : hari ini hujan

$q$  : saya tidak pergi

$r$  : saya nonton sepak bola

maka

Premis I:  $p \rightarrow q$

Premis II :  $q \rightarrow r$

Kesimpulannya adalah  $p \rightarrow r$ .

Jadi jika hari ini hujan maka saya nonton sepak bola

**JAWAB : B**

2. Negasi dari pernyataan "Jika ada ujian sekolah maka semua siswa belajar dengan rajin." adalah ...

- A. Ada ujian sekolah dan semua siswa tidak belajar dengan rajin.
- B. Ada ujian sekolah dan beberapa siswa tidak belajar dengan rajin.
- C. Ada ujian sekolah dan ada siswa yang belajar dengan rajin.
- D. Tidak ada ujian sekolah dan semua siswa belajar dengan rajin.
- E. Tidak ada ujian sekolah dan beberapa siswa tidak belajar dengan rajin.

Alternatif penyelesaian:

Misalkan,

$p$  : ada ujian sekolah

$q$  : semua siswa belajar rajin

maka pernyataan "Jika ada ujian sekolah maka semua siswa belajar dengan rajin" dapat ditulis sebagai  $p \rightarrow q$ . Mengingat  $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$  maka diperoleh

$$\sim(\sim p \vee q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$$

Jadi negasi dari pernyataan “Jika ada ujian sekolah maka semua siswa belajar dengan rajin” adalah “Ada ujian sekolah dan beberapa siswa tidak belajar dengan rajin”

**JAWAB: B**

3. Diketahui  $a = 4$ ,  $b = 2$ , dan  $c = \frac{1}{2}$ . Nilai  $(a^{-1})^2 \times \frac{b^4}{c^{-3}} = \dots$

- A.  $\frac{1}{2}$
- B.  $\frac{1}{4}$
- C.  $\frac{1}{8}$
- D.  $\frac{1}{16}$
- E.  $\frac{1}{32}$

Alternatif penyelesaian:

$$(a^{-1})^2 \times \frac{b^4}{c^{-3}} = a^{-2} \times b^4 \times c^3$$

$$= 4^{-2} \times 2^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$= 2^{-4} \times 2^4 \times 2^{-3}$$

$$= 2^{-3}$$

$$= \frac{1}{8}$$

**JAWAB: C**

4. Bentuk sederhana dari  $\frac{\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \dots$

- A.  $-4 - 3\sqrt{6}$
- B.  $-4 - \sqrt{6}$
- C.  $-4 + \sqrt{6}$
- D.  $4 - \sqrt{6}$
- E.  $4 + \sqrt{6}$

Alternatif penyelesaian:

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \\ &= \frac{2-2\sqrt{6}+\sqrt{6}-6}{2-3} \\ &= 4+\sqrt{6}\end{aligned}$$

**JAWAB: E**

5. Diketahui  ${}^2\log 3 = x$  dan  ${}^2\log 10 = y$ . Nilai  ${}^6\log 120 = \dots$

- A.  $\frac{x+y+2}{x+1}$
- B.  $\frac{x+1}{x+y+2}$
- C.  $\frac{x}{xy+2}$
- D.  $\frac{xy+2}{x}$
- E.  $\frac{2xy}{x+1}$

Alternatif penyelesaian:

$$\begin{aligned}{}^6\log 120 &= \frac{{}^2\log 120}{{}^2\log 6} \\ &= \frac{{}^2\log 3 \cdot 10 \cdot 4}{{}^2\log 3 \cdot 2} \\ &= \frac{{}^2\log 3 + {}^2\log 10 + {}^2\log 4}{{}^2\log 3 + {}^2\log 2} \\ &= \frac{x+y+2}{x+1}\end{aligned}$$

**JAWAB: A**

6. Persamaan kuadrat  $x^2 + 4px + 4 = 0$  mempunyai akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$ . Jika  $x_1x_2^2 + x_1^2x_2 = 32$  maka nilai  $p = \dots$

- A. -4
- B. -2
- C. 2
- D. 4
- E. 8

Alternatif penyelesaian:

Karena  $x_1$  dan  $x_2$  akar-akar persamaan  $x^2 + 4px + 4 = 0$  maka  $x_1 + x_2 = -4p$  dan  $x_1x_2 = 4$

Dengan mengingat hasil diatas perhatikan bahwa

$$x_1x_2^2 + x_1^2x_2 = 32$$

$$\Leftrightarrow x_1x_2(x_1 + x_2) = 32$$

$$\Leftrightarrow 4(-4p) = 32$$

Jadi  $p = -2$

**JAWAB: B**

7. Persamaan kuadrat  $2x^2 - 2(p-4)x + p = 0$  mempunyai dua akar real berbeda. Batas-batas nilai  $p$  yang memenuhi adalah ....

- A.  $p \leq 2$  atau  $p \geq 8$
- B.  $p < 2$  atau  $p > 8$
- C.  $p < -8$  atau  $p > -2$
- D.  $2 \leq p \leq 8$
- E.  $-8 \leq p \leq -2$

Alternatif penyelesaian:

Karena persamaan kuadrat mempunyai dua akar real berbeda maka Diskriminan ( $D$ ) harus memenuhi  $D > 0$ . Dari sini diperoleh  $(-2(p-4))^2 - 4.2.p > 0$ . Kemudian diselesaikan untuk variabel  $p$  sebagai berikut:

$$(-2(p-4))^2 - 4.2.p > 0$$

$$\Leftrightarrow 4(p^2 - 8p + 16) - 8p > 0$$

$$\Leftrightarrow p^2 - 10p + 16 > 0$$

$$\Leftrightarrow (p-2)(p-8) > 0$$

Didapatkan penyelesaian  $p < 2$  atau  $p > 8$

**JAWAB: B**

10. Suku banyak berderajat 3, jika dibagi  $(x^2 + x - 2)$  bersisa  $(2x - 1)$ , jika dibagi  $(x^2 + x - 3)$  bersisa  $(3x - 3)$ . Suku banyak tersebut adalah ....

- A.  $x^3 - x^2 - 2x - 3$
- B.  $x^3 - x^2 - 2x + 3$
- C.  $x^3 - x^2 + 2x + 3$
- D.  $x^3 - 2x^2 - x + 2$
- E.  $x^3 - 2x^2 + x - 2$

Alternatif penyelesaian:

Misalkan suku banyak tersebut  $P(x)$ . Berarti dipenuhi

$$\begin{aligned} P(x) &= G(x)(x^2 + x - 2) + (2x - 1) \\ &= G(x)(x - 1)(x + 2) + (2x - 1) \end{aligned} \quad (1)$$

dan

$$P(x) = H(x)(x^2 + x - 3) + (3x - 3) \quad (2)$$

dengan  $G(x)$  dan  $H(x)$  masing-masing merupakan suku banyak (polinomial) berderajat satu.

Dari (1) diperoleh

$$P(-2) = -5 \quad (3)$$

dan

$$P(1) = 1 \quad (4)$$

$$\text{Misalkan } H(x) = ax + b \quad (5)$$

maka sesuai (1), (2), (3), (4) dan (5) diperoleh

$$\begin{aligned} -5 &= P(-2) = (a(-2) + b)((-2)^2 + (-2) - 3) + 3(-2) - 3 \\ &= 2a - b - 9 \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} 1 &= P(1) = (a(1) + b)((1)^2 + (1) - 3) + 3(1) - 3 \\ &= -a - b \end{aligned}$$

selanjutnya ditulis sebagai sistem persamaan

$$2a - b = 4; a + b = -1 \quad (6)$$

Solusi dari sistem persamaan (6) adalah  $a = 1$  dan  $b = -2$

Mengingat (2) dan (5) maka diperoleh suku banyak  $P(x) = x^3 - x^2 - 2x + 3$

**JAWAB: B**

11. Diketahui fungsi  $f(x) = 2x - 3$  dan  $g(x) = x^2 + 2x - 3$ . Komposisi fungsi  $(g \circ f)(x) = \dots$
- A.  $2x^2 + 4x - 9$
  - B.  $2x^2 + 4x - 3$
  - C.  $4x^2 + 6x - 18$
  - D.  $4x^2 + 8x$
  - E.  $4x^2 - 8x$

Alternatif penyelesaian:

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\ &= g(2x - 3) \\ &= (2x - 3)^2 + 2(2x - 3) - 3 \\ &= 4x^2 - 8x\end{aligned}$$

**JAWAB: E**

12. Seorang pedagang sepeda ingin membeli 25 sepeda untuk persediaan. Ia ingin membeli sepeda gunung dengan harga Rp1.500.000,00 per buah dan sepeda balap dengan harga Rp2.000.000,00 per buah. Ia merencanakan tidak akan mengeluarkan uang lebih dari Rp42.000.000,00. Jika keuntungan sebuah sepeda gunung Rp500.000,00 dan sebuah sepeda balap Rp600.000,00, maka keuntungan maksimum yang diterima pedagang adalah ....
- A. Rp13.400.000,00
  - B. Rp12.600.000,00
  - C. Rp12.500.000,00
  - D. Rp10.400.000,00
  - E. Rp8.400.000,00

Alternatif penyelesaian:

Misalkan,

$x = \text{banyaknya sepeda gunung}$

$y = \text{banyaknya sepeda balap}$

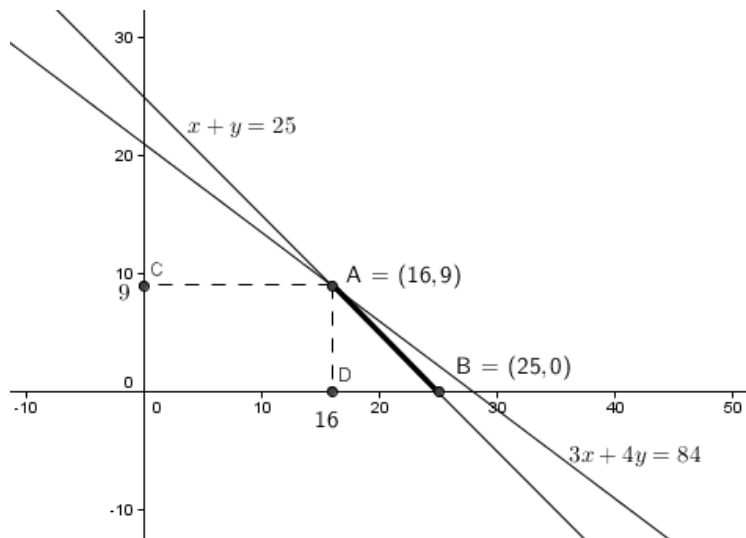
Dari permasalahan di atas dapat disusun model matematika sebagai berikut

$$x + y = 25; 1500000x + 2000000y \leq 42000000; x \geq 0; y \geq 0 \text{ yang ekuivalen dengan}$$

$$x + y = 25; 3x + 4y \leq 84; x \geq 0; y \geq 0.$$

Fungsi sasarnya adalah  $f(x,y) = 500000x + 600000y$

Karena mengharuskan  $x + y = 25$  maka daerah penyelesaiannya adalah  $\overline{AB}$  (ruas garis AB) seperti pada gambar berikut.



Selanjutnya dengan membandingkan hasil di titik  $A$  dan  $B$  maka diperoleh nilai maksimum  $f(x,y)$  berada pada titik  $A$  yaitu

$$f(16,9) = 500000(16) + 600000(9) = 13400000$$

**JAWAB: A**

13. Diketahui matriks  $A = \begin{pmatrix} 3 & y \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} x & 5 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$  dan  $C = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ y & 9 \end{pmatrix}$ .

Jika  $A + B - C = \begin{pmatrix} 8 & 5x \\ -x & -4 \end{pmatrix}$ , maka nilai  $x + 2xy + y$  adalah ....

- A. 8
- B. 12
- C. 18
- D. 20
- E. 22

Alternatif penyelesaian:

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 8 & 5x \\ -x & -4 \end{pmatrix} = A + B - C \\ & = \begin{pmatrix} 3 & y \\ 5 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 5 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ y & 9 \end{pmatrix} \\ & = \begin{pmatrix} 3+x+3 & y+5+1 \\ 5-3-y & -1+6-9 \end{pmatrix} \\ & = \begin{pmatrix} x+6 & y+6 \\ 2-y & -4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Dari sini diperoleh  $x = 2$  dan  $y = 4$ .

Jadi,

$$x + 2xy + y = 2 + 2 \cdot 2 \cdot 4 + 4 = 22$$

**JAWAB: E**

14. Diketahui vektor  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - x\vec{k}$ ,  $b = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ , dan  $c = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ . Jika  $\vec{a}$  tegak lurus  $\vec{c}$ , maka  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{c})$  adalah ....

- A. -4
- B. -2
- C. 0
- D. 2
- E. 4

Alternatif penyelesaian:

Diketahui  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -x \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ . Karena  $\vec{a}$  tegak lurus  $\vec{c}$  maka

$$\begin{aligned} 0 &= \vec{a} \cdot \vec{c} \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \\ &= 2 + 2 - 2x \end{aligned}$$

yang menghasilkan penyelesaian  $x = 2$ .

Selanjutnya,

$$\begin{aligned} (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{c}) &= \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right) \\ &= \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} \\ &= -4 + 0 + 4 = 0 \end{aligned}$$

**JAWAB: C**

16. Proyeksi orthogonal vektor  $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$  pada  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$  adalah....

- A.  $\frac{13}{14}(2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k})$
- B.  $\frac{15}{14}(2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k})$
- C.  $\frac{8}{7}(2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k})$
- D.  $\frac{9}{7}(2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k})$
- E.  $4\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$

Alternatif penyelesaian:

Diketahui  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Proyeksi orthogonal  $\vec{a}$  pada  $\vec{b}$  adalah  $\vec{c}$  dengan

$$\begin{aligned}\vec{c} &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \\ &= \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right|} \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right|} \\ &= \frac{8 + 1 + 9}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2}} \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2}} \\ &= \frac{18}{14} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \\ &= \frac{9}{7} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

atau ditulis dengan  $\vec{c} = \frac{9}{7}(2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k})$

**JAWAB: D**

17. Persamaan bayangan lingkaran  $x^2 + y^2 = 4$  bila dicerminkan terhadap garis  $x = 2$  dilanjutkan dengan translasi  $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$  adalah ....

- A.  $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$
- B.  $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 13 = 0$
- C.  $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 13 = 0$
- D.  $x^2 + y^2 + 2x + 8y + 13 = 0$
- E.  $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 13 = 0$

Alternatif penyelesaian:

Karena transformasi yang dilakukan tidak memuat dilatasi (perbesaran/pengecilan) maka yang perlu diperhatikan hanya titik pusat saja, sedangkan jari-jari tetap 2.

Lingkaran  $x^2 + y^2 = 4$  berpusat di  $(0,0)$ . Oleh pencerminan terhadap garis  $x = 2$  pusat berpindah ke titik  $(4,0)$ . Selanjutnya, oleh translasi  $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$  titik pusat bergeser ke titik  $(1,4)$

Jadi persamaan lingkaran yang baru adalah

$$(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 4$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 8y + 16 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$$

**JAWAB: A**

18. Nilai  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan  $3^{2x+1} + 9 - 28 \cdot 3^x > 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$  adalah ....

- A.  $x > -1$  atau  $x > 2$
- B.  $x < -1$  atau  $x < 2$
- C.  $x < 1$  atau  $x > 2$
- D.  $x < -1$  atau  $x > 2$
- E.  $x > -1$  atau  $x < -2$

Alternatif penyelesaian:

Misalkan  $p = 3^x$ , maka

$$3^{2x+1} + 9 - 28 \cdot 3^x > 0$$

$$3 \cdot (3^x)^2 - 28 \cdot 3^x + 9 > 0$$

$$3 \cdot p^2 - 28p + 9 > 0$$

$$(3p - 1)(p - 9) > 0$$

yang menghasilkan penyelesaian  $p < \frac{1}{3}$  atau  $p > 9$ . Karena  $p = 3^x$  maka penyelesaiannya

$$p < \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3^x < \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3^x < 3^{-1}$$

$$\Leftrightarrow x < -1$$

atau

$$p > 9 \Leftrightarrow 3^x > 9$$

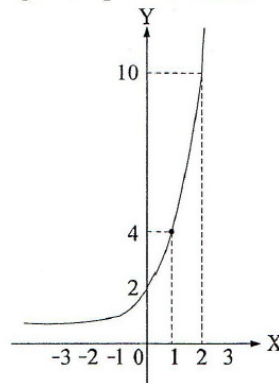
$$\Leftrightarrow 3^x > 3^2$$

$$\Leftrightarrow x > 2$$

**JAWAB: D**

19. Perhatikan gambar grafik fungsi eksponen berikut ini. Persamaan grafik fungsi pada gambar adalah ....

- A.  $f(x) = 3^x$
- B.  $f(x) = 3^{x+1}$
- C.  $f(x) = 3^{x-1}$
- D.  $f(x) = 3^x + 1$
- E.  $f(x) = 3^x - 1$



Alternatif penyelesaian:

Perhatikan gambar terlihat bahwa grafik tersebut menggambarkan hubungan  $y - 1 = 3^x$ . Dengan mengganti  $y = f(x)$  maka diperoleh

$$f(x) - 1 = 3^x$$

$$f(x) = 3^x + 1$$

**JAWAB: D**

20. Jumlah  $n$  suku pertama suatu deret aritmetika dinyatakan dengan  $S_n = n^2 + 3n$ . Suku ke-20 deret tersebut adalah ....

- A. 38
- B. 42
- C. 46
- D. 50
- E. 54

Alternatif penyelesaian:

$$\begin{aligned}U_{20} &= S_{20} - S_{19} \\ &= 20^2 + 3 \cdot 20 - (19^2 + 3 \cdot 19) \\ &= 42\end{aligned}$$

**JAWAB: B**

20. Suatu pabrik memproduksi barang jenis A pada tahun pertama sebesar 1960 unit. Tiap tahun produksi turun sebesar 120 unit sampai tahun ke-16. Total seluruh produksi yang dicapai sampai tahun ke-16 adalah ...

- A. 45760
- B. 45000
- C. 16960
- D. 16000
- E. 9760

Alternatif penyelesaian:

Soal di atas merupakan contoh soal deret aritmatika dengan:

Suku pertama,  $U_1 = a = 1960$  ;

Beda,  $b = -120$

Ditanyakan total produksi pada tahun ke-16, yakni  $S_n$  dengan  $n = 16$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

$$S_{16} = \frac{16}{2}(2 \cdot 1960 + 15(-120)) = 16960 \text{ unit}$$

**Jawab: C**

21. Barisan geometri dengan  $U_7 = 384$  dan rasio = 2. Suku ke-10 barisan tersebut adalah ...

- A. 1920
- B. 3072
- C. 4052
- D. 4608
- E. 6144

Alternatif penyelesaian:

$$\text{Rasio, } r = 2$$

$$U_7 = ar^6 = 384$$

$$\text{Suku ke-10, } U_{10} = ar^9 = ar^6 \cdot r^3 = 384 \cdot 2^3 = 384 \cdot 8 = 3072$$

**Jawab: B**

22. Suku ketiga dan suku ketujuh suatu deret geometri berturut-turut 16 dan 256. Jumlah tujuh suku pertama deret tersebut adalah ...

A. 500

B. 504

C. 508

D. 512

E. 516

Alternatif penyelesaian:

$$\text{Dari } U_3 = 16 \text{ diperoleh } ar^2 = 16 \quad (1)$$

$$\text{Dari } U_7 = 256 \text{ diperoleh } ar^6 = 256$$

$$ar^2 \cdot r^4 = 256 \quad (2)$$

Persamaan (1) disubstitusikan ke persamaan (2), diperoleh

$$16 \cdot r^4 = 256 \Leftrightarrow r=2 \text{ atau } r=-2$$

Karena pilihan yang diberikan semua bernilai positif, maka diambil  $r=2$ .

Sehingga berlaku:

$$ar^2 = a \cdot 2^2 = 4a = 16 \Leftrightarrow a = 4$$

Jumlah tujuh suku pertama, karena  $r>1$  berlaku:

$$S_7 = \frac{a(r^7 - 1)}{r - 1} = \frac{4(2^7 - 1)}{2 - 1} = \frac{4(128 - 1)}{1} = 508$$

**Jawab: C**

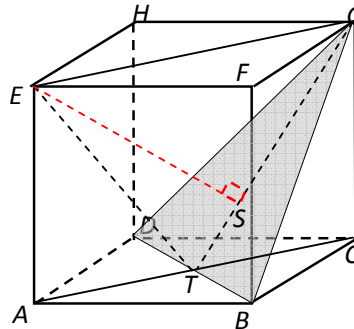
23. Pada kubus  $ABCD.EFGH$ , panjang rusuk 8 cm. Jarak titik  $E$  ke bidang  $BGD$  adalah ...

A.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

B.  $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

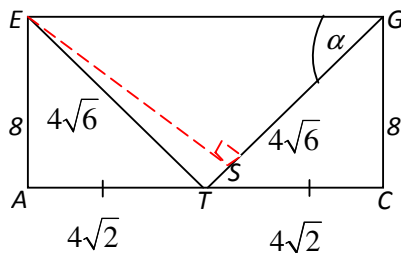
- C.  $\frac{4}{3}\sqrt{3}$
- D.  $\frac{8}{3}\sqrt{3}$
- E.  $\frac{16}{3}\sqrt{3}$

Alternatif penyelesaian:



Jarak titik  $E$  ke bidang  $BGD$  adalah panjang  $ES$ .

Perhatikan persegi panjang  $ACGE$



Panjang  $EG =$  panjang  $AC =$  panjang diagonal sisi  $= 8\sqrt{2}$

Panjang  $AT = \frac{1}{2} \cdot 8\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

Panjang  $GT =$  panjang  $ET = \sqrt{CG^2 + CT^2} = \sqrt{8^2 + (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$

Luas segitiga  $ETG =$  Luas  $ACGE -$  luas  $ATE -$  luas  $TCG$

$$= (8 \cdot 8\sqrt{2}) - \left(\frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 8\right) - \left(\frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 8\right) = 32\sqrt{2}$$

$$\text{Luas segitiga } ETG = \frac{1}{2} \cdot GT \cdot \text{tinggi}$$

$$32\sqrt{2} = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{6} \cdot ES$$

$$ES = \frac{2 \cdot 32\sqrt{2}}{4\sqrt{6}}$$

$$= \frac{16}{3}\sqrt{3}$$

Jadi Jarak titik  $E$  ke bidang  $BGD$  adalah  $\frac{16}{3}\sqrt{3}$  cm.

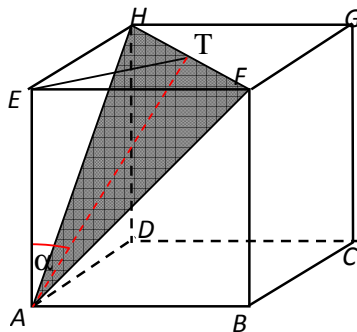
**Jawab: E**

24. Kubus  $ABCD.EFGH$  memiliki rusuk 4 cm. Sudut antara  $AE$  dan bidang  $AFH$  adalah  $\alpha$ .

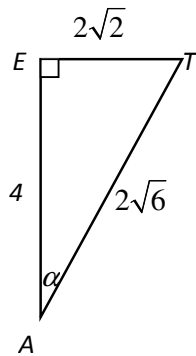
Nilai  $\sin \alpha = \dots$

- A.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- B.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- C.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
- D.  $\frac{2}{3}\sqrt{2}$
- E.  $\frac{3}{4}\sqrt{3}$

Alternatif penyelesaian:



Perhatikan segitiga  $EAT$ .



$$\text{Panjang } ET = \frac{1}{2} \cdot \text{panjang diagonal sisi} = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{Panjang } AT = \sqrt{AE^2 + ET^2} = \sqrt{(4)^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

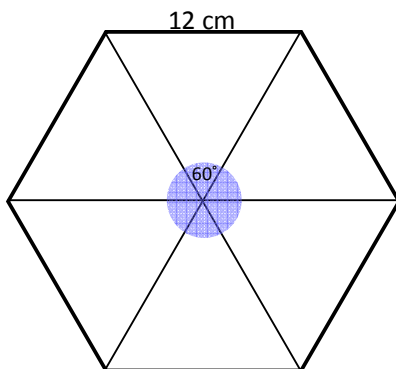
$$\sin(\alpha) = \frac{ET}{AT} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

**Jawab: C**

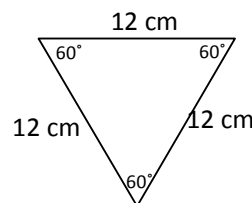
25. Keliling suatu segienam beraturan adalah 72 cm. Luas segienam tersebut adalah ...

- A.  $432\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- B.  $432 \text{ cm}^2$
- C.  $216\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- D.  $216\sqrt{2} \text{ cm}^2$
- E.  $216 \text{ cm}^2$

Alternatif penyelesaian:



Setiap segitiga di dalam segienam beraturan merupakan segitiga sama sisi karena sudut-sudutnya sama besar ( $60^\circ$ ).



Menggunakan rumus sinus untuk luas segitiga, diperoleh:

$$\text{luas masing-masing segitiga} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 \cdot \sin(60^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$$

Sehingga luas segienam keseluruhan =  $6 \cdot 36\sqrt{3} = 216\sqrt{3} \text{ cm}^2$

**Jawab: C**

26. Diketahui nilai  $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{5}$  dan  $\sin(\alpha - \beta) = \frac{3}{5}$  untuk  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$  dan

$0^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$ . Nilai  $\sin(\alpha + \beta) = \dots$

A.  $-\frac{3}{5}$

B.  $-\frac{2}{5}$

C.  $-\frac{1}{5}$

D.  $\frac{1}{5}$

E.  $\frac{3}{5}$

Alternatif penyelesaian:

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \frac{3}{5} = 2 \cdot \frac{1}{5}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = -\frac{1}{5}$$

Karena  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$  dan  $0^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$  maka  $\sin(\alpha + \beta)$  dapat bernilai negatif.

**Jawab: C**

27. Himpunan penyelesaian dari persamaan  $\cos 4x + 3 \sin 2x = -1$  untuk  $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$  adalah ...

A.  $\{120^\circ, 150^\circ\}$

B.  $\{150^\circ, 165^\circ\}$

C.  $\{30^\circ, 150^\circ\}$

D.  $\{30^\circ, 165^\circ\}$

E.  $\{15^\circ, 105^\circ\}$

Alternatif penyelesaian:

$$\cos(4x) + 3\sin(2x) = -1$$

$$1 - 2\sin^2 2x + 3\sin(2x) = -1$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2(2x) - 3\sin(2x) - 2 = 0$$

$$\text{Misal } y = \sin(2x)$$

$$\Leftrightarrow 2y^2 - 3y - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (y-2)(2y+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow y = 2 \vee y = -\frac{1}{2}$$

Karena  $y = \sin(2x)$  tidak mungkin bernilai 2, maka akan ditentukan nilai  $x$  yang

$$\text{memenuhi } y = \sin(2x) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin(2x) = -\frac{1}{2}$$

$$2x = 210^\circ \Leftrightarrow x = 105^\circ$$

$$\text{Atau } 2x = 330^\circ \Leftrightarrow x = 165^\circ$$

Jadi himpunan penyelesaian untuk persamaan tersebut adalah  $\{110^\circ, 165^\circ\}$ . Jawaban tidak terdapat di pilihan jawaban yang disediakan.

28. Nilai dari  $\sin 75^\circ - \sin 165^\circ$  adalah ...

A.  $\frac{1}{4}\sqrt{2}$

B.  $\frac{1}{4}\sqrt{3}$

C.  $\frac{1}{4}\sqrt{6}$

D.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

E.  $\frac{1}{2}\sqrt{6}$

Alternatif penyelesaian:

Dengan menggunakan rumus  $\sin A - \sin B = \dots$

$$\begin{aligned}\sin 75^\circ - \sin 165^\circ &= 2 \cos\left(\frac{75^\circ + 165^\circ}{2}\right) \sin\left(\frac{75^\circ - 165^\circ}{2}\right) \\ &= 2 \cdot \cos(120^\circ) \cdot \sin(-45^\circ) \\ &= 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{2}\end{aligned}$$

**Jawab: D**

29. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt{x+1}}{x-3} =$

A.  $-\frac{1}{4}$

B.  $-\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2

E. 4

Alternatif penyelesaian:

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt{x+1}}{x-3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt{x+1}}{x-3} \cdot \frac{2 + \sqrt{x+1}}{2 + \sqrt{x+1}} \\
&= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4 - (x+1)}{(x-3)(2 + \sqrt{x+1})} \\
&= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-(x-3)}{(x-3)(2 + \sqrt{x+1})} \\
&= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{2 + \sqrt{x+1}} \\
&= -\frac{1}{4}
\end{aligned}$$

**Jawab: A**

30. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{x \cdot \tan 2x} =$

- A. 4
- B. 2
- C. -1
- D. -2
- E. -4

Alternatif penyelesaian:

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{x \cdot \tan 2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - 2 \sin^2(2x)) - 1}{x \cdot \tan(2x)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin^2(2x)}{x \cdot \tan(2x)} \\
&= -2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{x} \cdot \frac{\sin(2x)}{\tan(2x)} \\
&= (-2) \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} \\
&= -4
\end{aligned}$$

**Jawab: E**

31. Suatu perusahaan memproduksi  $x$  unit barang dengan biaya  $(5x^2 - 10x + 30)$  dalam ribuan rupiah untuk tiap unit. Jika barang tersebut terjual habis dengan harga Rp50.000,00 tiap unit, maka keuntungan maksimum yang diperoleh perusahaan tersebut adalah ...
- A. Rp10.000,00
  - B. Rp20.000,00
  - C. Rp30.000,00
  - D. Rp40.000,00
  - E. Rp50.000,00

Alternatif penyelesaian:

$$\text{Total penjualan} = 50000x$$

$$\begin{aligned}\text{Total biaya produksi} &= (5x^2 - 10x + 30)x \text{ dalam ribuan rupiah} \\ &= 5000x^3 - 10000x^2 + 30000x\end{aligned}$$

$$\text{Keuntungan} = \text{total penjualan} - \text{total biaya produksi}$$

$$= 50000x - (5000x^3 - 10000x^2 + 30000x)$$

Apabila  $F(x)$  merupakan fungsi yang menyatakan keuntungan, maka

$$F(x) = -5000x^3 + 10000x^2 + 20000x$$

$$F(x) \text{ mencapai maksimal untuk } F'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -15000x^2 + 20000x + 20000 = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (-3x - 2)(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \text{ atau } x = 2$$

Karena  $x$  menyatakan unit barang, maka  $x$  tidak mungkin berupa pecahan. Sehingga keuntungan maksimal diperoleh untuk  $x = 2$ .

$$F(x) = -5000x^3 + 10000x^2 + 20000x = -5000.2^3 + 10000.2^2 + 20000.2 = 40000$$

Jadi keuntungan maksimal perusahaan tersebut adalah Rp40.000,00.

**Jawab: D**

32. Nilai  $\int_1^3 (2x^2 + 4x - 3) dx = \dots$

A.  $27\frac{1}{3}$

B.  $27\frac{1}{2}$

C.  $37\frac{1}{3}$

D.  $37\frac{1}{2}$

E.  $27\frac{1}{3}$

Alternatif penyelesaian:

$$\int_1^3 (2x^2 + 4x - 3) dx = \left[ \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - 3x \right]_1^3 = \frac{2}{3} \cdot 27 + 2 \cdot 9 - 9 - \left( \frac{2}{3} + 2 - 3 \right) = 27\frac{1}{3}$$

**Jawab: A**

33. Nilai  $\int_1^3 (\sin(2x) + 3\cos x) dx = \dots$

A.  $\frac{3}{4} + 2\sqrt{3}$

B.  $\frac{3}{4} + 3\sqrt{3}$

C.  $\frac{1}{4}(1 + 2\sqrt{3})$

D.  $\frac{2}{4}(1 + 2\sqrt{3})$

E.  $\frac{3}{4}(1 + 2\sqrt{3})$

Alternatif penyelesaian:

$$\begin{aligned}
\int_1^3 (\sin(2x) + 3 \cos x) dx &= \left. -\frac{1}{2} \cos 2x + 3 \sin x \right|_0^{\frac{1}{3}\pi} \\
&= \left( -\frac{1}{2} \cos \frac{2}{3}\pi + 3 \sin \frac{\pi}{3} \right) - \left( -\frac{1}{2} \cos 0 + 3 \sin 0 \right) \\
&= \left( -\frac{1}{2} \cdot -\frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) - \left( -\frac{1}{2} \right) \\
&= \frac{3}{4} + \frac{3}{2} \sqrt{3} \\
&= \frac{3}{4} (1 + 2\sqrt{3})
\end{aligned}$$

**Jawab: E**

34. Hasil dari  $\int 3x\sqrt{3x^2+1}dx = \dots$

A.  $-\frac{2}{3}(3x^2+1)\sqrt{3x^2+1}+C$

B.  $-\frac{1}{2}(3x^2+1)\sqrt{3x^2+1}+C$

C.  $\frac{1}{3}(3x^2+1)\sqrt{3x^2+1}+C$

D.  $\frac{1}{2}(3x^2+1)\sqrt{3x^2+1}+C$

E.  $\frac{2}{3}(3x^2+1)\sqrt{3x^2+1}+C$

Alternatif penyelesaian:

Misal

$$t = 3x^2 + 1 \text{ maka}$$

$$dt = 6x dx$$

$$dx = \frac{1}{6x} dt$$

Sehingga berlaku:

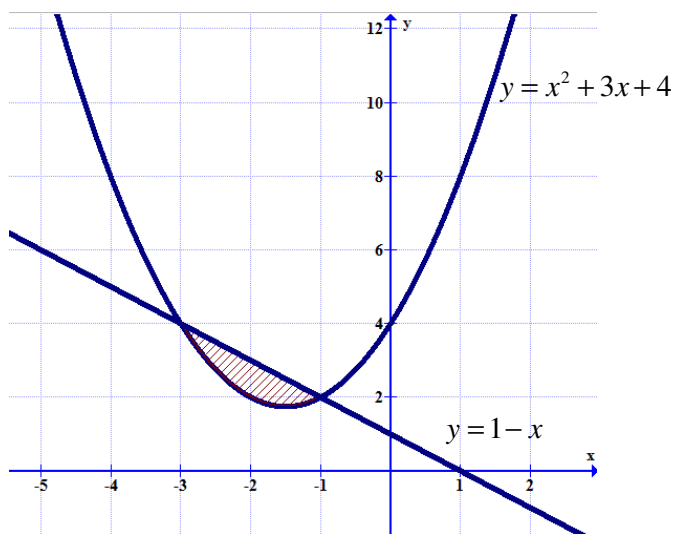
$$\begin{aligned}
 \int 3x\sqrt{3x^2+1}dx &= \int \cancel{3x} \cdot \sqrt{t} \cdot \frac{1}{\cancel{6x}} \cdot dt \\
 &= \frac{1}{2} \int t^{\frac{1}{2}} dt \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot t^{\frac{3}{2}} + C \\
 &= \frac{1}{3} (3x^2+1)\sqrt{3x^2+1} + C
 \end{aligned}$$

**Jawab: C**

35. Luas daerah yang dibatasi oleh kurva  $y = x^2 + 3x + 4$  dan  $y = 1 - x$  adalah ...

- A.  $\frac{2}{3}$  satuan luas
- B.  $\frac{4}{3}$  satuan luas
- C.  $\frac{7}{4}$  satuan luas
- D.  $\frac{8}{3}$  satuan luas
- E.  $\frac{15}{3}$  satuan luas

Alternatif penyelesaian:



Misal  $f(x) = x^2 + 3x + 4$  dan  $g(x) = 1 - x$

Batas daerah yang dibatasi kedua kurva ditentukan sebagai berikut:

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 + 3x + 4 = 1 - x$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x+3)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = -1$$

Diperoleh luas=

$$\begin{aligned} \int_{-3}^{-1} (g(x) - f(x)) dx &= \int_{-3}^{-1} ((1-x) - (x^2 + 3x + 4)) dx \\ &= \int_{-3}^{-1} (-3 - 4x - x^2) dx \\ &= \left[ -3x - 2x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right]_{-3}^{-1} \\ &= \left( 3 - 2 + \frac{1}{3} \right) - (9 - 18 + 9) \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

**Jawab: B**

36. Volume benda putar yang terjadi untuk daerah yang dibatasi oleh kurva  $y = x^2$  dengan  $y = 2x$  diputar mengelilingi sumbu  $X$  sejauh  $360^\circ$  adalah ...

A.  $2\pi$  satuan volume

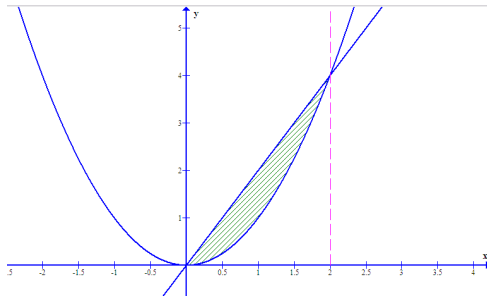
B.  $3\frac{1}{15}\pi$  satuan volume

C.  $4\frac{4}{15}\pi$  satuan volume

D.  $12\frac{4}{15}\pi$  satuan volume

E.  $14\frac{2}{15}\pi$  satuan volume

Alternatif penyelesaian:



Untuk menentukan volume benda putar antara dua kurva, ditentukan terlebih dahulu titik potong dua kurva.

Titik potong antara  $y_1 = x^2$  dan  $y_2 = 2x$  diperoleh untuk:

$$y_1 = y_2 \Leftrightarrow x^2 = 2x \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ dan } x=2$$

Sehingga:

$$\begin{aligned} V &= \pi \left( \int_0^2 (y_1)^2 - (y_2)^2 \right) dx = \pi \left( \int_0^2 4x^2 - x^4 \right) dx \\ &= \pi \left( \frac{4}{3} x^3 - \frac{1}{5} x^5 \right)_0^2 = \pi \left( \frac{4}{3} (8) - \frac{1}{5} (32) - 0 \right) = 4 \frac{4}{15} \pi \text{ satuan volume} \end{aligned}$$

**Jawab: C**

37. Data yang diberikan dalam tabel frekuensi sebagai berikut:

Ukuran	$f$
20 - 29	3
30 - 39	7
40 - 49	8
50 - 59	12
60 - 69	9
70 - 79	6
80 - 89	5

Nilai modus dari data pada tabel adalah ...

A.  $49,5 - \frac{40}{7}$

B.  $49,5 - \frac{36}{7}$

C.  $49,5 + \frac{36}{7}$

D.  $49,5 + \frac{40}{7}$

E.  $49,5 + \frac{48}{7}$

Alternatif penyelesaian:

$$\text{Modus} = Tb + \frac{f_a}{f_a + f_b} \cdot I \text{ dengan:}$$

$Tb$  = tepi bawah kelas dengan frekuensi terbesar ( $f=25$ ), yakni 49,5

$f_a$  = frekuensi kelas modus dikurangi frekuensi kelas sebelumnya, yakni  $12-8 = 4$

$f_b$  = frekuensi kelas modus dikurangi frekuensi kelas sesudahnya, yakni  $12-9 = 3$

$I$  = interval kelas = 10

Jadi:

$$\text{Modus} = 49,5 + \frac{4}{4+3} \cdot 10 = 49,5 + \frac{40}{7}$$

**Jawab: D**

38. Banyak susunan kata yang dapat dibentuk dari kata "WIYATA" adalah ...

A. 360 kata

B. 180 kata

C. 90 kata

D. 60 kata

E. 30 kata

Alternatif penyelesaian:

Permutasi  $n$  objek dari  $n$  objek yang terdiri dari sejumlah  $n_1$  objek  $q_1$ , sejumlah  $n_2$  objek  $q_2$ , ...  $n_k$  objek  $q_k$ , dengan  $n_1+n_2+\dots+n_k = n$  adalah

$${}^n P_{(n_1, n_2, \dots, n_k)} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

Pada kata "WIYATA" terdapat 6 huruf, yang terdiri dari 1 huruf "W", 1 huruf "I", satu huruf "Y", 1 huruf "T" dan 2 huruf "A".

Sehingga banyaknya susunan kata yang dapat dibentuk adalah ...

$${}_6P_{(1,1,1,1,2)} = \frac{6!}{1!1!1!1!2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{2} = 360$$

**Jawab: A**

39. Dalam kotak terdapat 3 kelereng merah dan 4 kelereng putih, kemudian diambil 3 kelereng sekaligus secara acak. Peluang terambil paling sedikit 2 kelereng putih adalah ....

- A.  $\frac{3}{35}$
- B.  $\frac{4}{35}$
- C.  $\frac{7}{35}$
- D.  $\frac{12}{35}$
- E.  $\frac{22}{35}$

Alternatif penyelesaian:

Misal:

A = kejadian terambil paling sedikit 2 kelereng putih. Maka ada dua kemungkinan kejadian, yakni terambil 2 kelereng putih dan satu kelereng merah, atau terambil 3 kelereng putih.

S = ruang sampel, yaitu kejadian terambilnya 3 kelereng dari 7 kelereng

Maka peluang terambil paling sedikit 2 kelereng putih adalah

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

dengan  $n(A)$  kombinasi terambilnya paling sedikit 2 kelereng putih.

Jadi:

$$P(A) = \frac{{}_4C_2 \cdot {}_3C_1 + {}_4C_3}{{}_7C_3} = \frac{\left(\frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{3!}{1!2!}\right) + \frac{4!}{3!1!}}{\frac{7!}{3!4!}} = \frac{22}{35}$$

**Jawab: E**