



PEMBAHASAN SOAL UN

MATEMATIKA SMA

TAHUN PELAJARAN 2009/2010

PROGRAM STUDI IPA

PEMBAHAS :

1. Sigit Tri Guntoro, M.Si.
2. Jakim Wiyoto, S.Si.
3. Marfuah, M.T.
4. Rohmitawati, S.Si.

EDITOR :

Dra. Puji Iryanti, M.Sc.Ed



PEMBAHASAN UN SMA
TAHUN PELAJARAN 2009/2010
MATEMATIKA
PROGRAM STUDI IPA

PEMBAHAS :

1. Sigit Tri Guntoro, M.Si.
2. Jakim Wiyoto, S.Si.
3. Marfuah, M.T.
4. Rohmitawati, S.Si.

PPPPTK MATEMATIKA
2010

1. Perhatikan premis-premis berikut.

1. Jika saya giat belajar maka saya bisa meraih juara.
2. Jika saya bisa meraih juara maka saya boleh ikut bertanding.

Ingkaran dari kesimpulan kedua premis di atas adalah:

- A. Saya giat belajar dan saya tidak boleh ikut bertanding.
- B. Saya giat belajar atau saya tidak boleh ikut bertanding.
- C. Saya giat belajar maka saya bisa meraih juara.
- D. Saya giat belajar dan saya boleh ikut bertanding.
- E. Saya ikut bertanding maka saya giat belajar.

Penyelesaian:

Untuk dapat mengerjakan soal ini, diperlukan 2 langkah pengerjaan. Langkah pertama adalah penarikan kesimpulan dari premis-premis, dan langkah berikutnya adalah menentukan ingkaran kesimpulan yang diperoleh pada langkah pertama.

- Langkah Pertama: Penarikan Kesimpulan Premis

Misal p adalah kalimat “saya giat belajar”
 q adalah kalimat “saya bisa meraih juara”
 r adalah kalimat “saya boleh ikut bertanding”

Maka premis-premis di atas dapat disusun dalam kalimat logika berikut.

1. Jika saya giat belajar maka saya bisa meraih juara : $p \rightarrow q$
2. Jika saya bisa meraih juara maka saya boleh ikut bertanding : $q \rightarrow r$

Dari premis-premis di atas, gunakan silogisme untuk penarikan kesimpulan. Ingat kembali konsep penarikan kesimpulan menggunakan silogisme, yakni:

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

Sehingga diperoleh kesimpulan premis-premis di atas adalah; $p \rightarrow r$.

- Langkah Kedua: Menentukan Ingkaran dari Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh pada langkah sebelumnya adalah implikasi: $p \rightarrow r$

Ingat kembali konsep ingkaran dari pernyataan implikasi, yakni :

$$\overline{p \rightarrow r} = p \wedge \bar{r}$$

Jadi ingkaran dari kesimpulan kedua premis di atas adalah $p \wedge \bar{r}$, yakni **“saya giat belajar dan saya tidak boleh ikut bertanding”**

Jawaban: A

2. Bentuk sederhana dari
$$\frac{5a^3b^{-2}{}^4}{5a^{-4}b^{-5}{}^{-2}}$$

- A. $5^6a^4b^{-18}$
- B. $5^6a^4b^2$
- C. $5^2a^4b^2$
- D. 5^6ab^{-1}
- E. $5^6a^9b^{-1}$

Penyelesaian:

$$\frac{5a^3b^{-2}{}^4}{5a^{-4}b^{-5}{}^{-2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5^4a^{12}b^{-8}}{5^{-2}a^8b^{10}} \quad \text{menggunakan sifat} \quad a^m{}^n = a^{mn}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5^4}{5^{-2}} \frac{a^{12}}{a^8} \frac{b^{-8}}{b^{10}}$$

$$\Leftrightarrow 5^6 a^4 b^{-18} \quad \text{menggunakan sifat } \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Jawaban: A

3. Bentuk sederhana dari $\frac{6(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}{2+\sqrt{6}} = \dots$

- A. $24 + 12\sqrt{6}$
- B. $-24 + 12\sqrt{6}$
- C. $24 - 12\sqrt{6}$
- D. $-24 - \sqrt{6}$
- E. $-24 - 12\sqrt{6}$

Penyelesaian:

$$\frac{6(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}{2+\sqrt{6}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{6(3^2 - (\sqrt{5})^2)}{2+\sqrt{6}} \quad \text{dari sifat } a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$\Leftrightarrow \frac{6(9-5)}{2+\sqrt{6}} = \frac{24}{2+\sqrt{6}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{24}{2+\sqrt{6}} \cdot \frac{2-\sqrt{6}}{2-\sqrt{6}} \quad \text{karena penyebut masih dalam bentuk akar, maka dikalikan dengan sekawannya}$$

$$\Leftrightarrow \frac{24(2-\sqrt{6})}{2^2 - (\sqrt{6})^2} \Leftrightarrow \frac{24(2-\sqrt{6})}{-2} = -24 + 12\sqrt{6}$$

Jawaban: B

4. Nilai dari $\frac{{}^{27}\log 9 + {}^2\log 3 \cdot {}^{\sqrt{3}}\log 4}{{}^3\log 2 - {}^3\log 18} = \dots\dots$

A. $-\frac{14}{3}$

B. $-\frac{14}{6}$

C. $-\frac{10}{6}$

D. $\frac{14}{6}$

E. $\frac{14}{3}$

Penyelesaian:

Untuk mengerjakan soal ini, diperlukan sifat-sifat logaritma berikut:

1). ${}^a\log a = 1$

2). ${}^a\log b^m = m \cdot {}^a\log b$

3). ${}^{a^n}\log b = \frac{1}{n} \cdot {}^a\log b$

4). ${}^a\log b \cdot {}^b\log c = {}^a\log c$

5). ${}^a\log \frac{b}{c} = {}^a\log b - {}^a\log c$

Untuk memudahkan pembahasan, soal $\frac{{}^{27}\log 9 + {}^2\log 3 \cdot {}^{\sqrt{3}}\log 4}{{}^3\log 2 - {}^3\log 18}$ dipisah menjadi 3 bagian,

yaitu:

- $$\begin{aligned}
 & {}^{27}\log 9 \\
 &= {}^{3^3}\log 3^2 \\
 &= \frac{2}{3} {}^3\log 3 \quad \rightarrow \text{sifat 2) dan 3)} \\
 &= \frac{2}{3} \quad \rightarrow \text{sifat 1)}
 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned}
 & {}^2\log 3 \cdot {}^{\sqrt{3}}\log 4 \\
 &= {}^2\log 3 \cdot {}^{3^{\frac{1}{2}}}\log 2^2 \\
 &= {}^2\log 3 \cdot \left(\frac{2}{\frac{1}{2}}\right) \cdot {}^3\log 2 \quad \rightarrow \text{sifat 2) dan 3)} \\
 &= 4 \cdot {}^2\log 3 \cdot {}^3\log 2 \\
 &= 4 \cdot {}^2\log 2 \quad \rightarrow \text{sifat 4)} \\
 &= 4 \quad \rightarrow \text{sifat 1)}
 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned}
 & {}^3\log 2 - {}^3\log 18 \\
 &= {}^3\log \frac{2}{18} \\
 &= {}^3\log 9^{-1} = {}^3\log 3^{-2} \\
 &= -2 \cdot {}^3\log 3 = -2
 \end{aligned}$$

Jadi

$$\frac{{}^{27}\log 9 + {}^2\log 3 \cdot {}^{\sqrt{3}}\log 4}{{}^3\log 2 - {}^3\log 18} = \frac{\frac{2}{3} + 4}{-2} = -\frac{14}{6}$$

Jawaban: B

5. Grafik fungsi kuadrat $f(x) = x^2 + bx + 4$ menyinggung garis $y = 3x + 4$. Nilai b yang memenuhi adalah....

- A. -4
- B. -3
- C. 0
- D. 3
- E. 4

Penyelesaian:

Karena garis dan grafik bersinggungan, maka berlaku:

$$x^2 + bx + 4 = 3x + 4$$

$$x^2 + b - 3x = 0 \quad *)$$

Menggunakan sifat garis singgung grafik fungsi kuadrat, maka berlaku nilai diskriminan (D) pada persamaan *) adalah 0, sehingga:

$$b - 3^2 - 4.1.0 = 0 \Leftrightarrow b - 3^2 = 0 \Leftrightarrow b = 3$$

Jawaban: D

6. Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$ dan $a > 0$ maka nilai $a =$

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 6
- E. 8

Penyelesaian:

Untuk mengerjakan soal ini, digunakan konsep jumlahan dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat.

Misal akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ adalah x_1 dan x_2 , berlaku:

- $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

$\frac{c}{a}$

Diperoleh:

- $\alpha + \beta = -a - 1 = -a + 1$

Tetapi karena $\alpha = 2\beta$, berlaku pula: $\alpha + \beta = 2\beta + \beta = 3\beta$

Sehingga $3\beta = -a + 1$

$$\Leftrightarrow a = 1 - 3\beta \quad *)$$

- $\alpha \cdot \beta = 2$

Tetapi karena $\alpha = 2\beta$, berlaku pula: $\alpha \cdot \beta = 2\beta \cdot \beta = 2\beta^2$

Sehingga: $2\beta^2 = 2$

$$\Leftrightarrow \beta^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \beta = 1 \text{ atau } \beta = -1$$

Dengan menggunakan persamaan *) diperoleh:

untuk $\beta = 1$ maka $a = 1 - 3\beta = 1 - 3(1) = -2$ (tidak memenuhi syarat $a > 0$)

untuk $\beta = -1$ maka $a = 1 - 3\beta = 1 - 3(-1) = 4$ (memenuhi)

Jawaban: C

7. Jika p dan q adalah akar-akar persamaan $x^2 - 5x - 1 = 0$ maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $2p+1$ dan $2q+1$ adalah

A. $x^2 + 10x + 11 = 0$

B. $x^2 - 10x + 7 = 0$

C. $x^2 - 10x + 11 = 0$

D. $x^2 - 12x + 7 = 0$

E. $x^2 - 12x - 7 = 0$

Penyelesaian:

Diketahui p dan q adalah akar-akar persamaan $x^2 - 5x - 1 = 0$, menggunakan rumus jumlahan dan hasil kali akar diperoleh:

$$p+q = 5$$

$$p \cdot q = -1$$

konsep pembentukan persamaan kuadrat apabila akar-akar persamaannya

Persamaan kuadrat yang memiliki akar-akar x_1 dan x_2 adalah:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$$

Sehingga untuk menentukan persamaan kuadrat persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $2p+1$ dan $2q+1$, harus ditentukan terlebih dahulu nilai $(2p+1) + (2q+1)$ dan $(2p+1) \cdot (2q+1)$.

- $(2p+1) + (2q+1) = 2(p+q) + 2 = 2(5) + 2 = 12$
- $(2p+1) \cdot (2q+1) = 4pq + 2p + 2q + 1 = 4pq + 2(p+q) + 1 = 4(-1) + 2(5) + 1 = 7$

Diperoleh persamaan kuadrat baru yang terbentuk adalah:

$$x^2 - (2p+1 + 2q+1)x + (2p+1)(2q+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 12x + 7 = 0$$

Jawaban: D

8. Salah satu persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = 8$ yang sejajar dengan $y - 7x + 5 = 0$ adalah ...

- A. $y - 7x - 13 = 0$
- B. $y + 7x + 3 = 0$
- C. $-y - 7x - 3 = 0$
- D. $-y + 7x + 3 = 0$
- E. $y - 7x + 3 = 0$

Penyelesaian:

Misal h adalah garis singgung lingkaran. Karena h sejajar dengan garis $y - 7x + 5 = 0$, berarti gradien garis h yakni $m_h = 7$ (dua garis sejajar memiliki gradien yang sama besar).

Rumus untuk mencari persamaan garis singgung lingkaran yang berpusat di (a, b) dan berjari-jari r dengan gradien m adalah:

$$y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

Karena $a = 4$, $b = 5$, $r = \sqrt{8}$ dan $m_h = 7$, diperoleh:

$$y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

$$\Leftrightarrow y - 5 = 7(x - 4) \pm \sqrt{8}\sqrt{49 + 1}$$

$$\Leftrightarrow y - 5 = 7x - 28 \pm 20$$

$$\Leftrightarrow y - 7x + 43 = 0 \text{ atau } y - 7x + 3 = 0$$

Jawaban: E

9. Diketahui fungsi $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$, $x \neq 3$ dan $g(x) = x^2 + x + 1$

Nilai komposisi fungsi $g \circ f(2) = \dots$

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 7
- E. -8

Penyelesaian:

Nilai fungsi komposisi diperoleh dari $g \circ f(2)$ dari: $g(f(2))$.

Karena $f(2) = \frac{2+1}{2-3} = -3$, maka:

$$g(f(2)) = g(-3) = (-3)^2 + (-3) + 1 = 7$$

Jawaban: D

10. Diketahui $f(x) = \frac{1-5x}{x+2}, x \neq -2$ dan $f^{-1}(x)$ adalah invers dari $f(x)$. Nilai $f^{-1}(-3) = \dots$

A. $\frac{4}{3}$

B. 2

C. $\frac{5}{2}$

D. 3

E. $\frac{7}{2}$

Catatan: terdapat kesalahan pengetikan pada naskah soal asli, seharusnya:

Diketahui $f(x) = \frac{1-5x}{x+2}, x \neq -2$ dan $f^{-1}(x)$ adalah invers dari $f(x)$. Nilai $f^{-1}(-3) = \dots$

Penyelesaian:

Misal $y = f(x) = \frac{1-5x}{x+2}, x \neq -2$, maka $f^{-1}(y) = x$ yang dapat diperoleh dengan cara:

$$y(x+2) = 1-5x$$

$$\Leftrightarrow yx + 2y = 1 - 5x$$

$$\Leftrightarrow x(y+5) = 1-2y$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1-2y}{y+5}$$

$$\Leftrightarrow f^{-1}(y) = \frac{1-2y}{y+5}$$

Sehingga:

$$f^{-1}(-3) = \frac{1-2(-3)}{(-3)+5} = \frac{7}{2}$$

Jawaban: E

11. Suku banyak $2x^3 + ax^2 + bx + 2$ dibagi $(x + 1)$ sisanya 6, dan dibagi $(x - 2)$ sisanya 24.

Nilai $2a - b = \dots$.

- A. 0
- B. 2
- C. 3
- D. 6
- E. 9

Penyelesaian:

Ingat Teorema Sisa 1: Jika suku banyak $f(x)$ dibagi $(x - k)$, maka sisa pembagiannya adalah $f(k)$.

$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 2$ dibagi dibagi $(x + 1)$ sisanya 6, dan dibagi $(x - 2)$ sisanya 2.

Berdasar Teorema Sisa 1 diperoleh

$$2(-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + 2 = 6$$

$$a - b = 6 \quad \dots\dots\dots (i)$$

$$2(2)^3 + a(2)^2 + b(2) + 2 = 24$$

$$2a + b = 3 \quad \dots\dots\dots (ii)$$

Dari (i) dan (ii)

$$2a + b = 3$$

$$\underline{a - b = 6} \quad +$$

$$a = 3$$

$$a = 3 \Rightarrow b = -3$$

Sehingga $2a - b = 9$

Jawaban: E

12. Toko A, toko B, dan toko C menjual sepeda. Ketiga toko tersebut selalu berbelanja di sebuah distributor sepeda yang sama. Toko A harus membayar Rp5.500.000,00 untuk pembelian 5 sepeda jenis I dan 4 sepeda jenis II. Toko B harus membayar Rp3.000.000,00 untuk pembelian 3 sepeda jenis I dan 2 sepeda jenis II. Jika toko C membeli 6 sepeda jenis I dan 2 sepeda jenis II, maka toko C harus membayar sebesar

- A. Rp3.500.000,00
- B. Rp4.000.000,00
- C. Rp4.500.000,00
- D. Rp5.000.000,00
- E. Rp5.500.000,00

Penyelesaian:

	Toko A	Toko B	Toko C
Jenis I	5	3	6
Jenis II	4	2	2
Harga	5.500.000	3.000.000	?

Dari permasalahan di atas dapat dimodelkan dalam sistem persamaan matematika:

$$5 I + 4 II = 5.500.000$$

$$3 I + 2 II = 3.000.000$$

Penyelesaian dari sistem persamaan di atas

$$\begin{array}{rcl}
 6 I + 4 II & = & 6.000.000 \\
 3 I + 2 II & = & 3.000.000 \quad \times 2 \\
 \hline
 6 I + 4 II & = & 5.500.000 \\
 6 I + 8 II & = & 6.000.000 \quad - \\
 \hline
 -4 II & = & -500.000 \\
 II & = & 125.000
 \end{array}$$

$$I = 500.000 \Rightarrow II = 750.000$$

$$6 I + 2 II = 6 \times 500.000 + 2 \times 750.000 = 4.500.000$$

Toko C harus membayar Rp4.500.000,00.

Jawaban: C

13. Luas daerah parkir 1.760 m^2 . Luas rata-rata untuk mobil kecil 4 m^2 dan mobil besar 20 m^2 . Daya tampung maksimum hanya 200 kendaraan, biaya parkir mobil kecil Rp1.000,00/jam dan mobil besar Rp2.000,00/jam. Jika dalam satu jam terisi penuh dan tidak ada kendaraan yang pergi dan datang, penghasilan maksimum tempat parkir adalah

- A. Rp176.000,00
- B. Rp200.000,00
- C. Rp260.000,00
- D. Rp300.000,00
- E. Rp340.000,00

Penyelesaian:

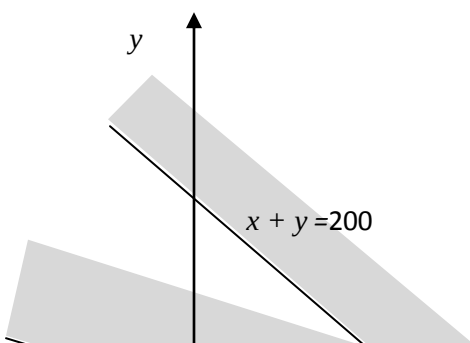
Misalkan mobil kecil dinotasikan sebagai x dan mobil besar dinotasikan sebagai y .
 Permasalahan di atas dapat dimodelkan sebagai permasalahan mencari hasil maksimum dari fungsi $f(x, y) = 1000x + 2000y$ dengan batasan (konstrain):

$$x + y \leq 200 \quad \text{..... (i)}$$

dan

$$4x + 20y \leq 1760 \quad \text{..... (ii)}$$

Sketsa dari model optimalisasi ini adalah sebagai berikut:



$$4x + 20y = 1760$$

Garis $x + y = 200$ dengan garis $4x + 20y = 1760$ berpotongan di titik B .

Substitusi x dari persamaan $x + y = 200$ ke persamaan $4x + 20y = 1760$ diperoleh:

$$4(200 - y) + 20y = 1760$$

$$800 - 4y + 20y = 1760$$

$$y = 60$$

$$y = 60 \Rightarrow x = 140$$

Titik $B(140, 60)$

Jadi ada tiga titik yang perlu ditinjau sebagai titik yang menjadikan $f(x, y) = 1000x + 2000y$ maksimum, yaitu $A(0, 88)$, $B(140, 60)$, dan $C(200, 0)$.

Di titik $A(0, 88)$, $f(0, 88) = 1000(0) + 2000(88) = 176000$

Di titik $B (140,60)$, $f(140,60) = 1000 (140) + 2000(60) = 260000$

Di titik $C (200,0)$, $f(200,0) = 1000(200) + 2000(0) = 200000$

Jadi $f(x,y) = 1000x + 2000y$ optimum terjadi di $B (140,60)$, $f(140,60) = 260000$

Maknanya penghasilan maksimum tempat parkir tersebut dicapai jika memarkir 140 kendaraan kecil dan 60 kendaraan besar dengan pendapatan Rp260.000,00.

Jawaban: C

14. Diketahui matriks-matriks $A = \begin{bmatrix} -c & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b+5 & -6 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ dan $D = \begin{bmatrix} 4 & b \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$.

Jika $2A - B = CD$, maka nilai $a + b + c = \dots$.

A. -6

B. -2

C. 0

D. 1

E. 8

Penyelesaian:

$$2A - B = CD$$

$$2 \begin{bmatrix} -c & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & a \\ b+5 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & b \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2c-4 & 4-a \\ 2-b-5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4-6 & -b+9 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$2 - b - 5 = -4$$

$$b = 1$$

$$-2c - 4 = -4 - 6$$

$$c = 3$$

$$4 - a = 8$$

$$a = -4$$

$$a + b + c = 0$$

Jawaban: C

15. Diketahui segitiga PQR dengan $P(1, 5, 1)$, $Q(3, 4, 1)$, $R(2, 2, 1)$. Besar sudut PQR adalah

- A. 135°
- B. 90°
- C. 60°
- D. 45°
- E. 30°

Penyelesaian:

$$\text{Vektor } \overrightarrow{QP} = P - Q = (-2, 1, 0)$$

$$\text{Vektor } \overrightarrow{QR} = R - Q = (-1, -2, 0)$$

Misalkan θ sudut antara vector $l(x_1, y_1, z_1)$ dan $g(x_2, y_2, z_2)$

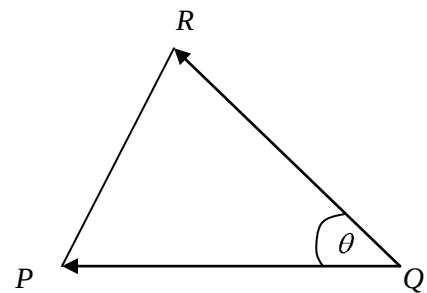
$$\text{Cosinus } \theta = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\left(\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\right) \left(\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}\right)}$$

Misalkan θ adalah sudut antara $\overrightarrow{QP}$ dan $\overrightarrow{QR}$

$$\cos \theta = \frac{(-2)(-1) + 1(-2) + (0)(0)}{\left(\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 0}\right) \left(\sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 0}\right)}$$

$$\cos \theta = 0$$

$$\theta = 90^\circ$$



Jawaban: B

16. Diketahui segitiga ABC dengan koordinat $A(2, -1, -1)$, $B(-1, 4, -2)$, $C(5, 0, -3)$. Proyeksi vektor $\overrightarrow{AB}$ pada $\overrightarrow{AC}$ adalah

A. $\frac{1}{4}(3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$

B. $\frac{3}{14}(3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$

C. $-\frac{1}{7}(3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$

D. $-\frac{3}{14}(3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$

E. $-\frac{3}{7}(3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$

Penyelesaian:

Vektor $\overrightarrow{AB} = (-3, 5, -1)$

Vektor $\overrightarrow{AC} = (3, 1, -2)$

$d = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AC}\|^2} \overrightarrow{AC}$ adalah proyeksi vektor $\overrightarrow{AB}$ pada $\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-3)(3) + (5)(1) + (-1)(-2) = -2$

$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{3^2 + (1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{14}$

$d = \frac{-2}{14}(3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$

$= -\frac{1}{7}(3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$

Jawaban: C

17. Bayangan kurva $y = x^2 - x + 3$ yang ditransformasikan oleh matriks $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ dilanjutkan oleh matriks $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ adalah

- A. $y = x^2 + x + 3$
- B. $y = -x^2 + x + 3$
- C. $x = y^2 - y + 3$
- D. $x = y^2 + y + 3$
- E. $x = -y^2 + y + 3$

Penyelesaian:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^2 - x + 3 \\ x \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^2 - x + 3 \\ x \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 - x + 3 \\ x \end{bmatrix}$$

$$x' = y'^2 + y' + 3$$

$$y' = x$$

Jadi

$$x = y^2 - y + 3$$

Jawaban: C

18. Perhatikan gambar grafik fungsi eksponen berikut ini!

Persamaan grafik fungsi invers pada gambar adalah

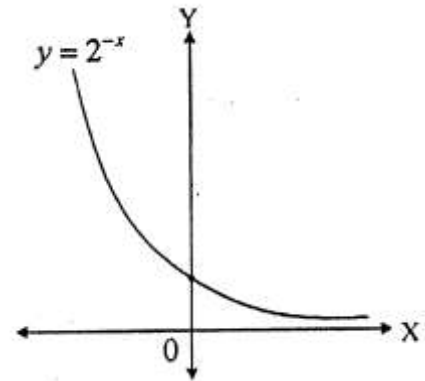
A. $y = {}^2\log x$

B. $y = {}^{\frac{1}{2}}\log x$

C. $y = 2 \log x$

D. $y = -2 \log x$

E. $y = -\frac{1}{2} \log x$



Penyelesaian:

$$y = 2^{-x}$$

$$\log y = \log 2^{-x}$$

$$\log y = -x \log 2$$

$$-x = \frac{\log y}{\log 2}$$

$$-x = \log y \cdot \log \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$-x = \log y^{\frac{1}{2}}$$

$$-x = \frac{1}{2} \log y$$

$$x = -\frac{1}{2} \log y$$

Jawaban: E

19. Diketahui barisan aritmetika dengan U_n adalah suku ke- n . Jika $U_2 + U_{15} + U_{40} = 165$, maka $U_{19} = \dots$.

- A. 10
- B. 19
- C. 28,5
- D. 55
- E. 82,5

Penyelesaian:

$$U_2 = a + b$$

$$U_{15} = a + 14b$$

$$U_{40} = a + 39b$$

$$U_2 + U_{15} + U_{40} = 165$$

$$(a + b) + (a + 14b) + (a + 39b) = 165$$

$$3a + 54b = 165$$

$$U_{19} = a + 18b$$

$$= \frac{1}{3}(3a + 54b)$$

$$= \frac{1}{3 \cdot 165} = 55$$

Jawaban: D

20. Tiga buah bilangan membentuk barisan aritmetika dengan beda tiga. Jika suku kedua dikurangi 1, maka terbentuklah barisan geometri dengan jumlah 14. Rasio barisan tersebut adalah

A. 4

B. 2

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

E. -2

Penyelesaian:

Misalkan bilangan tersebut adalah $a - 3$, a , dan $a + 3$.

$$(a - 3) + (a - 1) + (a + 3) = 14$$

$$3a - 1 = 14$$

$$a = 5$$

Bilangan-bilangan tersebut adalah 2, 5, dan 8.

Barisan geometri yang terbentuk 2, 4, 8 merupakan barisan geometri dengan rasio 2.

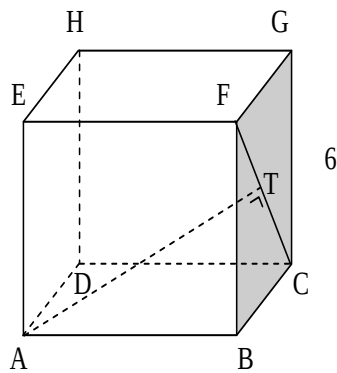
Jawaban: B

21. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Jarak titik A ke garis CF adalah

- A. $6\sqrt{3}$ cm
- B. $6\sqrt{2}$ cm
- C. $3\sqrt{6}$ cm
- D. $3\sqrt{3}$ cm
- E. $6\sqrt{2}$ cm

Penyelesaian:

Untuk mempermudah perlu dibuat gambar sebagai berikut.



Dari sini diperoleh jarak titik A ke garis CF adalah AT, dan diperoleh juga $CF^2 = GF^2 + GC^2$ yang menghasilkan $CF = 6\sqrt{2}$.

Sementara itu,

$$\text{luas } \triangle ACF = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} \cdot \sin 60^\circ$$

(Ingat luas segitiga yang diketahui panjang 2 sisi dan 1 sudut)

$$= 18\sqrt{3}$$

Disamping itu luas segitiga ACF dapat juga dicari dengan

$$\text{Luas } \triangle ACF = \frac{1}{2} \cdot CF \cdot AT$$

$$18\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} \cdot AT \quad \text{Jadi } AT = 3\sqrt{6}$$

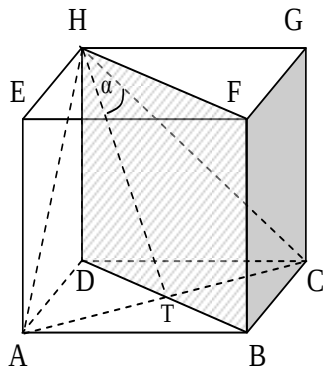
Jawaban: A

22. Diketahui kubus ABCD.EFGH. Nilai kosinus sudut antara CH dan bidang BDHF adalah

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
- C. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- D. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- E. $\sqrt{3}$

Penyelesaian:

Untuk mempermudah pengerjaan perlu dibuat gambar sebagai berikut:



Dari gambar di atas terlihat bahwa α adalah sudut antara CH dan bidang BDHF. Mengingat

$\triangle AHC$ adalah sama sisi dan $AT = TC$ maka $\alpha = \frac{1}{2} \angle AHC = 30^\circ$.

$$\text{Jadi } \cos \alpha = \cos 30^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

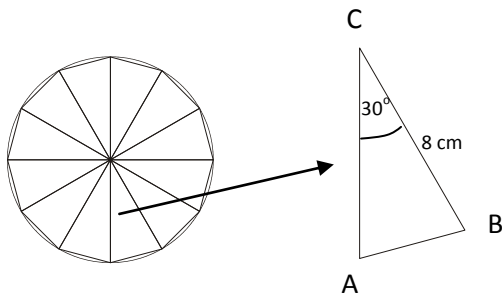
Jawaban: D

23. Luas segi 12 beraturan dengan panjang jari-jari lingkaran luar 8 cm adalah....

- A. 192 cm²
- B. 172 cm²
- C. 162 cm²
- D. 148 cm²
- E. 144 cm²

Penyelesaian:

Untuk mempermudah pengerjaan perlu dibuat gambar sebagai berikut:



Dari sini diperoleh

$$\begin{aligned}\text{Luas } \triangle AHC &= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB \sin (\angle ACB) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \sin 30^\circ \\ &= 16\end{aligned}$$

Karena semua ada 12 segitiga yang kongruen maka

$$\text{luas segi 12 beraturan} = 12 \cdot 16 = 192$$

Jawaban: A

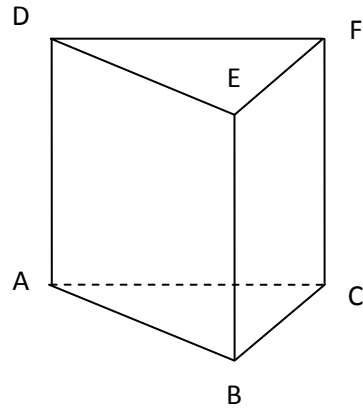
24. Diketahui prisma segitiga tegak ABC.DEF.

Panjang rusuk-rusuk alas AB = 5 cm, BC = 7 cm,
dan AC = 8 cm.

Panjang rusuk tegak 10 cm.

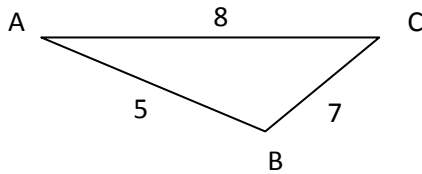
Volum prisma tersebut adalah

- A. 100 cm^3
- B. $100\sqrt{3} \text{ cm}^3$
- C. 175 cm^3
- D. 200 cm^3
- E. $200\sqrt{15} \text{ cm}^3$



Penyelesaian:

Perhatikan segitiga ABC pada prisma tersebut.



Dari sini diperoleh

s = setengah keliling segitiga = 10.

dan

$$\begin{aligned}\text{luas } \triangle ABC &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{10(10-5)(10-8)(10-7)} \\ &= 10\sqrt{3}\end{aligned}$$

Dengan demikian diperoleh bahwa

$$\begin{aligned}\text{Volum prisma} &= \text{luas } \triangle ABC \times \text{tinggi} \\ &= 10\sqrt{3} \times 10 = 100\sqrt{3}\end{aligned}$$

Jawaban : B

25. Himpunan penyelesaian persamaan: $\cos 2x - \sin x = 0$, untuk $0 \leq x \leq 2\pi$ adalah....

- A. $\left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6} \right\}$
- B. $\left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2} \right\}$
- C. $\left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6} \right\}$
- D. $\left\{ \frac{7\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}, \frac{11\pi}{6} \right\}$
- E. $\left\{ \frac{4\pi}{3}, \frac{11\pi}{6}, 2\pi \right\}$

Penyelesaian:

$$\cos 2x - \sin x = 0 \Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2 x - \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2 \sin x - 1) (\sin x + 1) = 0$$

Dari sini diperoleh $(2 \sin x - 1) = 0$ atau $(\sin x + 1) = 0$.

$$2 \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2}, \text{ diperoleh penyelesaian } x = \frac{\pi}{6} \text{ atau } x = \frac{5\pi}{6}$$

$$\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -1, \text{ diperoleh penyelesaian } x = \frac{3\pi}{2}$$

Jadi himpunan penyelesaian persamaan: $\cos 2x - \sin x = 0$, untuk $0 \leq x \leq 2\pi$

$$\text{adalah } \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2} \right\}$$

Jawaban : B

26. Hasil dari $\frac{\cos(45 - a)^\circ + \cos(45 + a)^\circ}{\sin(45 + a)^\circ + \sin(45 - a)^\circ} = \dots$

A. $-\sqrt{2}$

B. -1

C. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

D. 1

E. $\sqrt{2}$

Penyelesaian:

Dengan penyederhanaan diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{\cos(45 - a)^\circ + \cos(45 + a)^\circ}{\sin(45 + a)^\circ + \sin(45 - a)^\circ} &= \frac{2 \cos\left(\frac{1}{2}(45 - a + 45 + a)\right)^\circ \cdot \cos\left(\frac{1}{2}(45 - a - 45 - a)\right)^\circ}{2 \sin\left(\frac{1}{2}(45 - a + 45 + a)\right)^\circ \cdot \sin\left(\frac{1}{2}(45 - a - 45 - a)\right)^\circ} \\ &= \frac{2 \cos 45^\circ \cdot \cos a^\circ}{2 \sin 45^\circ \cdot \cos a^\circ} = 1 \end{aligned}$$

Jawaban: D

27. Diketahui p dan q adalah sudut lancip dan $p - q = 30^\circ$. Jika $\cos p \cdot \sin q = \frac{1}{6}$, maka nilai dari $\sin p$.

$\cos q = \dots$

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{2}{6}$

C. $\frac{3}{6}$

D. $\frac{4}{6}$

E. $\frac{5}{6}$

Penyelesaian:

Karena p dan q sudut lancip maka kedua sudut tersebut pasti berada di Kuadran I.

$$p - q = 30^\circ \Rightarrow \sin(p - q) = \sin 30^\circ \Leftrightarrow \sin p \cdot \cos q - \cos p \cdot \sin q = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin p \cdot \cos q - \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin p \cdot \cos q = \frac{4}{6}$$

Jawaban : D

28. Nilai $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2}{x-2} - \frac{8}{x^2-4} \right) = \dots$

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. 4

E. ∞

Penyelesaian:

$$\frac{2}{x-2} - \frac{8}{x^2-4} = \frac{2(x+2)}{(x-2)(x+2)} - \frac{8}{x^2-4} = \frac{2}{x+2}$$

$$\text{Jadi } \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2}{x-2} - \frac{8}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2}{x+2} \right) = \frac{1}{2}$$

Jawaban : B

29. Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x + \sin 5x}{6x} \right) = \dots$

A. 2

B. 1

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{3}$

E. -1

Penyelesaian:

$$\frac{\sin x + \sin 5x}{6x} = \frac{\sin x}{6x} + \frac{\sin 5x}{6x}$$

$$\text{Jadi nilai } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x + \sin 5x}{6x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{6x} + \frac{\sin 5x}{6x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{6x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{6x}$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1$$

Jawaban : B

30. Garis singgung kurva $y = (x^2+2)^2$ yang melalui titik(1,9) memotong sumbu Y di titik....

- A. (0,8)
- B. (0,4)
- C. (0,-3)
- D. (0,-12)
- E. (0,-21)

Penyelesaian:

Jelas bahwa kurva melalui (1,9) karena titik ini memenuhi persamaan kurva. Kemudian dicari persamaan garis singgung kurva yang melalui titik ini sebagai berikut:

Gradien garis singgung kurva $m(x)$ di peroleh dari

$m(x) = y' = 4x(x^2+2)$. Berarti $m(1) = 12$ sehingga persamaan garis singgung yang melalui titik (1,9) adalah $y - 9 = 12(x - 1)$. Pada persamaan garis ini, untuk nilai

$x = 0$ (memotong sumbu Y) akan diperoleh $y = -3$.

Jadi garis singgung ini akan melalui titik (0,-3).

Jawaban : C

31. Jarak yang ditempuh sebuah mobil dalam waktu t diberikan oleh fungsi $\frac{1}{4}t^4 - \frac{3}{2}t^3 - 6t^2 + 5t$.

Kecepatan maksimum mobil tersebut akan tercapai pada $t = \dots$

- A. 6 detik
- B. 4 detik
- C. 3 detik
- D. 2 detik
- E. 1 detik

Penyelesaian :

$$\frac{d(s)}{d(t)} = V(t) = t^3 - \frac{9}{2}t^2 - 12t + 5$$

$$\frac{d(v)}{d(t)} = 3t^2 - 9t - 12$$

Nilai t saat kecepatan maksimum tercapai saat $\frac{d(v)}{d(t)} = 0$

$$3t^2 - 9t - 12 = 0$$

$$(3t - 12)(t + 1) = 0$$

$$(3t - 12) = 0$$

$$t = 4$$

$$(t + 1) = 0$$

$$t = -1 \text{ (tidak mungkin)}$$

Jadi kecepatan maksimum mobil tersebut akan tercapai pada saat $t=4$ detik.

Jawaban : B

32. Hasil dari

$$\int_0^2 3(x+1)(x-6) dx = \dots$$

A. -58

B. -56

C. -28

D. -16

E. -14

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}\int_0^2 3(x+1)(x-6) dx &= \int_0^2 (3x^2 - 15x - 18) dx \\&= \left[x^3 - \frac{15}{2}x^2 - 18x \right]_0^2 \\&= 2^3 - \frac{15}{2} \cdot 2^2 - 18 \cdot 2 \\&= 8 - 30 - 36 \\&= -58\end{aligned}$$

Jawaban : A

33. Hasil dari $\int (3 - 6\sin^2 x) dx = \dots$

- A. $\frac{3}{2} \sin^2 2x + c$
- B. $\frac{3}{2} \cos^2 2x + c$
- C. $\frac{3}{4} \sin 2x + c$
- D. $3 \sin x \cos x + c$
- E. $\frac{3}{2} \sin 2x \cos 2x + c$

Penyelesaian :

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\int (3 - 6\sin^2 x) dx = \int 3(1 - 2\sin^2 x)$$

$$= \int 3 \cos 2x dx$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \sin 2x + c$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3}{2} \cdot 2 \sin x \cos x + c \\
 &= 3 \sin x \cos x + c
 \end{aligned}$$

Jawaban : D

34. Nilai dari $\int_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} \cos(3x - \pi) dx = \dots$

- A. -1
- B. $-\frac{1}{3}$
- C. 0
- D. $\frac{1}{3}$
- E. 1

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}
 \int_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} \cos(3x - \pi) dx &= \frac{1}{3} \sin(3x - \pi) \Big|_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} \\
 &= \frac{1}{3} \sin\left(3 \cdot \frac{2}{3}\pi - \pi\right) - \frac{1}{3} \sin\left(3 \cdot \frac{1}{2}\pi - \pi\right) \\
 &= \frac{1}{3} \sin \pi - \frac{1}{3} \sin \frac{1}{2}\pi \\
 &= \frac{1}{3} \cdot 0 - \frac{1}{3} \cdot 1 \\
 &= -\frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

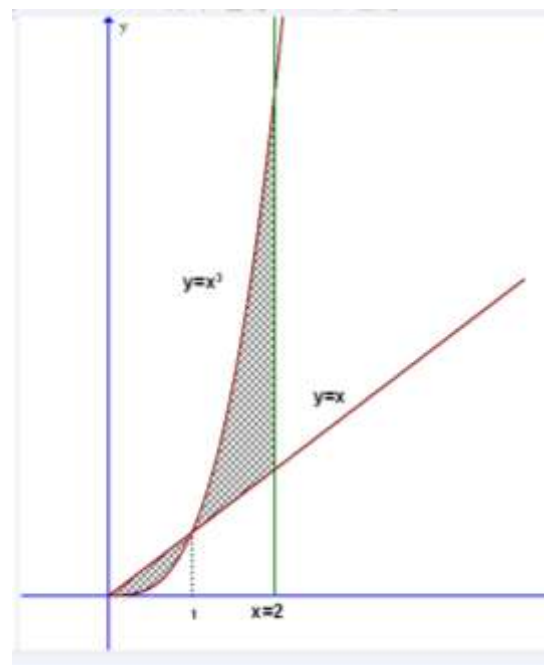
Jawaban : B

35. Luas daerah di kuadran I yang dibatasi oleh kurva $y = x^2, y = x, x = 0$, dan garis $x = 2$ adalah.....

- A. $2\frac{1}{4}$ satuan luas
- B. $2\frac{1}{2}$ satuan luas
- C. $3\frac{1}{4}$ satuan luas
- D. $3\frac{1}{2}$ satuan luas
- E. $4\frac{1}{4}$ satuan luas

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}
 \text{Luas daerah} &= \int_0^1 (x - x^3) dx + \int_1^2 (x^3 - x) dx \\
 &= \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^4 \right]_0^1 + \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 \right]_1^2 \\
 &= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4}(2^4) - \frac{1}{2}(2^2) \right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{4} + 4 - 2 + \frac{1}{4} \\
 &= \frac{10}{4} \\
 &= 2\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

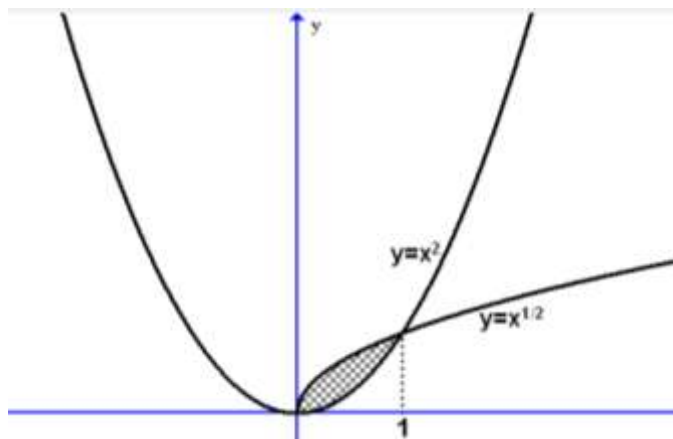


Jawaban : B

36. Volume benda putar yang terjadi bila daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2$ dan $y = \sqrt{x}$ diputar 360° mengelilingi sumbu x adalah

- A. $\frac{3}{10}\pi$ satuan volum
- B. $\frac{5}{10}\pi$ satuan volum
- C. $\frac{1}{3}\pi$ satuan volum
- D. $\frac{10}{3}\pi$ satuan volum
- E. 2π satuan volum

Penyelesaian :



$y = f_1(x), y = f_2(x)$ diputar mengelilingi sumbu x

$$V = \pi \int_a^b \{[f_1(x)]^2 - [f_2(x)]^2\} dx$$

Dari gambar :

$$V = \pi \int_0^1 [(\sqrt{x})^2 - (x^2)^2] dx$$

$$= \pi \int_0^1 (x - x^4) dx$$

$$= \pi \cdot \left[\frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{5} x^5 \right]_0^1$$

$$= \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right)$$

$$= \frac{3}{10} \pi$$

Jadi volum benda putar yang terjadi = $\frac{3}{10} \pi$

Jawaban : A

37. Perhatikan tabel data berikut!

Data	Frekuensi
10 -19	2
20 - 29	8
30 - 39	12
40 - 49	7
50 - 59	3

Median dari data pada tabel adalah ...

A. $34,5 + \frac{16 - 10}{12} \cdot 10$

- B. $34,5 + \frac{16 - 10}{12} \cdot 9$
- C. $29,5 + \frac{16 - 10}{12} \cdot 9$
- D. $29,5 + \frac{16 - 10}{12} \cdot 10$
- E. $38,5 + \frac{16 - 10}{12} \cdot 10$

Penyelesaian :

$$Me = b + p \frac{\left(\frac{1}{2}n - F\right)}{f}$$

Jumlah seluruh data = 32. Setengah dari jumlah seluruh data = 16. Jadi median akan terletak di kelas interval ke 3.

b = batas bawah kelas median = 29,5

p = panjang kelas median = 10

N = ukuran sampel = 32

F = jumlah semua frekuensi dengan tanda kelas < kelas median = 10

.f = frekuensi kelas median = 12

Jadi median :

$$Me = 29,5 + \frac{16 - 10}{12} \cdot 10$$

Jawaban : D

38. Dalam ruang tunggu, terdapat tempat duduk sebanyak kursi yang akan diduduki oleh 4 pemuda dan 3 pemudi. Banyak cara duduk berjajar agar mereka dapat duduk selang-seling pemuda dan pemudi dalam satu kelompok adalah

- A. 12
- B. 84
- C. 144
- D. 288
- E. 576

Penyelesaian :

Terdapat 7 kursi sehingga :

Kursi pertama diduduki pemuda dengan 4 kemungkinan

Kursi kedua diduduki pemuda dengan 3 kemungkinan

Kursi ketiga diduduki pemuda dengan 3 kemungkinan

Kursi keempat diduduki pemuda dengan 2 kemungkinan

Kursi kelima diduduki pemuda dengan 2 kemungkinan

Kursi keenam diduduki pemuda dengan 1 kemungkinan

Kursi ketujuh diduduki pemuda dengan 1 kemungkinan.

Sehingga Banyak cara duduk berjajar agar mereka dapat duduk selang-seling pemuda dan pemuda dalam satu kelompok = $4! 3!$

$$= 24 \times 6$$

$$= 144$$

Jawaban : C

39. Diketahui 7 titik dan tidak ada 3 titik atau lebih yang segaris. Banyak segitiga yang dapat dibentuk dari titik-titik tersebut adalah ...

A. 10

B. 21

C. 30

D. 35

E. 70

Penyelesaian :

Banyak segitiga yang dapat terbentuk =

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$${}_7C_3 = \frac{7!}{(7-3)!3!} = \frac{7!}{4!3!}$$

$$= \frac{210}{6}$$

$$= 35$$

Jadi banyak segitiga yang dapat terbentuk = 35.

Jawaban : D

40. Sebuah kantong berisi 4 bola merah, 3 bola putih, dan 3 bola hitam. Diambil sebuah bola secara acak, peluang terambil bola merah atau hitam adalah :

A. $\frac{4}{5}$

B. $\frac{7}{10}$

C. $\frac{3}{6}$

D. $\frac{2}{6}$

E. $\frac{1}{10}$

Penyelesaian :

Misalkan A = terambil kelereng merah

B = terambil kelereng hitam

Kedua peristiwa diatas saling asing (saling eksklusif).

$$P(A) = \frac{4}{4+3+3} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$P(B) = \frac{3}{4+3+3} = \frac{3}{10}$$

$$P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B) = \frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

Jadi peluang terambil bola merah atau bola hitam adalah $\frac{7}{10}$

Jawaban : B