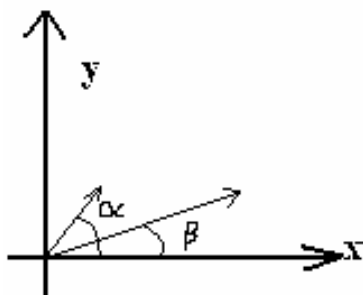


(1) بردارهای یکه \hat{a}_A و \hat{a}_B در جهت بردارهای دویعدی \vec{A} و \vec{B} می باشند که هر کدام به ترتیب زاویه ای برابر α و β با محور x ها می سازد (مطابق شکل). فرمولی برای بسط $\cos(\alpha-\beta)$ با استفاده از حاصلضرب داخلی $\hat{a}_A \cdot \hat{a}_B$ بدست آورید.



(2) میدان برداری \vec{F} در مختصات استوانه ای بصورت $\vec{F} = r^2(\sin\phi \hat{a}_r + \cos\phi \hat{a}_\phi)$ می باشد. (الف) اندازه میدان را بدست آورید. (ب) بردارهای یکه ای که جهت میدان را در نقاط $r=2$ و $\phi=0, 90, 180, 270$ درجه مشخص می کنند را بدست آورید و آنها را در یک شکل نشان دهید.

(3) یک بردار مجهول را می توان با داشتن حاصلضرب داخلی و خارجی آن با یک بردار معلوم دیگر تعیین نمود این مطلب را ثابت نموده و بردار مجهول را محاسبه کنید.

(4) میدان برداری \vec{E} در دستگاه کروی بصورت $\vec{E} = \frac{25}{R^2} \hat{a}_R$ داده شده است:

(a) E_x و $|\vec{E}|$ را در نقطه $P(-3, 4, -5)$ محاسبه کنید.

(b) زاویه ای که \vec{E} با $\vec{B} = 2\hat{a}_x - 2\hat{a}_y + \hat{a}_z$ میسازد را بیابید.

(5) شیب تابع $\phi = x^2 yz$ و مشتق آنرا در جهت بردار یکه $\frac{3}{\sqrt{50}}\hat{a}_x + \frac{4}{\sqrt{50}}\hat{a}_y + \frac{5}{\sqrt{50}}\hat{a}_z$ در نقطه $p(1, 2, 3)$ بدست آورید.

(6) تابع اسکالر $v = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\sin\left(\frac{\pi}{2}y\right)e^{-z}$ داده شده است:

(a) اندازه و جهت ماکزیمم افزایش تغییرات v در نقطه $p(1, 2, 3)$ را حساب کنید.

(b) میزان افزایش v را در نقطه p و در جهت مبدأ مختصات حساب کنید.

(7) صحت قضیه دیورجانس را برای تابع برداری $\vec{F} = x\hat{a}_x + y\hat{a}_y + z\hat{a}_z$ روی حجم کروی به شعاع 1 متر و به مرکز مبدا مختصات تحقیق کنید.

(8) اگر میدان زیر یک سلونوئیدی باشد a و b و c را حساب کنید

$$\vec{E} = (x + 2y + az)\hat{a}_x + (bx - 3y - z)\hat{a}_y + (4x + cy + 2z)\hat{a}_z$$

- 9) نشان دهید توابع زیر در معادله لاپلاس ($\nabla^2 v = 0$) صدق می کنند :
- (a) $v = \sin(k_x x) \sin(k_y y) e^{-k_z z}$ که در آن $k_z^2 = k_x^2 + k_y^2$ است.
- (b) $v = r^{-n} \cos n\varphi$ و همینطور $v = r^n (\cos n\varphi + A \sin n\varphi)$
- (c) $v = A_1 R \cos \theta + A_2 R^{-2} \cos \theta$

10) نشان دهید که:

$$\nabla \times (\vec{\nabla} v) = 0 \quad (\text{a})$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0 \quad (\text{b})$$

11) نشان دهید که اگر \vec{R} بردار مکان باشد :

$$\vec{\nabla} |\vec{R}| = \hat{a}_R \quad (\text{a})$$

$$\vec{\nabla} |\vec{R}|^2 = 2\vec{R} \quad (\text{b})$$

$$\vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{R}|} = -\frac{1}{|\vec{R}|^2} \hat{a}_R \quad (\text{c})$$

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{|\vec{R}|^2} \hat{a}_R \right) = ? \quad (\text{d})$$

- 12) در دستگاه کروی نیروی $\vec{F} = \frac{A_0}{R^2} \hat{a}_R$ وجود دارد کار انجام شده برای حرکت یک متحرک از نقطه (1,2,3) به نقطه (3,2,1) را حساب کنید ثابت کنید کار انجام شده به مسیر بستگی ندارد.