1 Supuestos cardinalistas y ordinalistas.

1.1 La tasa marginal de sustitución

$u = u(x, y)$

$du = u_x dx + u_y dy$

Igualo a 0...

$u_x dx + u_y dy = 0$

$u_y dy = -u_x dx$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{u_x}{u_y}$$

1.2 TMS decreciente

Ejercicio 11. TP 1. (2003 - I)

$\frac{\partial TMS}{\partial x} < 0$

Ojo, cuando varía **x**, también varía **y**, porque nos movemos a lo largo de la curva de indiferencia.

$\frac{\partial|TMS|}{\partial x} = \frac{\partial\left|-\frac{u_x(x,y(x))}{u_y(x,y(x))}\right|}{\partial x} = \frac{\partial\left(\frac{u_x(x,y(x))}{u_y(x,y(x))}\right)}{\partial x} = u_x\left(x, y\left(x\right)\right)\frac{\partial\left(\frac{1}{u_y(x,y(x))}\right)}{\partial x} + \frac{1}{u_y(x,y)}\frac{\partial(u_x(x,y(x)))}{\partial x} =$

$\frac{\partial|TMS|}{\partial x} = u_x\left(x, y\right)\frac{\partial\left(u_y(x,y(x))^{-1}\right)}{\partial x} + \frac{1}{u_y(x,y)}\frac{\partial(u_x(x,y(x)))}{\partial x} =$

$\frac{\partial|TMS|}{\partial x} = u_x\left(x, y\right)\left(-1\right)u_y\left(x, y\right)^{-2}\left(u_{yx} + u_{yy}\frac{\partial y}{\partial x}\right) + \frac{1}{u_y(x,y)}\left(u_{xx} + u_{xy}\frac{\partial y}{\partial x}\right) =$

$\frac{\partial|TMS|}{\partial x} = -\frac{u_x}{(u_y)^2}\left(u_{yx} + u_{yy}\left(-\frac{u_x}{u_y}\right)\right) + \frac{1}{u_y}\left(u_{xx} + u_{xy}\left(-\frac{u_x}{u_y}\right)\right) =$

$\frac{\partial|TMS|}{\partial x} = -\frac{u_x}{(u_y)^2}\left(u_{yx} - \frac{u_x}{u_y}u_{yy}\right) + \frac{1}{(u_y)^2}\left(u_{xx}u_y - u_x u_{xy}\right) =$

$\frac{\partial|TMS|}{\partial x} = \frac{-u_x u_{yx} + u_x\frac{u_x}{u_y}u_{yy}}{(u_y)^2} + \frac{u_{xx}u_y - u_x u_{xy}}{(u_y)^2} = \frac{1}{(u_y)^2}\left(u_{xx}u_y - u_x u_{xy} - u_x u_{yx} + \frac{(u_x)^2}{u_y}u_{yy}\right)$

$$\frac{\partial\left|TMS\right|}{\partial x} = \frac{1}{(u_y)^2}\left(u_{xx}u_y - 2u_x u_{xy} + \frac{(u_x)^2}{u_y}u_{yy}\right)$$

$\frac{\partial|TMS|}{\partial x} = \frac{1}{(u_y)^2}\left(u_{xx}u_y - 2u_x u_{xy} + \frac{(u_x)^2}{u_y}u_{yy}\right) < 0$

$u_{xx}u_y - 2u_x u_{xy} + \frac{(u_x)^2}{u_y}u_{yy} < 0$ porque $\frac{1}{(u_y)^2} > 0$

1.3 Relación entre supuestos ordinalistas y cardinalistas

Ejercicio 12. TP 1. (2003 - I)

Los marginalistas tempranos sostenían que $u_x > 0 \wedge u_{xx} < 0$. En consecuencia...
$u_{xx}u_y < 0$
$-2u_x u_{xy} \gtreqless^? 0$
$\frac{(u_x)^2}{u_y}u_{yy} < 0$
Siempre que: $u_{xy} \geq 0 \Rightarrow -2u_x u_{xy} < 0$
De esta forma, si al aumentar la cantidad consumida de un bien, aumenta la utilidad marginal del otro, $(u_{xy} \geq 0)$ entonces, $u_{xx}u_y - 2u_x u_{xy} + \frac{(u_x)^2}{u_y}u_{yy} < 0$

$$\text{Si } u_{xy} \geq 0 \Rightarrow \frac{\partial TMS}{\partial x} < 0$$

Si las derivadas cruzadas fueran nulas estaríamos ante un caso particular del punto anterior
$\frac{\partial |TMS|}{\partial x} = \frac{1}{(u_y)^2}\left(u_{xx}u_y + \frac{(u_x)^2}{u_y}u_{yy}\right) < 0$
Esto es siempre verdadero.

Ejercicios 13 y 14. TP 1. (2003 - I)

Planteemos un caso en que $u_x < 0 \wedge u_y < 0$
Precisamos que $u_{xx}u_y - 2u_x u_{xy} + \frac{(u_x)^2}{u_y}u_{yy} < 0$
Esto sería cierto si las derivadas segundas son todas positivas. En tal caso...
$u_{xx}u_y < 0$
$-2u_x u_{xy} < 0$
$\frac{(u_x)^2}{u_y}u_{yy} < 0$
Ahora bien, debe notarse que en este caso se estaría incumpliendo cualquier supuesto de deseabilidad de las preferencias (queda absolutamente claro en el caso de monotonicidad). El punto en que se cumplieran las condiciones de primer orden sería un mínimo, no un máximo.