Estructuras Discretas
Inducción Completa – Practica.
Prof. Miguel Fagúndez

1. Exprese las siguientes sumas empleando el símbolo de sumatorias:

a) $1^2+2^2+3^2+4^2$ b) $1.2+2.3+\ 3.4+4.5$

c) $\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\ldots+\frac{n}{2^n}$ d) $\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+\frac{1}{5.7}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

e) $\frac{1}{1^2.2^2}+\frac{7}{2^2.3^2}+\frac{17}{3^2.4^2}+\ldots+\frac{2n^2-1}{n^2(n+1)^2}$ f) $\frac{3}{1!.2.2}+\frac{4}{2!.3.2^2}+\frac{5}{3!.4.2^3}+\frac{6}{4!.5.2^4}+\frac{7}{5!.6.2^5}$

2. En cada caso, indicar si se cumple o no la igualdad y justificar su respuesta.

a) $\sum_{i=1}^{6} i=\left(\sum_{i=1}^{3} i\right)+(4+5+6)$ b) $\sum_{i=1}^{10}(i-1)=\sum_{i=1}^{6}(i-1)+\sum_{i=7}^{10}(i-1)$

3. Calcule el valor de las siguientes sumatorias.

a) $\sum_{i=1}^{5} 7$ b) $\sum_{i=0}^{3} i!$ c) $\sum_{j=1}^{4}(3j+j^2)$ d) $\sum_{i=1}^{4} 5.(i^2-i)^3$

e) $\sum_{k=1}^{6}(-1)^k k^2$ f) $\sum_{j=1}^{5}(i^2+j)$ g) $\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{k-1}{(k+1)^2 2^k}\right)$

4. Expresar las siguientes multiplicaciones empleando el símbolo de productoria:

a) [illegible] b) $1\ .\ 3\ .\ 5\ .\ 7\ .\ 9$

c) $1!\ .\ 4!\ .\ 7!\ .\ 10!\ .\ 13!$ d) $\frac{1}{2}.\sqrt{\frac{2}{2^3}}.\frac{\sqrt{3}}{4}.\frac{2}{\sqrt{2^5}}.\frac{\sqrt{5}}{8}$

5. Probar por inducción completa, la validez de las siguientes expresiones, para todo $n\in N$:

a) $1+3+5+\ldots.+(2n-1)=n^2$

b) $1^2+2^2+3^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

c) $1.1!++2.2!+3.3!+\ldots+n.n!=(n+1)!-1$

d) $$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{i}{2^i}\right)=2-\frac{n+2}{2^n}$$

e) $$\sum_{i=1}^{n} i(n-i)=\frac{n}{6}\left(n^2-1\right)$$

f) $$\sum_{k=1}^{n}\left((-1)^{k-1}.k^2\right)=(-1)^{n-1}.\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)$$

6. Si tenemos la siguiente suma:

$1 + 1/2^2 + 1/3^2 + ... + 1/n^2 < 3 - 1/n$ y sabemos que n y $n_0 \in Z^+$, entonces:

- ¿Quien es n_0?
- ¿$P(n_0)$ es verdadero? Demuestre.
- ¿Se podría asegurar que para todo $n \geq n_0$ $P(n)$ es verdadero? Demuestre.