

Estructuras Discretas

Autómata Celular. (2)

Prof. Miguel Fagúndez

Recordando, La definición de un AC requiere fijar los siguientes puntos:

- **Conjunto de entes.** Se necesita saber cuántos objetos elementales van a formar la población del sistema. En principio no hay restricción a su número, pudiendo ser desde unos pocos hasta una infinidad. En ocasiones es importante situarlos sobre una región geográfica, identificándose entonces los entes con sus respectivas coordenadas geográficas.
- **Vecindades.** Para cada elemento del sistema es necesario establecer su vecindad, esto es, aquellos otros elementos que serán considerados como sus vecinos. En caso de asociar objetos con coordenadas de un sistema de referencia, el criterio suele ser construir la vecindad de un elemento dado con todos aquellos otros elementos que se encuentran a menos de una cierta distancia o radio, de forma que los más alejados no ejerzan influencia directa sobre él.
- **Conjunto de estados.** En cada instante, cada elemento deberá encontrarse en un cierto estado. El caso más sencillo corresponde a los elementos biestables, los cuales se pueden encontrar en sólo uno de dos estados posibles, 0 y 1, por ejemplo. Pero también el estado puede venir representado por un vector de componentes reales o por una cadena de un lenguaje formal.
- **Regla de transición local.** La regla de transición define la dinámica del sistema. Dado un elemento y un instante determinados, la regla devuelve el siguiente estado del elemento, para ello necesita como argumentos los estados actuales, tanto del elemento considerado como de aquellos que conforman su vecindad. Las reglas de transición pueden ser deterministas o probabilistas, además, no todos los elementos necesitan obedecer a la misma regla.

Los elementos o *células* de un AC están dispuestos sobre los nodos de una malla rectangular, cada uno de ellos susceptible de encontrarse en cualquiera de un número finito de estados posibles. La vecindad de cada célula suele estar formada por las cuatro vecinas más próximas (Norte, Sur, Este y Oeste), las ocho más próximas (N, NE, E, SE, S, SO, O, NO) u otras vecindades más amplias.

A continuación se muestran los dos tipos de vecindad más habituales:

<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td style="text-align: center;">*</td><td style="text-align: center;">$(i-1, j)$</td><td style="text-align: center;">*</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">$(i, j-1)$</td><td style="text-align: center;">(i, j)</td><td style="text-align: center;">$(i, j+1)$</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">*</td><td style="text-align: center;">$(i, j+1)$</td><td style="text-align: center;">*</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">a)</p>	*	$(i-1, j)$	*	$(i, j-1)$	(i, j)	$(i, j+1)$	*	$(i, j+1)$	*	<p>Vecindades de la celda (i,j) situada en la i_esima fila y j_esima columna:</p> <p>a) Vecindad de Von Neumann</p> <p>b) Vecindad de Moore.</p>	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td style="text-align: center;">$(i-1, j-1)$</td><td style="text-align: center;">$(i-1, j)$</td><td style="text-align: center;">$(i-1, j+1)$</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">$(i, j-1)$</td><td style="text-align: center;">(i, j)</td><td style="text-align: center;">$(i, j+1)$</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">$(i+1, j-1)$</td><td style="text-align: center;">$(i, j+1)$</td><td style="text-align: center;">$(i+1, j+1)$</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">b)</p>	$(i-1, j-1)$	$(i-1, j)$	$(i-1, j+1)$	$(i, j-1)$	(i, j)	$(i, j+1)$	$(i+1, j-1)$	$(i, j+1)$	$(i+1, j+1)$
*	$(i-1, j)$	*																		
$(i, j-1)$	(i, j)	$(i, j+1)$																		
*	$(i, j+1)$	*																		
$(i-1, j-1)$	$(i-1, j)$	$(i-1, j+1)$																		
$(i, j-1)$	(i, j)	$(i, j+1)$																		
$(i+1, j-1)$	$(i, j+1)$	$(i+1, j+1)$																		

Las vecindades en los bordes de la malla dependen de las condiciones que se impongan en los límites. Se suelen considerar dos casos:

- **Bordes periódicos.** Células opuestas se consideran vecinas, de forma que en un retículo plano la superficie se convierte en un toro.

- **Bordes absorbentes.** Las células de los bordes no tienen vecinos más allá de los límites del retículo.

La regla de transición de muchos ACs es igual para todas las células, de ahí que en la literatura rusa se llame *Sistemas Homogéneos* a los Acs.

Puesto que el cerebro es también un conjunto de células procesadoras o *neuronas* interconectadas, pronto surgió la idea de si estos formalismos serían capaces de servir como modelos formales para el estudio de la actividad cerebral. W. S. McCulloch y W. Pitts demostraron que siempre se podría diseñar un circuito compuesto por ciertas *neuronas formales* capaces de emular cualquier procesador digital binario. Así nacieron las primeras Redes Neuronales Artificiales, cuya primera aplicación práctica corrió a cargo de F. Rosenblatt y su *Perceptrón* capaz de reconocer patrones gráficos.

En 1970 se publicó como una curiosidad de matemática recreativa el *Juego de la Vida* (JV), inicialmente ideado por John Conway ([Gardner, 1970](#)). Se trata de un AC donde las células pueden estar en un estado de vivas (1) o muertas (0). Partiendo de cierta configuración inicial, los estados de las células evolucionan en el tiempo. Algunos grupos de células forman agregados impredecibles y extraños objetos aparecen, se mueven y desaparecen por todo el plano. Mucha gente empezó a jugar al JV buscando configuraciones iniciales que evolucionasen hacia estados más o menos curiosos. Se consiguió demostrar que el JV es equivalente a la Máquina de Turing Universal, idea que justificó el interés por la construcción de máquinas de cómputo paralelo o celulares.

Los años 80 fueron la gran década de todos estos modelos de procesamiento en paralelo. Brevemente, citar el exhaustivo trabajo de Stephen Wolfram sobre los Autómatas Celulares Lineales ([Wolfram, 1983](#)) y el despegue de las Redes Neuronales Artificiales, estas últimas más orientadas a la ejecución de tareas prácticas como el reconocimiento de patrones (imagen y voz) o la discriminación de señales.

De un modo u otro, tanto los AC como las Redes Neuronales han estado siempre inspirados por la observación del cerebro humano y los organismos vivientes y cómo éstos procesan la información. No obstante, la Naturaleza está repleta de ejemplos y situaciones en las que ciertos entes elementales interactúan localmente para producir comportamientos globales o emergentes; tales son los casos por ejemplo de las moléculas de un gas o de personas votando en un sufragio. Hablamos entonces de los Sistemas Complejos (SC), físicos, sociales o biológicos.

Cuando las reglas de transición local están definidas en términos probabilísticos, los objetos interactuantes se convierten en variables aleatorias y los ACs en procesos estocásticos en tiempo discreto, pudiendo ser utilizados como modelos de análisis estadístico para datos reales, en concreto para aquellos que sean de naturaleza espacio-temporal

El Juego de la Vida.

Fue creado por John H. Conway en 1970 y popularizado por Martín Gardner. Este juego se desarrolla en un plano de dos dimensiones dividido en celdas, como si fuera un tablero de ajedrez, en cada casilla va una célula y cada célula usa sus 8 vecinos.

El principio general es que la vida la muerte de las células son en función del número de vecinos. Una célula sin vecinos muere por soledad, mientras en el otro extremo, una célula con muchos vecinos muere por sobrepoblación.

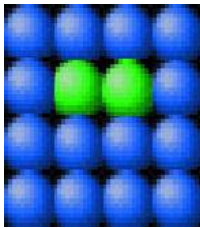
Así que *Life* se puede resumir en tres reglas:

Regla de Supervivencia: cada célula que tenga dos o tres vecinos sobrevive y pasa a la generación siguiente.

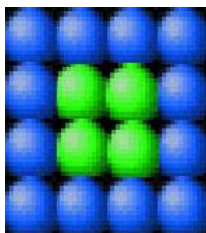
Regla de Fallecimiento: cada célula que tenga cuatro o más vecinos muere. Cada célula que tiene menos de dos vecinos muere.

Regla de Nacimiento: cada casilla vacía adyacentes a tres células (solo tres) genera el nacimiento de una nueva célula.

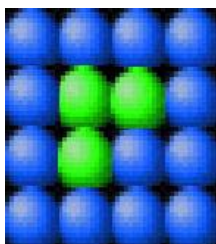
Ejemplos:



Este sistema de células morirá en la siguiente generación puesto que cada célula tiene solamente un vecino. Se requieren dos o tres para sobrevivir.



Este sistema de células permanecerá igual en la siguiente generación, pues todas las células tienen tres vecinos.



Una nueva célula nacerá en la esquina inferior derecha, porque esa posición tiene exactamente tres vecinos.

Problemas para conseguir a F.

Es difícil determinar cuáles son las reglas dinámicas que se corresponden con un determinado sistema dinámico. Muchas veces las reglas de sistemas dinámicos simples, conducen a resultados muy complejos.

Por otro lado, las reglas dinámicas solo nos dan una idea del comportamiento local del sistema dinámico, no del comportamiento global.

Simulación.

La simulación es una técnica de muestreo estadístico sobre modelos de sistemas reales para estimar su desempeño cuando los modelos analíticos no son suficientes. Proporciona un medio para dividir el trabajo de construir un modelo en componentes más pequeñas que se puedan formular más fácilmente.

Metodología de una Simulación.

Habría que hacer un análisis teórico para desarrollar un diseño básico del sistema a modelar. El uso de la simulación que solo para experimentar con diseños específicos y estimar el desarrollo o comportamiento real del sistema.

El modelo de simulación sintetiza el sistema real construyendo cada uno de sus componentes y eventos por eventos, corriendo el simulado generando aleatoriamente los eventos (se pueden usar distribuciones de probabilidades). Por último la simulación arroja observaciones estadísticas de desempeño o comportamiento y se debe comparar (de ser posible) con datos o pruebas del sistema real para asegurar que el diseño final funciona correctamente.

Aplicaciones de la Simulación.

Aplicabilidad en muchas áreas como:

- Producción
- Planeación
- Ingeniería
- Contaminación
- Finanzas
- Mercadotecnia
- Investigación y Desarrollo
- Procesamiento de Datos
- Análisis de desempeño de sistemas computacionales

Terminología.

Variables de Estado: Variables cuyo valor define el estado de un sistema.

Evento: Cambio en el estado del sistema.

Tipos de Simulación:

Simulación Discreta: Las observaciones del sistema se realizan en determinados puntos de tiempo. Se simulan eventos discretos y el estado del sistema toma solo valores discretos.

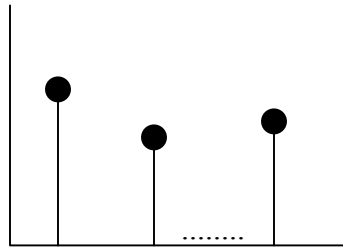
Simulación Continua: Las observaciones se realizan continuamente en cada punto de tiempo.

Para nuestro caso, la simulación *siempre* será de tipo discreto.

Los bloques básicos para la construcción de modelos en una simulación discreta se pueden resumir como:

- Estados y Eventos posibles.
- Reloj simulador para registrar el paso del tiempo.
- Mecanismo para generar aleatoriamente los eventos.
- Mecanismo para generar la transición de estados.

Los modelos en Tiempo discreto el estado del sistema se define en instante particulares de tiempo.



Existen diferentes modelos de simulación, como:

Modelos Determinísticos: Los resultados pueden ser predichos con certidumbre.

Modelos Probabilísticos: Los resultados pueden ser diferentes para el mismo conjunto de datos.

Modelos Estáticos: El tiempo no se considera variable.

Modelos Dinámicos: El sistema cambia con el tiempo.

Modelos Abiertos: Las entradas son externas e independientes del modelo.

Modelos Cerrados: No hay entradas externas al modelo.

Modelos Lineales: Los parámetros de salida son funciones lineales.

Modelos No Lineales: Los parámetros de salida son funciones No lineales.