

Estructuras Discretas

Autómata Celular. (1)

Prof. Miguel Fagúndez

Recordando la definición intuitiva de un autómata:

“Dispositivo de cómputo que dada una entrada particular, el dispositivo accede a uno dentro de un conjunto finito de estados”.

Formalmente:

Es una quintupla $M = \{\varphi, \Sigma, \delta, q_0, F\}$ donde:

φ : es un conjunto finito de estados.

Σ : es un alfabeto de entrada

$\delta: \varphi \times \Sigma \longrightarrow \varphi$

q_0 : es un $q \in \varphi$ conocido como estado inicial

$F: F \subseteq \varphi$ es un conjunto de estados finales

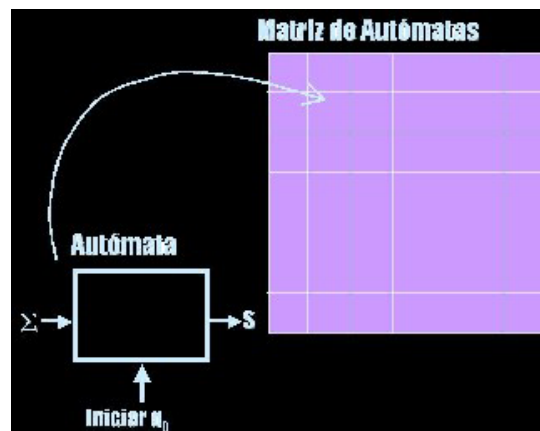
Definición de un Autómata Celular:

“Un autómata celular es un **espacio** dividido en celdas, cada una de las cuales puede tomar un estado determinado de un conjunto dado; el autómata va variando sus estados a lo largo de un sistema discreto de tiempos de acuerdo a unas **reglas**, específicas para cada autómata y que dependen del estado previo de cada celda y de sus celdas vecinas, es decir de su **entorno**”.

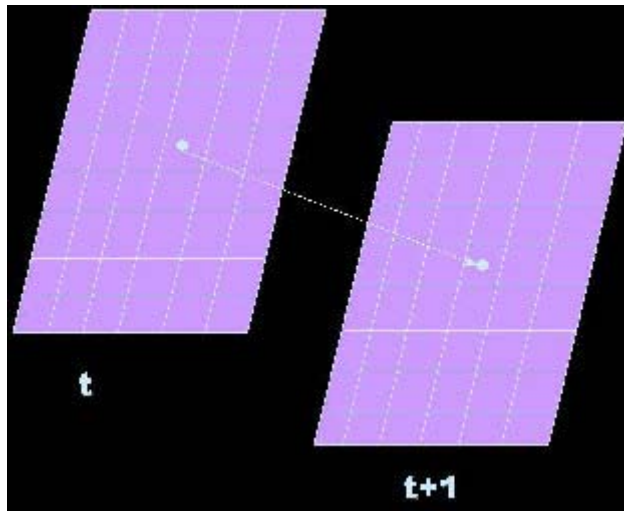
Espacio - Reticulado Regular: Los autómatas celulares pareciera que tienen un espacio infinito, pero realmente son espacios finitos.

Regla: es cualquier función que asocie el conjunto de estados de un entorno con el estado siguiente de la célula.

Entorno o vecindario: Es el conjunto de celdas contiguas a cada una, el conjunto de los estados del entorno de una celda determinará el estado siguiente de la misma.



y para un tiempo t el autómata genera otra configuración en $t+1$ dependiendo de los valores que tengan cada uno de sus vecinos.



Entre las aplicaciones de los autómatas celulares, nos encontramos con lo siguiente:

- Evolución Urbana.
- Simulaciones de Tráfico.
- Procesos de crecimiento en sistemas físicos y biológicos.
- Modelado de controles biológicos de plagas.
- Reacciones Químicas en superficies.
- Dinámica de Fluidos.
- Fenómenos de propagación: epidemias, incendios...
- Filtrado y tratamiento de imágenes
- Criptografía

Autómatas como Sistemas Dinámicos.

Consideran los siguientes puntos:

- Consisten en dispositivos discretos.
- Evoluciona en pasos discretos de tiempo.
- Las configuraciones posibles constituyen un conjunto finito.

Sistemas Dinámicos.

Definición: Son aquellos que para el tiempo $t+1$ depende de sus valores en el tiempo t .

Regla Dinámica:

$$F[(a_1, a_2, \dots, a_n)_t] = (a_1, a_2, \dots, a_n)_{t+1} \text{ y } f_i[a_i(t)] = a_i(t+1)$$

es decir, se expresa como una relación funcional recurrente entre el estado del sistema a tiempo t y el estado siguiente a tiempo $t+1$.

Definición Genérica de un Sistema Dinámico.

Sea $S \subseteq \mathbb{R}^n$ un conjunto no vacío, y sea una correspondencia $F: S \rightarrow S$, denotaremos por F^n la composición de F n veces consigo misma, o sea $F^2(x) = F(F(x))$. Para un x perteneciente a S (valor inicial) el conjunto:
el conjunto:

$$\{x, F(x), F^2(x), \dots\}$$

Orbita de x bajo la ley dinámica F

Para el tiempo discreto:

$$x_{t+1} = F[x_t], \text{ donde } t=0,1,2,\dots \text{ Y } x_0 \text{ denota el valor inicial.}$$

El objetivo de cualquier estudio dinámico consiste en la identificación y característica del comportamiento asintótico (t muy grande) de tales sistemas.

Comportamiento de los Sistemas Dinámicos.

Trasciente: Período de transición, en el cual el sistema dinámico depende de los valores iniciales y por lo tanto, no muestra su comportamiento cotidiano o su característica dinámica.

Espacio de configuraciones es el espacio de todos los posibles estados del sistema.

Atractores son las configuraciones estables ó estacionarias que alcanza el sistema dinámico partiendo de un estado inicial dado.

Cuencas de atracción: Son zonas en las que se divide el espacio de configuraciones tal que a cada atractor le corresponde una.

Podemos decir en pocas palabras, que un Autómata Celular (AC) es un modelo formal que está compuesto por un conjunto de entes elementales, cada uno de ellos susceptible de encontrarse en un cierto estado y de alterarlo de un instante al siguiente, asumiendo que el tiempo transcurre de forma discreta. La regla que gobierna la transición de estados en los entes es sensible a los estados de los demás elementos en su vecindad, siendo por tanto una *regla de transición local*. El aspecto que más caracteriza a los ACs es su capacidad para dotar al conjunto del sistema, visto como un todo, una serie de

propiedades emergentes inducidas por la propia dinámica local. En general, no es fácil obtener las propiedades globales de un sistema definido como el anterior, complejo por naturaleza, a no ser por vía de la simulación, partiendo de un estado inicial de la población de objetos y cambiando en cada instante los estados de todos ellos de forma síncrona.